文章编号: 100+2486 (2000) 03-001+05

# 非正弦波 SAR 的方位向分辨力<sup>\*</sup>

范玉芳、梁甸农

(国防科技大学电子科学与工程学院、湖南长沙 410073)

摘 要: 为研究非正弦波 SAR 的方位向分辨力,从波束形成的角度分析了非正弦波 SAR 的方位向聚焦 原理,导出了基于矩形脉冲和高斯脉冲的合成孔径天线阵列方向图表达式,并与常规窄带 SAR 进行比较, 指出影响非正弦波 SAR 方位向分辨力的主要因素为合成孔径长度和信号带宽,而与信号载频无关。

关键词:非正弦波信号;合成孔径雷达;方位向分辨力

中图分类号: TN95 文献标识码: A

## Research on the Cross-Range Resolution of Synthetie-Aperture Radar Based on Nonsinusoidal Waves

FAN Yu-fang, LIANG Dian-nong

(College of Electronic Science and enginerring, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: From the angle of a beam-forming, the cross-range focusing principle of the synthetic aperture radar based on nonsinusoidal waves is studied. The expressions of antenna pattern for both rectangular signal and Gaussian signal are presented. Compared with the conventional narrow bandwidth SAR whose cross-rang resolution is determined by the carrier frequency, the cross-range resolution of the nonsinusoidal SAR is affected by the signal bandwidth.

Key words: nonsinu soidal wave; synthetie-aperture radar; cross-range resolution

非正弦波信号又称为无载频信号(carrier free waveform)或基带信号(baseband waveform), 其特点  $\left(\frac{2(f_H - f_L)}{(f_H + f_L)}
ight)$ 非常大(常常接近 100%),属于超宽带信号的一种。 是脉冲宽度非常窄, 瞬时相对带宽 非正弦波信号具有很高的距离分辨力,利用合成孔径技术可得到很高的方位向分辨力,因此非正弦波 合成孔径雷达系统可以获取关于目标更多、更准确和更精细的信息,而这正是现代战争中对雷达探测 技术发展的迫切期盼。

对于非正弦波 SAR 系统,基于多卜勒频移的逆傅立叶变换的方位向聚焦处理不再有效,因为信 号时宽太小 (通常只有几个纳秒), 运动目标的回波信号根本不携带多卜勒信息。因此, 非正弦波 SAR 方位向聚焦原理一般采用线性阵列模型来解释。设载机沿直线等速飞行、观测指向垂直于航迹、 沿航迹等间距地对目标观测,获得2m+1个观测数据及载机位置数据,它们等效为一个2m+1元发射 /接收的相干线性阵列,如图1所示。可将合成孔径成像过程视做波束形成过程,将阵列上接收的后 向散射信号相干叠加,在目标散射处的方向上形成天线波束,非正弦波 SAR 的方位向分辨力便可通 过该波束的角度分辨力来表示。

目前对于非正弦波 SAR 分辨力的讨论侧重于原理性的分析,且大部分文献对于推导出来的分辨 力表达式都给予了条件限制<sup>[3,4]</sup>,对非正弦波 SAR 方位向分辨力缺乏一个普遍适用的能够明显表示其 影响因素的表达式。本文以矩形脉冲和高斯脉冲为例,推导出了非正弦波合成孔径天线方向图的解析 表达式,在其角度分辨力和非正弦波信号带宽之间建立了明确的函数关系,指出信号带宽是影响非正 弦波 SAR 方位向分辨力的重要因素。

基金项目:国家部委基金资助项目 (7.5.3.2) 作者简介:范玉芳 (1972-),女,博士生。

#### 1 非正弦波合成孔径天线的方向图

非正弦波信号常用矩形脉冲<sup>[1]</sup>或高斯脉冲<sup>[2]</sup>来表示,下面我 们分别推导基于这两种波形的合成孔径天线方向图。

 1.1 基于矩形脉冲的合成孔径天线方向图 矩形脉冲的表达式如下:

$$s(t) = E \operatorname{rect}(t)$$
$$\operatorname{rect}(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq \Delta T \\ 0 & \nexists c \end{cases}$$





对于图 1 所示的线性阵列,设阵元间距为 d,信号入射角为  $\phi$ ,则第 i 个阵元的输出信号为  $s_i(t) = Erect(t + T_i)$ 

 $T_i$  为第*i* 个阵元与目标之间的双程时间差,  $T_i = 2 \frac{id\sin\phi}{c}$ , *i* = 0, ±1, ±2, ..., ±*m*。阵列输出信号为各 阵元输出信号之和:

$$\mathcal{V}(t, \phi) = E \sum_{i=-m}^{+m} \operatorname{rect}(t + \tau_i)$$

由于非正弦波 SAR 的天线波束角一般都很大(接近全方向性)<sup>[3]</sup>,进行相关积累的处理角相比之下较小,因此上式认为合成孔径天线各阵元的输出信号幅度相等,以简化处理。

