

## 旋转椭球体的瞬态电磁目标特性研究<sup>\*</sup>

田立松 邱 岚 刘克诚 何建国

(国防科技大学电子技术系 长沙 410073)

**摘 要** 本文针对旋转体金属目标,提出了改进的时域递推法,以计算其电磁脉冲响应特性,它将面上的二维问题降为一维问题,减少了计算量,以便于计算大尺寸目标。同时,用该方法计算了不同脉冲宽度激励下球的反射波形和不同长度椭球的反射波形,并讨论了它们的特性。

**关键词** 电磁散射,瞬态响应,旋转椭球

**分类号** TN015

## Analysis of the Transient Electromagnetic Scattering Properties of An Ellipsoid of Revolution

Tian Lisong Qiu Lan Liu Kecheng He Jianguo

(Department of Electronic Technology, NUDT, Changsha, 410073)

**Abstract** An improved method of Stepping-in-Time Procedure to compute the EM impulse response properties of conducting bodies of revolution is provided in this paper. By this method, the two dimensions problem on surface is separated into one dimension problem and the time needed is shortened. It can be applied to large scale bodies target. Using the method, the response waves of conducting sphere under different impulses length and the response wave of ellipsoid of different length are computed and discussed.

**Key words** EM scattering, impulse response, bodies of revolution

各种不同结构目标的电磁特性研究对于目标识别、高分辨率雷达和雷达成像等技术的发展具有重要意义。一旦目标的瞬态电磁脉冲响应特性已知,则可以知其在其他任何波形激励下的响应,同时,根据目标的脉冲响应波形,结合已有知识和数据,可以推断目标的尺寸、形状等特征。

\* 1997年6月23日修订

本文直接从金属体目标满足的磁场积分方程(MFIE)<sup>[1]</sup>出发,为计算大尺寸目标特性而减少计算量,改进了时域递推法<sup>[2]</sup>,提出了旋转体的脉冲响应的计算方法,并用这一方法计算了球体在不同脉冲宽度激励下的响应波形,与文 [3]、[4] 等比较验证,同时计算了不同尺寸的椭球的脉冲响应,讨论了它们的波形的特征。

## 1 改进的时域递推法

### 1.1 时域递推法

时域递推法是 1968 年就已提出的一种时域求解电磁散射问题的方法<sup>[2]</sup>,它具有物理图像清晰,时间因果性明确,计算量相对少等优点。

对于一金属体目标,在入射波照射下,其表面  $S$  上的响应面电流密度(Surface Current Density) 满足 MFIE:

$$J_s(\mathbf{r}, t) = 2\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}'(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{2\pi} \hat{\mathbf{n}} \times \int \left\{ \frac{J_s(\mathbf{r}', \tau)}{R} + \frac{\partial J_s(\mathbf{r}', \tau)}{\partial \tau} \right\} \times \frac{\mathbf{R}}{R^2} d's \quad (1)$$

$J_s$  为  $S$  上的 SCD,  $\mathbf{H}'$  为入射磁场,  $\hat{\mathbf{n}}$  为  $S$  的外单位法矢量,  $\mathbf{r}$  为场点,  $\mathbf{r}'$  为源,  $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$ ,  $R = |\mathbf{R}|$ ,  $t$  为光速与时间的乘积,单位为光米,  $\tau = t - R$ 。(1) 式是将  $t$  时刻  $S$  上  $r$  处的 SCD 表示成该处激励磁场和  $S$  上其它处的以前时刻的 SCD 对  $r$  处的作用之和,因而当脉冲波入射时,在时间上递推,可以求得  $S$  上 SCD 的响应波形。时域递推法就是利用此原理,将  $S$  表面和时间  $t$  离散化,令:

$$J_s(\mathbf{r}, t) = \sum_m \sum_n A_{mn} V(\mathbf{r}_m) U(t_n)$$

其中,  $U, V$  分别是  $S$  面和时间  $t$  上的矩脉冲函数,当  $t=0$  时刻激励脉冲开始作用在  $S$  上,以后的 SCD 可以由 (1) 式推出。当 SCD 求出后,空间  $r$  处的磁场散射波可由下式计算出<sup>[1]</sup>:

$$\mathbf{H}^s(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi r} \int_S \left\{ \frac{\partial}{\partial \tau} J_s(\mathbf{r}', \tau) \times \hat{\mathbf{a}}_R \right\} dS' \quad (2)$$

当目标尺寸大时,  $S$  上分块很多,这种方法计算量仍然很大。为了减少计算量,针对一大类旋转体目标,用傅氏级数展开,将面上二维的问题降为一维问题,从而大大减少计算量。我们称之为改进的时域递推法。

