

## 尾喷流底部流场与外流场干扰的拓扑结构数值模拟\*

郑忠华 陈伟芳 吴其芬

(国防科技大学航天技术系 长沙 410073)

**摘要** 本文从非定常全 NS 方程出发, 运用时间推进方法, 采用有限体积方法离散控制方程, 模拟了轴对称钝锥尾喷流场与外流场的干扰, 得到了随时间发展的精细的流场拓扑结构, 并对几种出口压力比的不同情况进行了比较和分析。

**关键词** 拓扑结构, 极限环, 混沌现象, 有限体积离散, 时间推进法

**分类号** V211

## The Numerical Simulation of Topological Structure in the Based Flow of Jet wake with Disturbance of a Main Flowfield

Zheng Zhonghua Chen Weifang Wu Qifen

(Department of Aerospace Technology, NUDT, Changsha, 410073)

**Abstract** The numerical calculation of the unsteady full Navier-Stokes equations by means of time-marching is discussed in this thesis. To simulate jet wake and main flowfield's diturbance of axisymmetric blunt body, the finite volume method is used in the governing equations. The numerical results of time-marching give some fine topological structure of near wake. In addtion we make comparison and analysis in some different ratios of pressure.

**Key words** topological structure, limited ring, chaotic phenomenon, finitevolume, time-marching method

70年代以来非线性动力学受到广泛的重视。在流体力学应用方面, 研究者们对流动不稳定中的非线性效应进行了广泛的探索, 在各种简化 NS 方程假设下数值模拟了二维和轴对称流场随参数变化引起的拓扑结构变化。本文从非定常全 NS 方程出发, 运用时间推进方法, 采用 MacCormack 两步隐式有限体积方法离散控制方程, 数值模拟了尾喷流场与外流场之间复杂的非线性波系干涉现象, 得到了干涉流场随时间推进过程中的较精细的流场拓扑结构。分析表明, 关于绕流流场的 Hunt 定理也适用于本文所模拟的非绕流流场; 数值模拟还表明, 在参数的一定变化范围内, 流场还将出现极限环<sup>[1]</sup>, 以及由于极限环的破裂而导致的混沌现象。

## 1 基本理论

### 1.1 控制方程

本文以高超音速带喷流钝锥底部流场中非线性波系干扰效应引起的流场拓扑结构变化为研究对象。在无攻角水平来流条件下, 流场可用轴对称 NS 方程来描述。以来流参数对方程进行无量纲化, 得到了轴对称流动的无量纲弱守恒形式的 NS 方程:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (rG)}{\partial r} = \frac{1}{Re} \frac{\partial Fv}{\partial x} + \frac{1}{rRe} \frac{\partial (rGv)}{\partial r} + H$$

\* 1997年10月5日收稿

第一作者: 郑忠华, 男, 1972年生, 博士生

式中各符号意义见文献 [2]。

### 1.2 数值方法

本文采用 MacCormack 两步隐式来回追赶法迭代求解方程。在显式部分, 无粘对流项采用 Steger 矢量通量分裂法<sup>[3]</sup>和 NND 格式<sup>[4]</sup>离散, 粘性项采用中心差分格式离散, 保证二阶精度。在隐式部分, 在时间和空间上皆采用一阶精度格式并引进杂交通量法<sup>[5]</sup>, 将矩阵运算转化为代数运算。经上述离散后, 轴对称 NS 方程的隐式迭代离散方程为

第一步:

$$K \delta U_{ij}^{n+1} - \frac{\Delta t}{A_{ij} r_{ij}} A_{i-\frac{1}{2}j}^+(rs)_{i-\frac{1}{2}j} \delta U_{i-\frac{1}{2}j}^n - \frac{\Delta t}{A_{ij} r_{ij}} B_{ij-\frac{1}{2}}^+(rs)_{ij-\frac{1}{2}} \delta U_{ij-1}^n = - \frac{\Delta t}{A_{ij} r_{ij}} RH S_{ij}^n$$

第二步:

$$K \delta U_{ij}^{n+1} + \frac{\Delta t}{A_{ij} r_{ij}} A_{i+\frac{1}{2}j}^-(rs)_{i+\frac{1}{2}j} \delta U_{i+\frac{1}{2}j}^{n+1} + \frac{\Delta t}{A_{ij} r_{ij}} B_{ij+\frac{1}{2}}^-(rs)_{ij+\frac{1}{2}} \delta U_{ij+1}^{n+1} = K \delta U_{ij}^{n+1}$$