阵元间距  $d = T_{pf} \cdot v$ ,  $T_{pf}$  为信号脉冲重复周期, v 为载机速度。实际的 SAR 系统,由于方位向分 辨力的限制使得  $T_{pf}$  较小,又由于载机与目标间的距离较大,因此与整个合成孔径长度相比,阵元间 距 d 很小, 而 m 则很大。在  $\phi$ = 0的方向上, 当  $m \xrightarrow{\rightarrow} \infty$ 时, 无数个矩形脉冲相加合成后仍然是一个形状 没有任何改变的矩形脉冲, 只是幅度增加为 *LE*, *L* = 2*md*。

以下考虑在0 ≤ φ < ゆ范围内, 合成孔径天线的输出信号形式, 其中

$$\sin \phi_0 = c \,\Delta T / \left( 2L \right) \tag{1}$$

此时每个阵元接收到的矩形脉冲相加后将会合成一个时变量为梯形的信号,其幅度在时间  $(2L/c)\sin\phi$ 内将从零线性地上升到*LE*,在  $\Delta T = (2L/c)\sin\phi$ 的区间内保持常数值*LE*,然后在  $(2L/c)\sin\phi$ 时间内又线性地下降为零,如图2所示。



当  $\phi = \phi$  时, 梯形保持恒值 LE 的平顶部分的宽度为零,  $\phi$  由式(1) 决定。

对于  $\phi_0 < \phi < \pi/2$ , 由各个阵元接收的矩形脉冲又将会合成为一个梯形, 但是在时间  $\Delta T$  内, 这个 梯形的幅度由零上升到 *XE*, 而不是前面的 *LE*。长度 *X* 由以下关系式得到

$$X\sin\phi = c\,\Delta T/2$$

$$X = c \Delta T / (2\sin\phi) \tag{2}$$

梯形平顶部分的恒值幅度为 XE =  $Ec \Delta T / (2s in \phi)$ , 此值在 $(2L/c) sin \phi - \Delta T$  时间内保持不变。然后

梯形的幅度在时间 △T 内线性地下降至零,如图 3 所示。

根据上面的分析,可以得到合成孔径天线的峰值幅度方向图 $A_{\text{peak}}(\phi)$ ,即合成孔径天线输出信号的峰值幅度 $V(\phi)$ 与(*LE*)的比值:

$$A_{\text{peak}}(\phi) = \begin{cases} 1 & 0 \leqslant \phi \leqslant \phi_0 \\ c \Delta T / (2 \leqslant \sin \phi) & \phi_0 \leqslant \phi \leqslant \pi / 2 \\ \sin \phi_0 = c \Delta T / (2L) \end{cases}$$
(3)

峰值功率方向图是峰值幅度方向图的平方:

$$P_{\text{peak}} = \begin{cases} 1 & 0 \leqslant \phi \leqslant \phi_0 \\ \left[ c \, \Delta T / \left( 2L \sin \phi \right) \right]^2 & \phi_0 \leqslant \phi \leqslant \pi/2 \end{cases}$$
(4)

对于能量方向图,我们必须计算  $0 \le \phi \le \phi_0$ 和  $\phi_0 \le \phi \le \pi/2$ 时作为  $\phi$ 的函数的脉冲能量。当  $0 \le \phi \le \phi_0$ 时

$$W = 2 \int_{0}^{2L/c\sin\phi} \left(\frac{LE}{2L/c\sin\phi}\right)^{2} dt + (LE)^{2} (\Delta T - 2L/c\sin\phi)$$
$$= (LE)^{2} (\Delta T - \frac{2}{3}L/c\sin\phi)$$

当  $\phi_0 \leq \phi \leq \pi/2$  时

$$W = 2 \int_{0}^{\Delta T} \left( \frac{Ec}{2\sin\phi} \right)^{2} dt + \left( \frac{Ec\,\Delta T}{2\sin\phi} \right)^{2} (2L/c\sin\phi - \Delta T)$$
$$= \left( \frac{Ec\,\Delta T}{2\sin\phi} \right)^{2} (2L/c\sin\phi - \frac{1}{3}\Delta T)$$