### 1.2 旋转椭球面上的局部坐标系

为了讨论和计算,首先给出旋转椭球面上的局部坐标系关系。椭球面为:

$$\begin{cases} x = a \sin[\text{tg}^{-1}(\frac{c}{a} \text{tg}\theta)] \cos\varphi \\ y = a \sin[\text{tg}^{-1}(\frac{c}{a} \text{tg}\theta)] \sin\varphi \\ z = c \cos[\text{tg}^{-1}(\frac{c}{a} \text{tg}\theta)] \end{cases} \quad (3)$$

$a, c$  分别是椭球的短半轴和长半轴,从而得面上  $(r, \theta, \varphi)$  处的局部坐标系  $(\xi, \eta, \varphi)$  的单位坐标

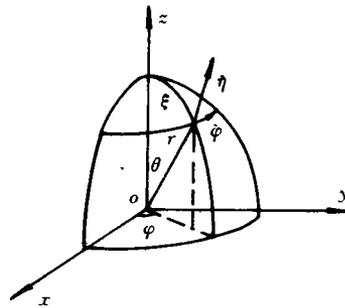


图 1

方向矢量为:

$$\begin{cases} \hat{\xi} = -\hat{r}_0 = -[\alpha \cos\gamma(\cos\varphi\hat{x} + \sin\varphi\hat{y}) - c\sin\gamma\hat{z}]/D \\ \hat{\phi} = \hat{r}_\varphi = -\sin\varphi\hat{x} + \cos\varphi\hat{y} \\ \hat{\eta} = -\hat{\xi} \times \hat{\phi} \end{cases} \quad (4)$$

$$\gamma = \text{tg}^{-1}\left(\frac{c}{a}\text{tg}\theta\right), D = (a^2\cos^2\gamma + c^2\sin^2\gamma)$$

$$\alpha = acD/B, \beta = a\sin\gamma, B = a^2\cos^2\theta + c^2\sin^2\theta$$

局部坐标系下  $S$  上面积元为  $dS' = a'd'\xi'd\phi' = aD'\sin\gamma'd\gamma d\phi'$ 。  $S$  上单位法矢量为  $\hat{n} = \hat{\eta}$ ，令  $\hat{z}$  与  $\hat{\xi}$  的夹角为  $\nu$ ， $\cos\nu = \hat{z} \cdot \hat{\xi} = c\sin\gamma/D$ 。

### 1.3 旋转体上改进的时域递推法

假设入射波为一高斯型脉冲平面波（前后沿幅度足够小时截断）沿  $\theta$  方向入射，入射平面为  $XOZ$  面，如图 2。入射磁场为

$$\mathbf{H}^i(\mathbf{r}, t) = \hat{a}_p H_0 \exp[-g^2(t - x\sin\theta - z\cos\theta)^2] \quad (5)$$

$H_0 = \pi/\sqrt{g}$ ， $g$  为脉宽因子。 $\hat{a}_p$  为磁场极化方向。对任意的极化方向，可以分解成平行

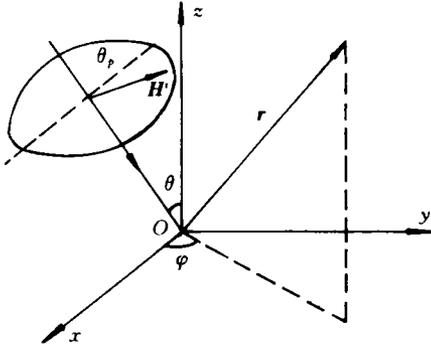


图 2

极化和垂直极化两部分之和:

$$\mathbf{H}^i = \mathbf{H}_\rho + \mathbf{H}'_o \quad (6)$$

$$\mathbf{H}_\rho = H_0 \cos\theta_p (-\hat{x}\cos\theta + \hat{z}\sin\theta) e^{-\kappa^2 E^2}$$

$$\mathbf{H}'_o = H_0 \hat{y} \sin\theta_p e^{-\kappa^2 E^2}$$

$$E = (t - x\sin\theta - z\cos\theta)$$

局部坐标中将入射激励波和 SCD 沿  $\varphi$  向展开成傅氏级数。入射波即:

$$\mathbf{H}^i = \sum_m [AK\xi \sim ] H_{m\xi} \frac{\cos m\varphi}{\sin m\varphi} + \hat{\phi} H_{m\varphi} \frac{\sin m\varphi}{-\cos m\varphi} \quad (7)$$

(7) 式上面适合垂直极化波，下面适合平行极化波。利用 (4) 式入射时，在  $S$  面上的激励磁场的傅氏级数的系数可以推得。对平行极化，有:

$$H_{m\xi} = H_0 \cos\theta_p \cos\theta (a_{m-1} - a_{m+1})/2$$

$$H_{m\varphi} = -H_0 \cos\theta_p \cos\theta \sin\nu (a_{m-1} + a_{m+1})/2 \quad (8a)$$