式中各符号意义见文献 [6]

### 1.3 网格生成

本文采用代数方法生成网格。将流场分成四个区域, 根据流动特征, 通过一个指数函数有选择地布置网格的疏密度:

$$f = \frac{(\beta + 1) - (\beta - 1)A}{(2\alpha + 1)(A + 1)}, A = \exp\left[\frac{c}{1 - \alpha} (1 - \alpha - \lambda)\right], c = \ln \frac{\beta + 1}{\beta - 1}, \lambda = \frac{m - m_1}{m_2 - m_1}$$

式中,  $m_1, m_2$  为区间两个端点的网格序号;  $\beta$  是压缩因子且  $\beta > 1$ ;  $\alpha$  是压缩控制参数,  $\alpha = 0$  为单向压缩,  $\alpha = 0.5$  为双向压缩。

### 1.4 边界条件

入口边界条件由头身部流场计算给出; 喷口为超音速气流, 给出喷入气体的所有参数, 压力比  $P_0/P$  的计算范围为  $0 \sim 1250$ ; 底部壁面边界条件由固壁无滑移条件给出, 且为等温壁; 中心轴由轴对称条件给出; 外边界由来流条件给出; 出口条件按线性外推给出。

## 2 计算结果及分析

### 2.1 无喷钝锥的计算

为了检验数值方法的可靠性, 本文以 RAM-C 外形为参照外型, 在标准实验条件(半锥角  $\theta = 10^\circ$ ; 钝度比  $R_n/R_d = 0.2$ , 马赫数  $M = 16.35$ , 气体介质为比热比  $\gamma = 1.6$  的氦气)下, 进行了数值模拟。图 1 给出了沿对称轴的计算结果与实验值的速度和压力比较图。可见, 本文计算结果同实验数据相吻合。

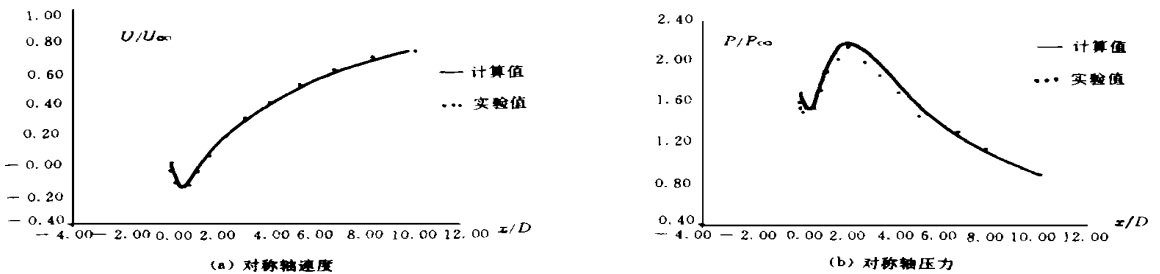


图 1

### 2.2 带喷钝锥的计算

本文的计算是在下述条件:

喷口与底部之比:  $R_1/R_d = 0.2$

来流: 高度  $H = 69\text{km}$ , 马赫数  $M = 20$ , 压强  $P = 5.98\text{Pa}$ , 温度  $T = 222\text{K}$

喷流: 5 锥形流且出口马赫数  $M_1 = 1.535$ ; 温度  $T = 1360\text{K}$

保持不变的情况下，改变出口压力来研究喷流钝锥底部近尾迹流场的拓扑结构的演变。事实上，根据雷诺数定义： $Re = \rho V D / \mu$ ，改变压力亦即改变密度，也就改变了雷诺数。本文应用 Hunt 定理：

$$\left[ \begin{matrix} N + \frac{1}{2} & N \end{matrix} \right] - \left[ \begin{matrix} S + \frac{1}{2} & S \end{matrix} \right] = 1 - n$$

对子午平面上半部分的计算结果进行流场拓扑结构分析。

A. 分叉现象

记  $P = P_0 / P$  为喷流出口压力比，以下面七种典型的稳定流态讨论流场拓扑结构随压力比的变化出现的各种分叉现象。

1)  $P = 0$  (无喷出气体)

