δ 星座的分析与设计*

陈 磊 任 萱

(国防科技大学自动控制系 长沙 410073)

摘 要 卫星星座的选择与设计是航天任务实现中的一项重要环节。如何有效地进行 δ 星座的设计是本文着重探讨的问题。本文首先从集合的角度探讨了任一时刻多颗卫星对地面给定区域覆盖情况的分析方法, 利用仿真计算, 对 δ 星座进行分析, 提出 δ 星座的设计方法, 并给出了相应的仿真设计结果。

关键词 星座, 卫星群, 仿真, 遗传算法

分类号 P151

Analysis and Design of δ Constellation

Chen Lei Ren Xuan

(Department of Automatic Control, NUDT, Changsha, 410073)

Abstract The design of Satellite Constellation is one of the important steps to carry out space missions. This paper focuses mainly on the problem of how to design δ constellation effectively. The method, which is used to analyse the covering condition of some area with many satellites at one certain time, is discussed and certified. Based on this method, δ constellation is analysed by the means of simulating calculation. The method to design δ constellation is given at the end of the paper, and some δ constellation, which are designed by this method to fulfill some special needs, are listed.

Key words constellation, satellites, simulation, genetic algorithm

随着航天技术、电子技术的飞速发展, 卫星技术在通信、导航、对地预测等领域中得到了广泛的应用, 现代小卫星的兴起, 又使卫星的应用范围在深度和广度上不断扩展。如今, 利用小卫星组成的星座为人类提供各种服务已成为卫星应用的一种技术趋势。由于星座在实际应用中具有单星不可比拟的优越性, 因此从 20 世纪 60 年代起, 许多国内外学者都对其进行了研究。到目前为止, 主要提出了以下几种卫星星座类型: 星形星座、δ 星座、玫瑰星座、σ 星座和 Ω 星座[3]。

这些星座, 从一定意义上而言, 属于简单星座的范畴, 即星座中的所有卫星轨道高度、轨道倾角均相同, 轨道偏心率近似为零。它有两个明显的优点:

(1) 由于每颗卫星的运行情况基本类似, 所以每颗卫星所受的摄动影响基本相同, 卫星间相互位置保持不变, 因此卫星星座总的形状保持不变, 即卫星星座受摄动的影响比较小。

(2) 因为简单星座一般采用近圆轨道, 卫星运行角速度基本保持恒定, 这对于全球均匀覆盖极为有利。

简单星座具有很强的工程应用潜力。在简单星座的各个星座类型中, δ 星座是其它卫星星座的基础, 其它星座均是由 δ 星座派生出来的, 因此本文将着重对 δ 星座进行分析和讨论。

1 δ 星座的性质

由 δ 星座的定义[3]可知, δ 星座以各条轨道对参考平面有相同的倾角, 以及节点按等间隔均匀分布

* 国防预研基金资助项目
1997 年 9 月 29 日收稿
第一作者: 陈磊, 男, 1974 年生, 博士生

为特征。δ 星座可以用五个参数 T(卫星数)、p(轨道面数)、F(权值)、δ(倾角) 和 h(高度) 来描述，通常用 $T/p/F$ 表示 δ 星座的参考码或描述符。如图 1 所示 (黑点表示卫星)，为有三个轨道面的 δ 星座，δ 星座的参考码为 9/3/0。

δ 星座具有良好的覆盖特性，但由于不同轨道面之间的相互关系比较复杂，所以目前还没有一般的解析分析方法，通常需要利用仿真数值法来求优化解。

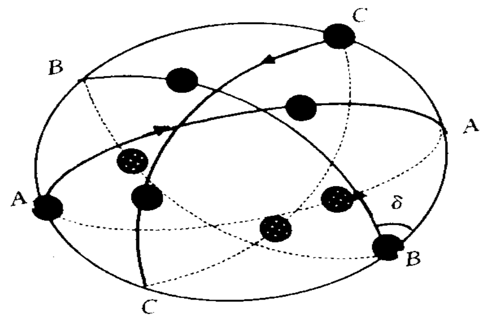

图 1　δ 星座在规则网上的示意图

2　任一时刻卫星星座覆盖情况分析

由于星座是由卫星构成的，因此星座的覆盖分析也应由卫星的覆盖入手。单颗卫星对地面的覆盖情况[1]如图 2。图中 h 为卫星的高度，S 为星下点，O 为卫星，O_e 为地心，R 为地球半径，σ 为最小观测角，则覆盖角 d 为