将 W 与 $\phi = 0$  方向上辐射的脉冲能量 $(LE)^2 \Delta T$  相比,得到能量方向性图  $W_R(\phi)$ :

$$W_{R}(\phi) = \begin{cases} \frac{W}{(LE)^{2} \Delta T} = 1 - \frac{2}{3} \frac{L}{c \Delta T} \sin \phi & 0 \leq \phi \leq \phi_{0} \\ \left(\frac{c \Delta T}{2L \sin \phi}\right)^{2} \left(\frac{2L}{c \Delta T} \sin \phi - \frac{1}{3}\right) & \phi_{0} \leq \phi \leq \pi/2 \end{cases}$$
(5)

## 1.2 基于高斯脉冲的合成孔径方向图 高斯脉冲的表达式如下:

$$s(t) = E \exp[-4\pi (t/\Delta T)^2]$$

其中  $E \in s(t)$  在 t = 0 处的峰值幅度,  $\Delta T \in h \oplus h$  动率时间  $t_1$  和  $t_2(s(t_1) = s(t_2) = E/2, t_2 > t_1)$  定义 的有效时宽,  $\Delta T = t_2 - t_1$ 。

对于图1所示的线性阵列,第 i个阵元的输出信号为

$$s_i(t) = E \exp\left[-4\pi \left[\frac{(t+\tau_i)}{\Delta T}\right]^2\right]$$
(6)

T<sub>i</sub> 为第*i* 个阵元与目标之间的双程时间差, T<sub>i</sub> = 2  $\frac{id\sin\phi}{c}$ , *i* = 0, ±1, ±2, ..., ±*m*。

$$\frac{\tau_i}{\Delta T} = \frac{2id\sin\phi}{c\,\Delta T} = \frac{i}{2m} \frac{4md}{c\,\Delta T} \sin\phi = \frac{i}{2m} \rho_{\sin\phi} \qquad i = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm m$$

$$\rho = \frac{4md}{c\,\Delta T} = \frac{2L}{c\,\Delta T} = \frac{2LB}{c} \qquad (7)$$

其中 L = 2md 为阵列长度,亦即合成孔径的长度,  $B = \frac{1}{\Delta T}$  为高斯脉冲的带宽。 阵列输出信号为各阵元输出信号之和:

$$\mathcal{V}(t, \phi) = E \sum_{i=-m}^{+m} \exp\left[-4\pi \left[\frac{(t+\tau_i)}{\Delta T}\right]^2\right]$$
$$= 2m E \sum_{i=-m}^{+m} \frac{1}{2m} \exp\left[-4\pi \left[\frac{t}{\Delta T} + \frac{i}{2m} \operatorname{Psin} \phi\right]^2\right]$$
(8)

$$\eta = \frac{i}{2m}, \quad d\eta = d\left[\frac{i}{2m}\right]$$
$$i = -m \stackrel{\rightarrow}{\rightarrow} \eta = -\frac{1}{2}, \quad i = +m \stackrel{\rightarrow}{\rightarrow} \eta = +\frac{1}{2}$$

则(8)式可表示为

$$v(t, \phi) = 2mE \int_{-V^2}^{V^2} \exp\left[-4\pi \left[\frac{t}{\Delta T} + (\rho_{\sin}\phi)\eta\right]^2\right] d\eta$$

令 t = 0, 合成孔径天线的峰值幅度方向图  $A(\phi)$  即为  $v(0, \phi)/(2mE)$ 

$$A(\phi) = \begin{cases} 1 & \rho_{\sin}\phi = 0\\ \int_{-1/2}^{1/2} \exp\left[-4\pi\left[(\rho_{\sin}\phi)\eta\right]^2\right] d\eta & \rho_{\sin}\phi \neq 0 \end{cases}$$
(9)

峰值功率方向图为

$$P(\phi) = \begin{cases} 1 & \rho_{\sin\phi} = 0 \\ \left\{ \int_{-1/2}^{1/2} \exp\left[-4\pi\left[\left(\rho_{\sin\phi}\right)\eta\right]^2\right] d\eta \right\}^2 & \rho_{\sin\phi} \neq 0 \end{cases}$$
(10)

能量方向图为

$$W(\phi) = \frac{\int_{-\alpha}^{+\alpha} \left( \int_{-1/2}^{1/2} \exp\left\{ -4\pi \left[ \left( \frac{t}{\Delta T} \right) + (\rho_{\sin}\phi) \eta \right]^2 \right] d\eta \right]^2 dt}{\int_{-\Delta T}^{+\Delta T} \exp\left[ -8\pi (t/\Delta T)^2 \right] dt}$$