流场中出现了顺时针方向旋转的单涡，且为不稳定焦点；在壁面附近和对称轴上各出现了一个半鞍点  $S_1$ 、 $S_2$ ，如图 2 所示。

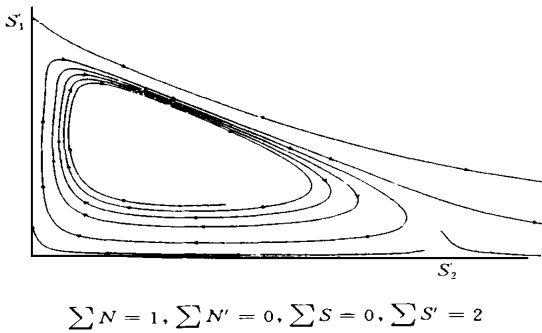


图 2  $P = 0$

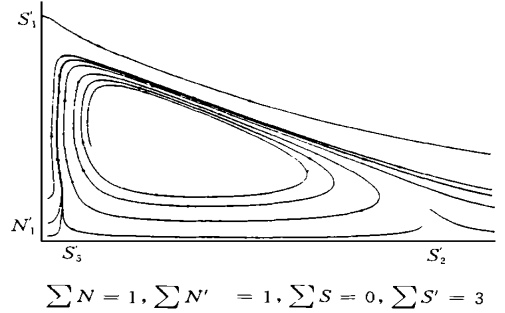


图 3  $P = 0.615$

2)  $0 < P < 1.231$

与 1) 一样，流场中仅有一个顺时针方向旋转的单涡，且为不稳定焦点。但在对称轴上靠近物面附近又多了一个半鞍点  $S_3$ ，这种现象称为局部分叉，如图 3 所示。并且随着  $P$  的增大， $S_3$  逐渐外移，涡逐渐减小。因只考虑子午平面的上半部分，喷流视为半结点  $N_1$ 。

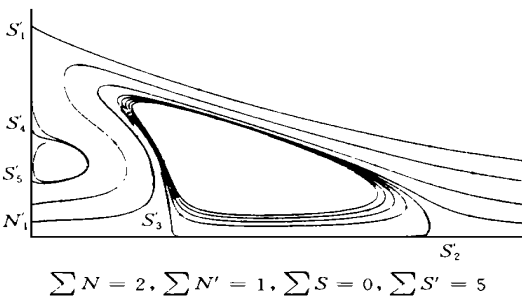


图 4  $P = 1.539$

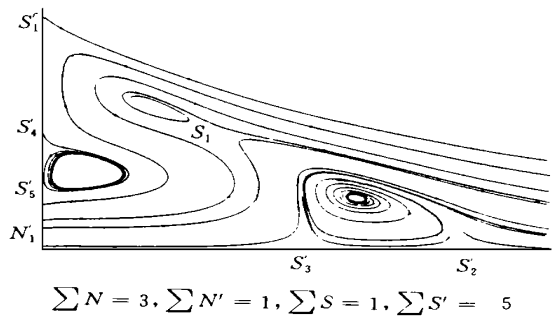


图 5  $P = 1.847$

3)  $1.231 < P < 1.785$

在 2) 的单涡的左方近壁面处形成一个新涡，此新涡为逆时针方向旋转的不稳定焦点。随着新涡的出现，在壁面上出现了两个半鞍点  $S_4$ 、 $S_5$ ，如图 4 所示。随着  $P$  的增加，新涡增大，单涡缩小。

4)  $1.785 < P < 1.91$

与 3) 不同的是，在剪切层里又出现了一个顺时针方向旋转的不稳定焦点，流场中具有三个涡，并出现鞍点  $S_1$ ，如图 5 所示。随着  $P$  的增大，壁面附近的两个涡逐渐增大，右涡逐渐缩小。这种情况变化范围小，极不容易捕捉。在  $P = 1.786$  时，我们将网格加密为  $100 \times 100$  进行了计算，结果如图 6 (a) 所示。在流场最右面的涡中，中心部分流线为顺时针方向由里往外旋转，而外面部分流线为顺时针