$$d = \arccos\left(\frac{R\cos\sigma}{R+h}\right) - \sigma \tag{1}$$

卫星星座的覆盖是各个卫星覆盖情况的综合，因此卫星星座的覆盖分析也就是将所有卫星覆盖区情况进行综合分析。下文将给出一种综合分析方法及其证明。

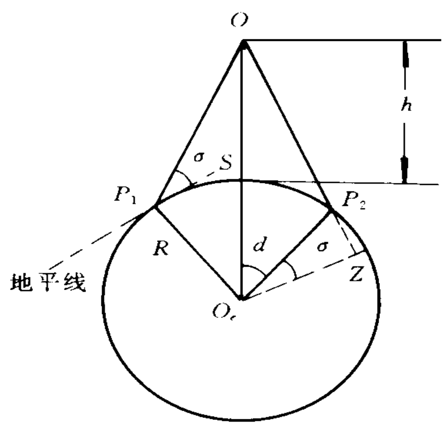

图 2　卫星对地面的覆盖

引理 1　在 n 维实空间 R^n 中，存在一个单连通有界区域[8] M，一个单连通有界区域的集合 $V = \{D_i, i = 1, \cdots, N\}$；$M$ D $D_i, i = 1, \cdots, N$；依据 V 中元素与 M 的关系，可将 V 分为三个子集

$V = V_1 \cup V_2 \cup V_3$

$V_1 = \{D \quad D \in V, D \subset M\}$

$V_2 = \{D \quad D \in V, D$ D $M, D \cap M \neq \approxeq\}$

$V_3 = \{D \quad D \in V, D \cap M = \approxeq\}$

如果 (1) 对于 V_1 中的任一元素 D，D 的边界上的任一点属于 V 中某一不为 D 的元素，且不为其边界点；(2) 对于 V_2 中的任一元素 D，D 的边界上的任一属于 M 的点属于 V 中某一不为 D 的元素，且不为其边界点；

令 V 中所有元素的并集为 P，$P = D_1 \cup D_2 \cup \cdots \cup D_N$，则 M 包含于 P，$M \subset P$。

此引理可以利用反证法进行证明。

假设 M D P，即存在一个点 X，且 $X \in M, X \notin P$；因为 $P = D_1 \cup D_2 \cup \cdots \cup D_N$，$D_i$ 均为单连通有界区域，所以 P 为有界区域；又因为 $X \in M, X \notin P, P \cap M \neq \approxeq$，则在 P 中必可找到一边界点 X_p，使得 $X_p \in M$，则 X_p 必为 V_1、V_2 中某一元素 D 在 M 中的边界点。由 X_p 为 P 的边界点可知，X_p 的任意小邻域中必存在不属于 P 的点。由 X_p 为 V_1、V_2 中某一元素 D 在 M 中的边界点可知，X_p 必属于 V_1、V_2 中另一个元素，且不为其边界点，则 X_p 的某一邻域必包含于此元素，即包含于 P。上述两种推论互相矛盾，因此假设不成立，则 $M \subset P$。

引理 2　在引理 1 的假设前提下，如果 (1) 对于 V_1 中的任一元素 D，如果 D 的边界上的任一点属于 V 中 k_1 个不为 D 的元素，且不为其边界点；(2) 对于 V_2 中的任一元素 D，如果 D 边界上的任一属于 M 的点属于 V 中 k_2 个不为 D 的元素，且不为其边界点；

取 $K = \min(k_1, k_2, k_3)$，P 为 V 中所有元素的并集，$P = D_1 \cup D_2 \cup \cdots \cup D_N$；则集合 M 将 K 倍包含于 P。

引理 2 是引理 1 的扩展，因此它的证明与引理 1 的证明类似，此处省略。

由于在卫星星座覆盖分析中，单个卫星的覆盖区域是二维空间中的单连通有界区域，而且地球表

面也可抽象为一个球面，即一种特殊的二维平面，因此利用上述引理我们可以得到卫星在地球表面的覆盖判别算法。

算法 **1** 局部区域覆盖判别算法

设地球表面有一局部单连通区域 A，当前时刻 n 颗卫星的地面覆盖区域的集合为 $V = \{G_i, i = 1, \cdots, N\}$, G_i 为第 i 颗卫星的有界覆盖区域。