对垂直极化:

$$\begin{aligned}
H_{m\hat{\xi}} &= H_0 \sin\theta_r (a_{m-1} + a_{m+1})/2 \\
H_{m\hat{\varphi}} &= -H_0 \sin\theta (a_{m-1} - a_{m+1})/2 \\
a_m &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-k^2 E^2} \cos m\varphi d\varphi, m = 0, 1, 2, \dots
\end{aligned} \tag{8b}$$

设 SCD 为:

$$\mathbf{J}_s = \sum_m [\hat{\xi} J_{m\hat{\xi}}(\hat{\xi}, t) \frac{\cos m\varphi}{\sin m\varphi} + \hat{\varphi} J_{m\hat{\varphi}}(\hat{\xi}, t) \frac{\sin m\varphi}{-\cos m\varphi}] \tag{9}$$

将 (8), (9) 代入 (1), 令  $\psi = \phi - \varphi$ , 则可推得:

$$\begin{aligned}
J_{m\hat{\xi}}(\hat{\xi}, t) &= 2H_{m\hat{\xi}}(\hat{\xi}, t) - \dot{\mathbf{n}} \times \mathbf{P}_1 \cdot \hat{\xi} \\
J_{m\hat{\varphi}}(\hat{\xi}, t) &= 2H_{m\hat{\varphi}}(\hat{\xi}, t) - \dot{\mathbf{n}} \times \mathbf{P}_2 \cdot \hat{\varphi}
\end{aligned} \tag{10}$$

其中:

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_1 &= \int_s \frac{\mathbf{R}}{R^2} \times \left( \frac{1}{R} + \frac{\partial}{\partial t'} \right) [\hat{\xi}' J_{m\hat{\xi}}'(\xi', \tau) \cos m\psi + \hat{\varphi}' J_{m\hat{\varphi}}'(\xi', \tau) \sin m\psi] ds' \\
\mathbf{P}_2 &= \int_s \frac{\mathbf{R}}{R^2} \times \left( \frac{1}{R} + \frac{\partial}{\partial t'} \right) [-\hat{\xi}' J_{m\hat{\xi}}'(\xi', \tau) \sin m\psi + \hat{\varphi}' J_{m\hat{\varphi}}'(\xi', \tau) \cos m\psi] ds'
\end{aligned}$$

这样 S 面上的二维问题就变成了仅关于  $\hat{\xi}$  的一维问题。当轴向入射时,  $m$  仅取 1; 当斜入射时, 可按计算精度要求取有限项, 计算仅需在  $\varphi=0$  的一条线上递推。

#### 1.4 球和椭球的轴向散射波的计算

应用上述方法计算了  $R=0.5\text{m}$  的球在脉宽因子  $g=0.5$  时的反射响应如图 4 所示。图 3 为文 [3] 的结果。幅度的不同是由于入射强度不同。图 5 为  $g=2$  时的响应。又计算了  $a=0.5\text{m}$ ,  $c=1\text{m}$  和  $a=0.5\text{m}$ ,  $c=5\text{m}$  两种长度的旋转椭球的反射响应分别如图 6、图 7。计算时将时间离散化为  $\Delta T=0.2$  光米, 空间离散化为  $\Delta R \approx \Delta T$ 。S 面沿  $\theta$  向按等角划分,  $\varphi$  向则考虑使面元面积近似相同。 $\mathbf{P}_1$ ,  $\mathbf{P}_2$  的积分分成 4 种情况: 自元耦合, 邻元耦合, 球冠元和和其它元。详细计算公式可参阅文 [5]、[6]、[7] 等。在长椭球情况, 又将考虑全部面元耦合 (图 7) 和忽略间距大于 3m 的面元耦合 (图 8) 两种情况作了对比。