方向由外往里旋转，在其交汇处会出现极限环。图 6 (b) 为极限环的放大图。

5)  $1.91 < P < 12.32$

流场中仅在壁面附近有两个不稳定焦点，上方顺时针方向旋转，下方为逆时针方向旋转，如图 7 所示。在这种情况下，剪切层气流起着主导作用，将喷流上拉。

6)  $12.32 < P < 1232.18$

与 5) 一样，流场中也只有两个涡。所不同的是，此时喷流起着主导作用，将剪切层气流下拉，如图 8 所示。

7)  $P > 1232.18$

喷流作用进一步加强，下面的涡破裂消失，流场中只有一个涡，同时鞍点  $S_1$  消失，如图 9 所示。

### B. 浑沌现象

数值模拟表明，当  $P > 1.91$  时，极限环破裂，对称轴上的半鞍点  $S_2$ 、 $S_3$  消失，出现整体分叉，进入浑沌运动。算例  $P = 1.925$  中，当计算满足精度要求后，流场的拓扑结构将随着时间推进步的增加呈随机性而又有序的变化。图 10 给出了随时间推进而呈周期性变化的四种典型流态。

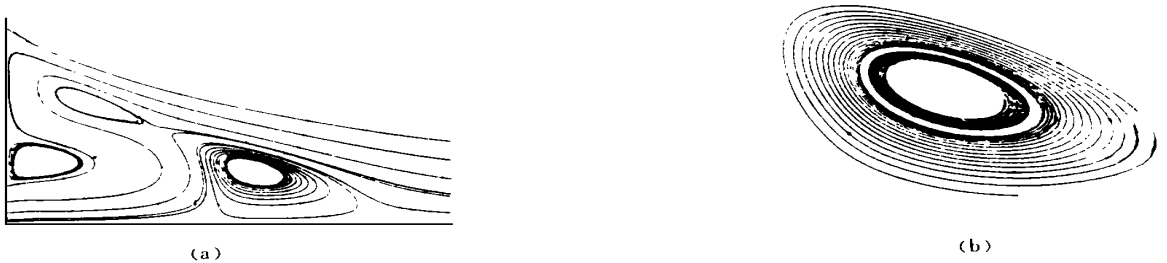


图 6 极限环

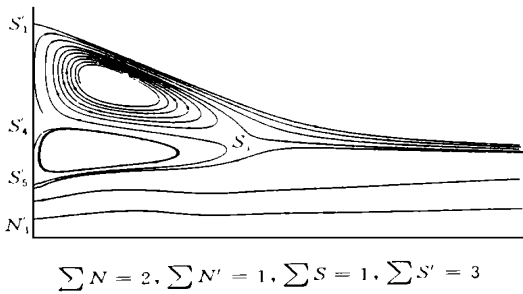


图 7  $P = 6.155$

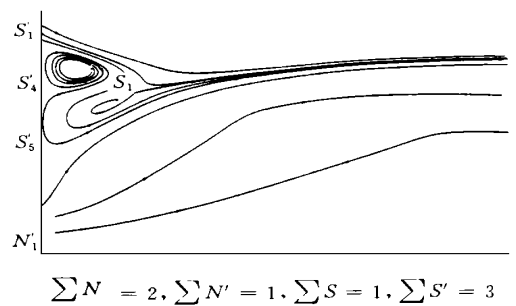


图 8  $P = 123.218$

## 3 结论

通过计算和分析，我们得到：

(1) 上述七种情况流场的拓扑结构都满足 Hunt 定理。

(2) 在本文的计算条件下，随着喷流出口压强的改变，近尾迹流场出现了七种不同的拓扑结构。

(3) 在  $P$  近似为 0、1.231、1.785、1.91、12.32、1232.18 时，流场会出现分叉现象，也就是说，上述六点为分叉点。

(4) 当  $P > 1.91$  时，流场开始进入浑沌区。

本文讨论了喷流压力的改变对钝锥底部近尾迹流场拓扑结构的影响，得到了一些初步结果。其他因素，如来流条件的变化、喷流出口速度的变化以及喷口的改变等都未考虑；更进一步，浑沌区有多宽，极限环演变过程的细节以及对分叉和浑沌现象的机理等，都有待深入研究。