首先将覆盖重数定为 0 次。

(1) 如果存在区域 G_j，使得 $A \subset G_j$，则将 G_j 从 V 中取出，并将覆盖重数加 1。

(2) 经过第一步后，定义此时集合为 V'。如果集合 V' 不为空集，则 V' 可以分为三个子集 V_1、V_2 和 V_3，且 $V_1 = \{G \mid G \subset V', G \subset A\}$, $V_2 = \{G \mid G \subset V', G \cap A \neq \approxeq, G \text{ D } A, A \text{ D } G\}$, $V_3 = \{G \mid G \subset V', G \cap A = \approxeq\}$

(3) 分以下几方面考虑：(a) 对于子集 V_1 中任一区域 G，如果区域 G 的边界上的每一点均被 V' 中至少 m 个不为 G 的有界区域所包含；(b) 对于子集 V_2 中任一区域 G，如果区域 G 的包含在 A 中的边界上的每一点均被 V' 中至少 k 个不为 G 的有界区域所包含；(c) 取 $p = \min(m, k)$，则覆盖重数加 p。

经过上述步骤，最终所求得的覆盖重数即为当前时刻卫星对地球表面区域 A 的覆盖重数。

图形示意见图 3，其中带小点的区域为 A，其余分别为各个卫星的覆盖区域，此时区域 A 被卫星 2 重覆盖。

纬度带、地球球面均为局部区域的特例，因此利用算法 1 也可以判定纬度带覆盖和全球覆盖的覆盖重数。但由于全球覆盖中球面特殊的几何特性，我们可以得到简化的全球覆盖判别算法。

算法 **2** 全球覆盖判别算法

设当前时刻 n 颗卫星的地面覆盖区域的集合为 $V = \{G_i, i = 1, \cdots, N$, G_i 为第 i 颗卫星的有界覆盖区域。对于集合 V 中任一区域 G，如果区域 G 的边界上的每一点均被 V 中至少 p 个不为 G 的有界区域所包含，则当前时刻卫星的全球覆盖重数为 p。

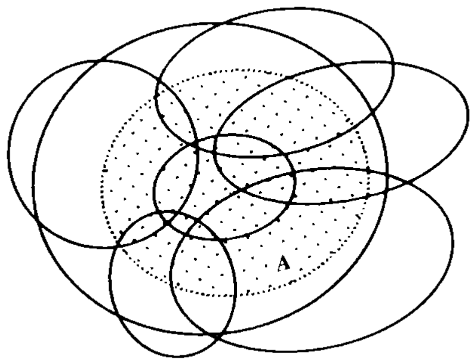

图 3 局部覆盖示意图

3 δ 星座具体性能分析

对于任一给定的 δ 星座，我们可以利用上述的判别定理，采用仿真数值法来分析星座性能，即首先分析每一时刻星座的覆盖情况，然后将各个时刻的情况综合起来对该星座进行分析评估。

在仿真过程中，我们必须确定仿真计算的时间长度。一般情况下，对于全球覆盖分析和纬度带覆盖分析，仿真时间长度取一个星座周期即可。对于其它区域覆盖分析，仿真时间长度应取一个星座周期与地球自转周期的公倍数。

定义 **1** 在赤道直角坐标系下，设每颗卫星相互之间是无差别的，星座连续两次运行为同一种形状的时间为一个星座周期。

因此卫星星座周期 $T_s = \dfrac{2\pi}{s}\sqrt{\dfrac{(R+h)^3}{\mu}}$ (2)

其中 s 为每个轨道面上卫星的个数；R 为地球的半径；h 为卫星距地面的高度。

在一个星座周期中，等时间间隔地抽取 N 个时刻分析卫星星座的覆盖情况。即对任一取定时刻 t_0，分别求出当 $t_i = \dfrac{i}{N}T_s + t_0$ 时的覆盖重数 C_i, $i = 0, 1, \cdots, N-1$。由此我们可以求得卫星星座的总体覆盖性能指标——最小覆盖重数：

$$C_{\min} = \min(C_0, C_1, \cdots, C_{N-1}) \tag{3}$$

最小覆盖重数可以有效地表示卫星星座在实际应用中的基本覆盖情况，即卫星星座的实际覆盖重数一定大于等于最小覆盖重数。

在以上定义的基础上，依据算法1、算法2可得如下结论:

推论1　一个确定的δ星座，其余条件不变，高度越高覆盖性能越好（见图4）。

推论2　两个δ星座最小覆盖重数相同并不表明两个星座的局部覆盖性能也相同（见图5）。

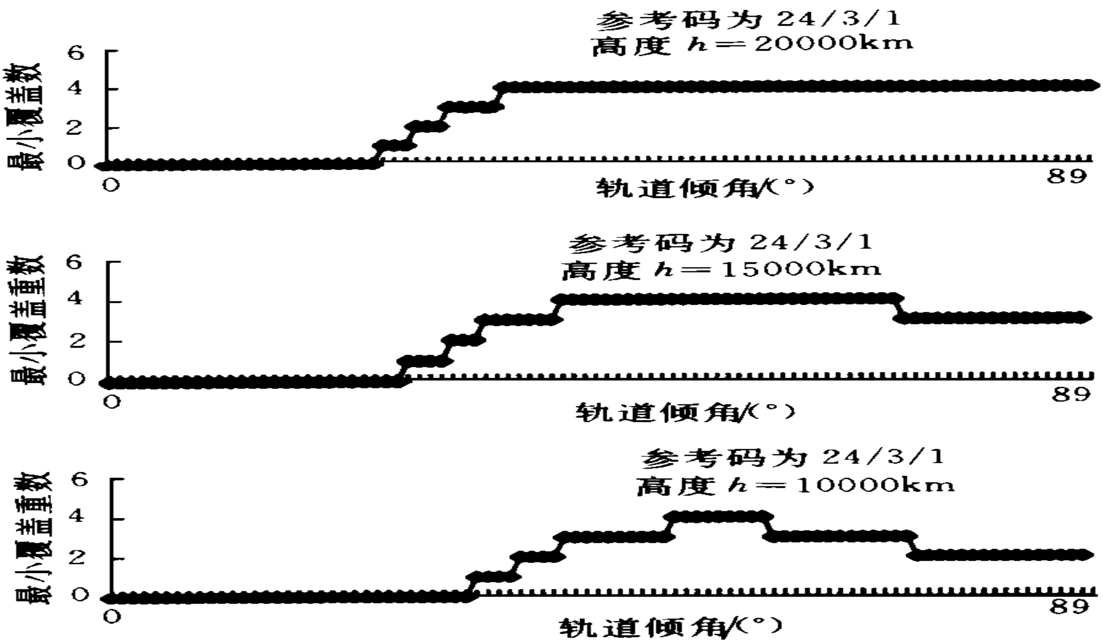

图4　δ星座覆盖性能分析图

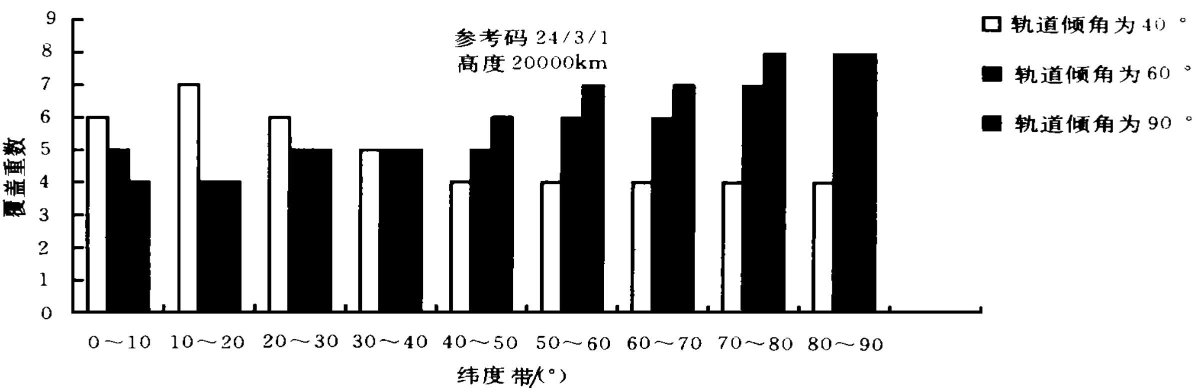

图5　δ星座纬度带性能分析图

依据推论可知，最小覆盖重数只能表明卫星星座覆盖的最不理想的情况，在实际应用中，该指标主要起门限值的作用。针对具体问题，我们可以利用模糊集合的理论对覆盖性能作进一步的细化，本文在此不进行讨论。

