

# 基于混合建模方法的三维彩色树木快速模拟算法\*

谢剑斌 郝建新 蔡宣平 孙茂印

(国防科技大学电子技术系 长沙 410073)

**摘要** 在对多种模型进行研究的基础上,提出了一种快速模拟三维彩色树木的高效算法。该算法不仅合理简化了树木的几何拓扑结构和生长规律特性,而且引入了特性良好、计算简单、参数易于控制的随机函数。因此生成树木的种类较多、图形逼真、速度很快,在普通微机上达到了实时的模拟效果。

**关键词** 三维树木, 拓扑结构, 随机分形, 纹理映射

**分类号** TP391.72

## A Fast Simulating Algorithm of 3D Colorful Trees Based on Composite Modeling Methods

Xie Jianbin Hao Jianxin Cai Xuanping Sun Maoyin

(Department of Electronic Technology, NUDT, Changsha, 410073)

**Abstract** This paper puts forward a fast efficient algorithm of simulating 3D colorful trees on the basis of deeply studying various kinds of models. The algorithm not only simplifies the topology structure and upgrowth law, but also introduces nice-specialties and simple-calculation and well-controlled stochastic parameters. So generated trees have some good traits, such as varieties and lifelike-graph and fast-speed. The algorithm has achieved standard real-time simulation effect on ordinary PC.

**Key words** 3D tree, topology structure, stochastic fractal, texture mapping

自然界中的树木参差不齐,形态各异。1968年Lindenmayer提出了模拟简单树木的L系统,该方法模拟速度很快,但树木种类单一,真实感较差。1986年Bloomenthal采用分形方法生成了较逼真的枫树和厥类植物等,该方法较好地模拟了树木的随机性,但模拟速度较慢。1988年Reffye在研究植物模型的基础上,提出了更严格的植物生长模型,生成的树木很逼真,但算法很复杂、速度太慢。1995年Jason从纯几何结构上提出了生成树木的方法,虽然速度较快,但真实感一般,而且算法的各种参数难以控制。

在上述模型的基础上,作者提出了一种快速模拟多种类三维彩色树木的有效算法。

## 1 随机L系统

### 1.1 简单L系统

L系统是一种语言形式,Fibonacci借用兔子的理想化增殖,为L系统定义了两条基本规则: $b \rightarrow a$ 规则(从一对仔兔 $b$ 开始,假设从出生起一年后仔兔变为成年兔 $a$ ); $a \rightarrow ab$ 规则(一对成年兔 $a$ 在每年末要生一对仔兔 $b$ ,即 $a$ 变成 $ab$ )。这种规律表现为递推数字序列: $F_1=1, F_2=1, F_{n+2}=F_{n+1}+F_n, (n=1, 2, \dots)$ 。L系统可描述理想化树木生长,从一条树根开始,一年后才能发出新的芽枝,而发过芽枝的枝干以后每年都发新枝。

定义1  $F$ , 向前移动一步,即长出了一条新枝。

定义2  $+$ , 向左转 $\delta$ 角度。

定义3  $-$ , 向右转 $\delta$ 角度。

\* 国家部委预研基金项目资助

1999年2月13日收稿

第一作者: 谢剑斌,男,1971年生,博士生

## 1.2 轴向树

为了更好地描述一棵树,在 L 系统中引入轴向树的概念,即具有根、内节点、顶端、直支和旁支的线段序列。

定义 4 根,为特殊的节点,边将从根出发直到终止节点,形成路径。

定义 5 内节点,即在路径中,至少连结一个后继边的节点。

定义 6 顶端,即终止段,它不带后继的边。

定义 7 直支,从树底部至树顶端,倾角为  $90^\circ$  的线段序列。

定义 8 旁支,从树底部至树顶端,倾角小于  $90^\circ$  的线段序列。

定义 9 [ , 将当前生长状态压入堆栈。

定义 10 ], 从堆栈中弹出一个状态,作为当前生长状态,但不划线。

## 1.3 随机 L 系统

采用简单 L 系统生成的树木图形显得较呆板,在随机 L 系统中,在保留主要特征的前提下,引进随机操作,以便出现局部细节的不同变化,使树木显得更形象逼真。

随机 L 系统是有序四元数集  $G_n = \langle V, \omega, P, \pi \rangle$ ,  $V$  为字母表,  $\omega$  为公理,  $P$  为产生式集合,  $\pi$  是函数:  $P \rightarrow (0, 1]$ , 称为概率分布,将产生式集合映射到产生式概率集合上,而且所有产生式的概率之和为 1。

## 2 基于混合建模方法的三维树木生成算法

任何形态各异的树木都可划分为四大部分:树干、树皮、树枝和树叶。对于某一棵树,上述四部分的某一项特征可能并不明显,这可通过四个简单参数来控制。真实树干随着高度增加,其半径将变小,采用修正轴向树来模拟。树皮一般具有凹凸特征,采用随机扰动表面法线法的纹理技术来生成。树枝附着在树干之上,使用随机 L 系统来模拟。树叶虽然大小不一,但其基本形态可归纳为少数几种,采用实例技术来生成。

### 2.1 算法流程

基于混合建模方法的树木快速模拟的算法步骤如下所示:

Tree\_Generating\_Algorithm

{

    采用修正的轴向树绘制树干;

    采用扰动表面法线法的纹理生成技术绘制树皮;

    for (所有的树干)

        if (树枝深度 > 设定深度)