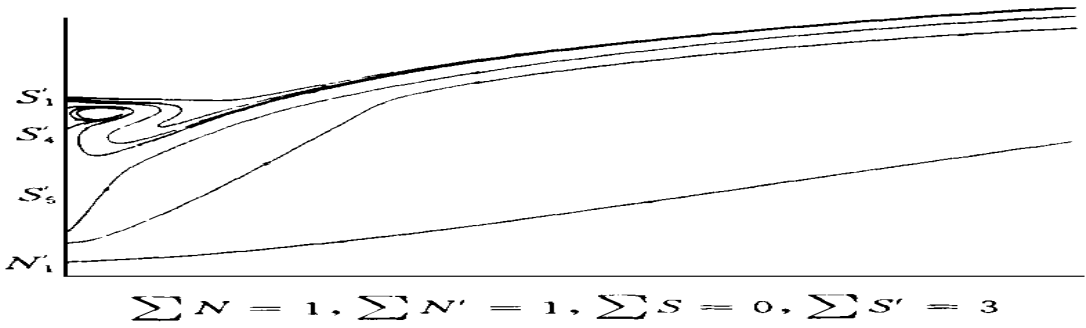


图9  $P = 1240.2$

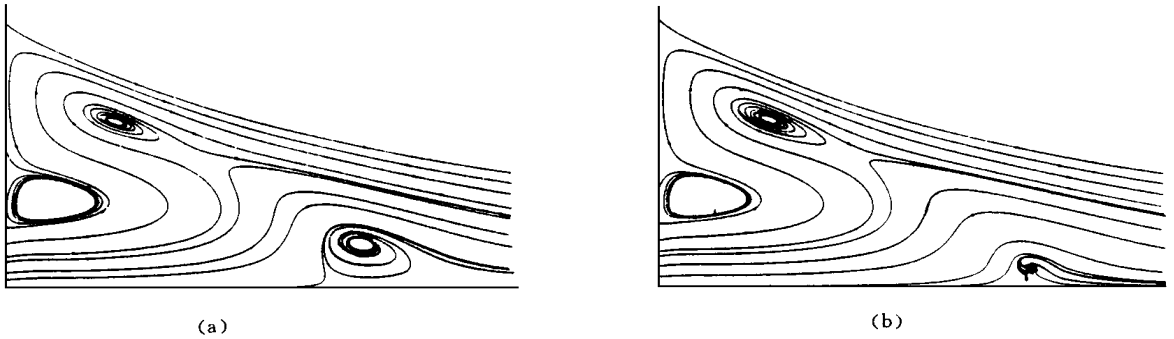


图10

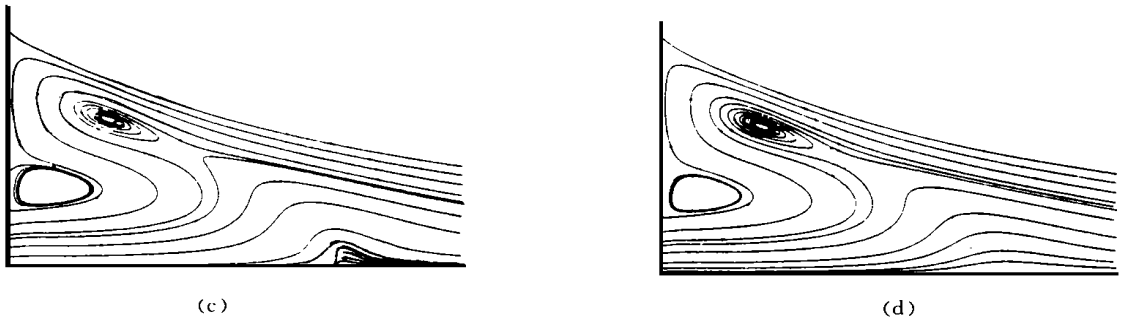


图10 混沌现象

### 参考文献

- 1 张芷芬, 丁同仁, 黄文灶, 董镇喜. 微分方程定性理论. 北京: 科学出版社, 1985
- 2 曹登泰. 突防气动物理若干理论和数值模拟研究: [学位论文]. 长沙: 国防科技大学航天技术系, 1996
- 3 Steger J L. Flux Vector Splitting of the Inviscid Gasdynamic Equation with Application to Finite Difference methods. J. Comp. Phys, 1981, 40: 263 ~ 293
- 4 张涵信. 无波动、无自由参数的耗散差分格式. 空气动力学报, 1988, 6 (1)
- 5 张涵信, 余泽楚, 陆林生. 求解 NS 方程的一个简单隐式算法. 空气动力学报, 1984, 2 (4)
- 6 郑忠华, 石子中. 尾喷流场与外流场干扰的全 NS 方程数值模拟. 应用力学、推进技术 96' 学术交流会议论文集, 湖南省宇航学会, 1996, 12