其中  $\alpha = [1 + (P_{\sin}\phi)/2] \Delta T$ , 为  $v(t, \phi)$  的半有效宽度。进行以下变量替换:

 $u = t/\Delta T, \qquad du = dt/\Delta T, \qquad t = \Delta T \stackrel{\rightarrow}{\rightarrow} u = 1, \qquad t = \alpha \stackrel{\rightarrow}{\rightarrow} u = \alpha/\Delta T$  $\bigcup W(\phi) = O(\theta)$ 

$$W(\Phi) = \frac{\int_{-(H(\rho\sin\Phi)/2)}^{+(H(\rho\sin\Phi)/2)} \left( \int_{-V2}^{V/2} \exp\left[ -4\pi (u + (\rho\sin\Phi)\pi)^2 \right] d\pi \right)^2 du}{\int_{-1}^{1} \exp(-8\pi u^2) du}$$
(11)

### 2 非正弦波 SAR 方位向分辨力的影响因素

对于窄带正弦波 SAR 系统,其方位向分辨力由下式决定:

$$\rho_a = \frac{\lambda \epsilon_a}{4\sin(\Delta \theta/2)}$$

其中 λ 为波长, Δθ 为合成孔径积累角, ka 为由加权引入的常数。从 Q 的表示式可以看出窄带正弦波 SAR 系统的方位向分辨力由合成孔径积累角 (亦即合成孔径长度) 和信号载频决定。但是对于非正弦 波 SAR, 由前面推导的合成孔径天线方向图表示式可以看出,其方位向分辨力不受信号载频影响,而 是由信号带宽 *B* 决定。以基于矩形脉冲的合成孔径峰值幅度方向图为例,半功率宽度按场强下降到 0. 707 定义,根据式 (3),设  $\frac{c\Delta T}{2L\sin\phi} = K, K$  为常数,则以波束角表示的分辨力为  $\varepsilon = \frac{c\Delta T}{2LK} = \frac{c}{2LKB}$ 。 可见矩形脉冲 SAR 的方位向分辨力正比于信号时宽,反比于信号带宽。图 4 为矩形脉冲方向图,从 图中也可以看出,随着矩形脉冲信号时宽的减小,亦即信号带宽的增加,合成孔径天线的角度分辨力 明显改善。

再以基于高斯脉冲的合成孔径峰值幅度方向图为例,根据式(9),设  $\Omega \sin \phi = K, K$ 为常数,则以 波束角表示的分辨力为  $\varepsilon = \frac{Kc \Delta T}{2L} = \frac{Kc}{2LB}$ 。可见高斯脉冲 SAR 的方位向分辨力同样正比于信号时宽,反比于信号带宽。图 5 为高斯脉冲方向图,从图中可以看出,随着高斯脉冲信号时宽的减小,亦即信

号带宽的增加, 合成孔径天线的角度分辨力明显改善。综上所述, 可以得出以下结论: 影响非正弦波 SAR 方位向分辨力的主要因素为合成孔径长度和信号带宽。



## 3 结束语

本文从波束形成的角度分析了非正弦波 SAR 的方位向聚焦原理, 导出了基于矩形脉冲和高斯脉 冲的合成孔径天线阵列方向图表达式, 与常规窄带 SAR 相比, 影响非正弦波 SAR 方位向分辨力的主 要因素为信号带宽而非载频。

非正弦波 SAR 系统的方位向分辨力与信号带宽的关系可以用超宽带信号的时空相关特性进行解释。由于非正弦波信号的相对带宽接近于 100%,使得信号波形影响天线方向图,也就是时域距离向分辨力将影响从频域获得的方位向分辨力。从图 4 和图 5 可以看出,对于非正弦波 SAR 系统,增加信号带宽不仅提高距离向分辨力,同时还将提高方位向分辨力,这正是非正弦波信号时空耦合的表现。

致谢:感谢陆仲良教授对本文所提的意见和建议,与陆教授的讨论使作者受益匪浅。

#### 参考文献:

- [1] Harmuth H F. 非正弦波天线与波导 [M]. 北京: 人民邮电出版社, 1990.
- [2] HUSSAIN G.M. Antenna Patterns of Nonsinusoidal Waves with the Time Variation of a Gaussian Pulse-Part 1 [J]. IEEE 1988, 4: 30.
- [3] Ulander L H. A New Formula for SAR Spatial Resolutin [J]. AEU Int. J. Electron. Commun., 1996.
- [4] Swiger J.M. Resolution limits of ultra wideband synthetic aperture radar using a red angular for FFT processing [J]. IEEE Trans. AES-30, 1994.