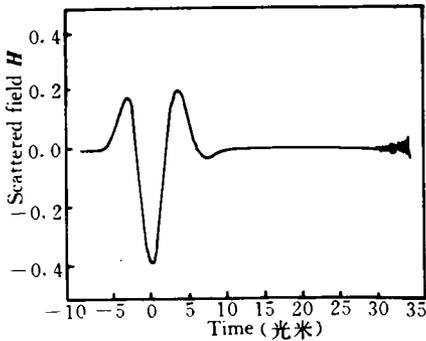


图 3

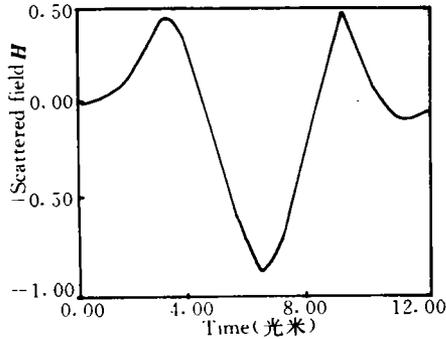


图 4

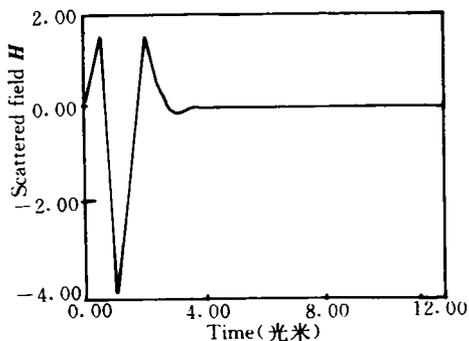


图 5

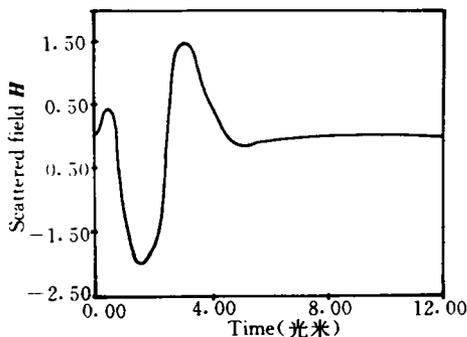


图 6

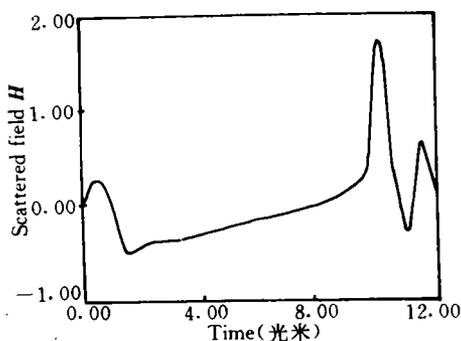


图 7

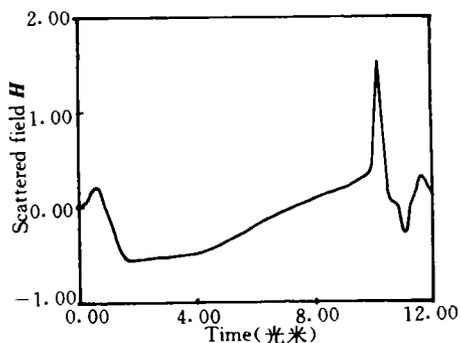


图 8

## 2 球和椭球的瞬态散射响应特性

从球对不同宽度的脉冲激励响应可以看出，反射波的前后沿都相对较高，中间反峰对应反射最强烈时刻。当脉冲变窄时，反射波也变窄，前后沿依然存在但幅度降低，反峰大大增强，向理想镜面反射逼近。

再由椭球的反射波可看出：对相同脉冲宽度，椭球的反射波的前后沿之间的时间间隔与椭球长度有显著关系，长椭球的时间间隔较长，中间反峰变宽、变平。这说明目标的径向尺寸决定反射波的持续时间；同时，与球的反射波比较，二者的波形也有显著不同，前者的前后沿幅度总是近似相等，而后者的则有显著差别。这说明目标形状与散射波形也是有联系的。这些基本特征对研究复杂目标的特性有所启发。

从图 7 与图 8 的比较可以看出，忽略远距离元的耦合作用对计算影响不大，仅是对反射波的后期拖尾有微弱影响，反射波的形状没有变化。这说明，在大尺寸目标时，可以考虑用忽略这部分耦合的方法进一步减少计算量。

## 3 结束语

研究和计算表明，改进的时域递推法用以计算旋转体的瞬态散射特性是有效的。球

和椭球的脉冲响应也说明, 研究目标的瞬态电磁特性对目标特征分析有重要意义。

### 参 考 文 献

- 1 Transient Electromagnetic Fields, Edited by L. B. Felsen
- 2 A Technique for Computing Approximate Electromagnetic Impulse Response of Conducting Bodies. C. L. Bennett, Purdue University, Ph. D. N70-10802
- 3 Stability and Convergence of Time Marching Methods in Scattering Problems, B. P. Rynne, IMA. J. of AM. 1985, 35, 297~310
- 4 Electromagnetic Pulse Scattered by a Sphere. Egon Marx, IEEE, T-ap, 1987, Ap-35, (4)
- 5 Computer Techniques For Electromagnetics, Edited by R. Mittra, 1973
- 6 Self-Patch Integrals in Transient Electromagnetic Scattering, Egon Marx, IEEE T-AP, March 1995
- 7 Neighboring-Patch Integrals in Transient Electromagnetic Scattering, Egon Marx, IEEE T-AP, March 1995
- 8 王映明, 时域递推法研究, 国防科技大学 [硕士学位论文], 1988

(责任编辑 潘生)