            采用实例技术绘制树叶;

        else

            采用随机 L 系统绘制树枝;

    }

### 2.2 算法具体实现

#### 2.2.1 树干的模拟

在轴向树中,所有后继线段都具有同一粗细,这与植物生长规律不一致。如图 1 所示,随着高度增加,树木枝干围径将逐渐变小。对轴向树的线段围径进行局部衰减修正,修正因子可以是一个常量。但修正因子叠加上随机扰动有两个优越性:由于大树干受到如风吹雨打等狂暴环境因素的影响,具有本质的不规则性;一组固定数据加入不同随机扰动就可生成多样性树林。

#### 2.2.2 树皮的模拟

真实树皮应具有粗糙凹凸的表面,采用扰动表面法线法近似模拟树皮。假设光滑树皮表面的矢量方程为  $Q(u, w)$ , 则表面法矢量为:  $n = Q_u \times Q_w$ ,  $Q_u$  和  $Q_w$  分别是矢量方程  $Q(u, w)$  对于自变量  $(u, w)$  的偏

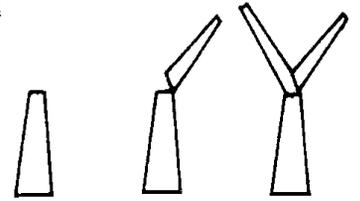
导数。在  $Q(u, w)$  上沿法线方向附加一个可导扰动函数  $p(u, w)$ , 从而得到一个新表面。经过矢量运算后, 扰动后的法矢量为:

$$n' = n + p_u(n \leftarrow Q_w) / n + p_w(Q_u \leftarrow n) / n$$

$p_u$  和  $p_w$  分别是可导扰动函数  $p(u, w)$  对于自变量  $(u, w)$  的偏导数;  $n$  是  $n$  的模。

根据修正轴向树的思想, 以圆台形体来模拟树干。假设圆台长为  $l$ , 大半径为  $R$ , 小半径为  $r$ , 则在直角坐标系中, 圆台表面方程为:

$$\begin{aligned} x &= (R + (r - R) * z/l) \cos\theta & (0 \leq \theta < 2\pi) \\ y &= (R + (r - R) * z/l) \sin\theta & (0 \leq \theta < 2\pi) \\ z &= z & (0 \leq z < l) \end{aligned}$$



字符串表示为  $F \rightarrow F[+F] - F$

图1 修正轴向树  
Fig. 1 Modified axile tree

采用正弦函数的泰勒展开式模拟函数  $p(u, w)$ , 以避免三角函数运算。将区间  $[0: 2\pi, 0: 1]$  划分成  $n$  个子区间, 每一个子区间沿  $\theta$  方向产生凹凸纹理, 而扰动函数取为:

$$\begin{aligned} p(\theta, z) &= \sum S_i p(\theta_i, z_i) & (1 \leq i \leq n) \\ p(\theta, z_i) &= A_i \sin((\theta - \theta_i)/n) & A_i (\theta - \theta_i)/n \quad (\text{条件: } n > N) \end{aligned}$$

仅当  $(\theta, z_i)$  位于所在子区间时,  $S_i = 1$ ; 否则  $S_i = 0$ 。  $A_i$  表示纹理凹凸量的大小, 其值为正时表示凸纹理, 其值为负时表示凹纹理。  $N$  的具体数值由实验确定为 8。

### 2.2.3 树枝的模拟

在用随机 L 系统模拟树枝时, 为了加强真实感效果, 将树枝与树干的长度比例、树枝的倾斜角度设定为恒定数值与随机扰动的混合。

### 2.2.4 树叶的模拟

利用分形迭代函数系统生成树叶实例。分形迭代函数方法 (IFS) 最早由 Hutchinson 给出论述, 利用简单的仿射变换得到具有自相似结构的景物。如在枫树叶模拟过程中, 采用了如下的迭代函数:

$$w_j(Z) = s_j Z + (1 - s_j) a_j \quad (j = 1, 2, 3, 4)$$

其中,  $Z = x + y * i$  表示复数变量。

## 3 结束语

作者在通用微机上 (CPU: 586/133, 内存: 32MB, 硬盘: 2.1GB) 对基于混合建模方法的树木快速生成算法进行了模拟, 生成的树木对比图形如图 2 所示, 左图为采用简单 L 系统生成的树木, 右图为采用混合建模算法生成的树木。实验结果表明, 本算法生成的树木图形效果逼真, 而且生成速度很快, 达到实时要求, 因此该算法十分适合应用于虚拟场景生成系统中。



图2 基于混合建模方法的树木快速模拟  
Fig. 2 Fast simulating of trees based on composite modeling methods

## 参考文献

- 1 Lindenmayer. Mathematical Models for Cellular Interactions in Development, Journal of Theoretical Biology, 1968: 280 ~ 315
- 2 Openheimer P. E. Real-time design and animation of fractal plants and trees. Computer Graphics, 20(4) 1986: 55 ~ 64
- 3 Reffey P. De., Edelin C. Plant Models Faithful to Botanical Structure and Development. Proceedings of SIGGRAPH 88. Computer Graphics, Proceedings, 1988: 151 ~ 158
- 4 Jason Weber, Joseph Penn. Creation and Rendering of Realistic Trees. Computer Graphics, Proceedings, 1995: 119 ~ 128
- 5 Demko, S. Hodges, L. And Naylor, B. . Construction of Fractal Objects with Iterated Function System. Computer Graphics, 1985: 19 (3) 271 ~ 278