4　δ星座的仿真设计

δ星座的仿真设计是指在一定约束条件下，利用仿真算法，找出满足覆盖性能的δ星座。依据约束条件的取舍，仿真设计可以采用以下两种方法:

一种方法是穷举法，这主要用于对高度不敏感的星座进行设计。依据推论1，我们可以取高度范围的上限作为δ星座的轨道高度；又由于对于一定范围的卫星总数T值，$T/p/F$的组合是有限的，这样

δ星座的变参数只有一个，即轨道倾角，因此可以通过全范围搜索来找出满足覆盖性能的δ星座。这种方法可以得到大量的解，其中有些解在实际应用中毫无意义，因此穷举法主要用于卫星星座初步设计，为进一步设计提供数据依据。表1所表示的是轨道高度上限为2.0×10^4km，最小观测角为10°，最小覆盖重数大于4的一些δ星座。

表1　卫星星座初步设计结果

序号	T	p	F	满足 $C_{min}\geq4$ 倾角的范围	
				最大角/(°)	最小角/(°)
0	18	3	0	54	63
1	18	3	1	48	62
2	18	3	2	49	60
3	18	6	2	62	62
4	18	6	4	48	54
5	20	5	0	57	64
6	20	5	1	64	67
7	20	5	3	54	67
8	20	5	4	51	65
9	21	3	0	41	78
10	21	3	1	39	78
11	21	3	2	40	75

另一种方法主要采用遗传算法进行优化分析。遗传算法是20世纪60年代Holland根据生物进化的特性而创建的，它是一种概率搜索算法，其基本思想是模拟自然界中的群体进化过程。遗传算法的优越性表现在：它在搜索过程中不容易陷入局部最优，即使在所定义的适应函数是不连续的、非规则的或有噪声的情况下，它也能以很大的概率找到全局最优解[6, 7]。

因此遗传算法具有广泛的应用范围。我们可以通过一定的公式将所有约束条件映射为遗传算法的适值，利用该适值即可求出满足约束条件的具有最佳覆盖性能的卫星星座。由于实际要求多种多样，转化公式无法给出统一的形式，需要具体问题具体讨论。

例如对全球导航定位系统，取最小观测角为10°，要求(1)星座最小覆盖重数大于4，且最小覆盖重数越大越好；(2)星座卫星总数要求极小，卫星高度越低越好；(3)由于星座性能台阶的需要，轨道面数要求极小。通过分析，取遗传算法适值为

$$E = f(C_{min}) + 2\times\frac{30-T}{30} + \frac{h_{max}-h}{h_{max}} + 0.5\times\frac{10-p}{10} \tag{4}$$

其中

$$f(C_{min}) = \begin{cases} 2+(C_{min}-4)^2/16 & (C_{min}\geq4) \\ C_{min}/4 & (C_{min}<4) \end{cases} \tag{5}$$

$$h_{max} = 20\,000\text{km}$$

利用遗传算法可得，所求δ星座的轨道高度为16 782.5km，轨道倾角为56.4°，参考码为18/3/1。

参考文献

1 任萱. 人造地球卫星轨道力学. 长沙: 国防科技大学出版社, 1990

2 Wertz J R, Larson W J. 航天任务的分析与设计. 北京: 航空工业出版社, 1990

3 杨嘉樨主编. 航天器轨道动力学与控制. 北京: 宇航出版社, 1990

4 Ballard A H. Rosette constellations of earth satellites. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1980, 16 (5)

5 Mozhayer G V. The Problem of Continuous Earth Coverage and Kinematically Regular Satellite Networks. I. Cosmic Res., 1972, 10 (UDC629, 191), Nor-Dec

6 Goldberg D E. Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989

7 刘勇等. 非数值并行算法 (遗传算法). 北京: 科学出版社, 1995

8 S·李普舒茨. 一般拓扑学. 上海: 华东师范大学出版社, 1984

9 林来兴. 现代小卫星及其关键技术. 中国空间科学技术, 1995, (4)