国 防 科 技 大 学 学 报
第22卷 第6期 JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY Vol.22 No.6 2000

文章编号:1001-2486(2000)06-0120-05

近水面细长体的水动力导数数值计算[1*]

蔡泽伟[1],徐亦凡[2]

(1.宁波大学建筑工程与环境学院,浙江 宁波 315211;2.海军潜艇学院,山东 青岛 266071)

摘 要:引进细长体的假定,把三维的流体运动问题化成了二维的非定常问题,前面剖面对后面剖面的干扰作用用积分表示,改善了切片理论。根据物面条件把整个问题的求解分解为兴波问题和振荡问题,而振荡问题可由兴波问题的适当组合表示出来。这样,大大简化了问题的求解。作为例子,本文用数值方法计算了细长回转体的水动力导数,给出了结果。

关键词:振荡;水动力导数;细长物体

中图分类号:O352 **文献标识码**:A

Numerical Solution to Hydrodynamic Derivatives of a Slender - Body Near Free Surface

CAI Ze-wei[1], XU Yi-fan[2]

(1.Faculty of Architecture, Engineering and Environment, Ningbo University 315211;2.Navy Submarine College, Qingdao 266071)

Abstract:Based on the slender - body assumption, the 3 - D flow is approximated to a set of unsteady 2 - D ones. The effects of the all upstream sections (i.e."memory effects") are presented by integration. The whole problem can be devided into a wavemaking and an oscillating one according to the body boundary condition, the analytical expression of oscillating problem combined by wavemaking one is derived. As an example, the hydrodynamic derivatives of a slender - body of revolution are calculated.

Key words:oscillation;hydrodynamic derivatives;slender - body

继平板的偏航问题以后,Chapman又计算了细长平板的首摇问题[4]。根据物面条件,他把问题分解成为对称和反对称两个问题,简化了问题的求解。但他的方法应用于实际船型那种小展弦比的低速场合,则解就振荡发散,他的平板解推广到一般细长体就发生了困难。

对同样问题,山崎惠一等人的做法是[1]:将平板分成M等份,对包含$M+1$个剖面都满足首摇运动的物面条件来求解,求出当$t=T$时刻作用于平板上的横向水动力。求与加(或角加)速度成正比的水动力导数时,只要选取适当的T,使此时的速度(或角速度)为零。同此,求速度(或角速度)水动力导数。后来,他们又把它推广到求一般船体的水动力导数。本文把它推广到求解一般细长体的纵向振荡问题,数值解采用边界元法以适应复杂的物面形状。

1 问题的提法

引进细长体假定及与物体前进运动一致(但x轴指向船尾)的平移运动坐标系$oxyz$,自由面条件是线性的。简化后的问题的提法是:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial^2 y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=0 \tag{1}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial x}\right)^2\varphi=-g\frac{\partial\varphi}{\partial z} \qquad z=0\text{上}$$

$$\frac{DF}{Dt}=0 \quad \text{物面 } F(\bar{x},\bar{y},\bar{z})=f(\bar{x},\bar{y})-\bar{z}=0\text{上} \tag{3}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z}=0 \quad \text{底部 } z=-H\text{上} \tag{4}$$

* 收稿日期:2000-06-07
资助项目:浙江省自然科学基金(599119)项目
作者简介:蔡泽伟(1958-),男,博士。

及相应的辐射条件。

其中，$\overline{Oxyz}$是物体坐标系。

为简化物面条件，考察固定坐标系 $O_0x_0y_0z_0$ 和物体坐标系$\overline{Oxyz}$之间的关系(如图 1)：

$$\begin{cases} \bar{x} = (x_0 + Ut)\cos\alpha + (z_0 - z_G)\sin\alpha \\ \bar{y} = y_0 \\ \bar{z} = -(x_0 + U_t)\sin\alpha + (z_0 - z_G)\cos\alpha \end{cases}$$

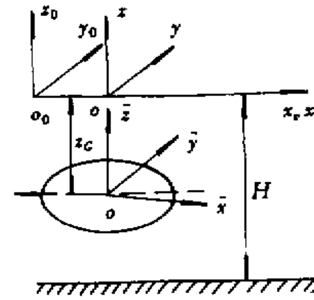

图 1 坐标系

Fig.1 Coordinate system

假定 α 是小量：

$$\sin\alpha = \alpha + o(\alpha^3);$$
$$\cos\alpha = 1 + o(\alpha^2)$$

从而有：

$$\begin{cases} \bar{x} = (x_0 + Ut) + (z_0 - z_G) + o(\alpha^2) \\ \bar{y} = y_0 \\ \bar{z} = -(x_0 + U_t)\alpha + (z_0 - z_G) + o(\alpha^2) \end{cases} \tag{5}$$

已略去 α^2 以上项，同时引进细长体假定：$\frac{\partial}{\partial\bar{x}} \sim \frac{\partial}{\partial x_0} = 0(1)$。

$\frac{\partial}{\partial\bar{y}} \sim \frac{\partial}{\partial\bar{z}} = 0(\varepsilon^{-1})$，略去 ε^2，$\alpha\varepsilon$ 等及以上高阶项，物面条件(3)式可简化为

$$UF_{\bar{x}} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}F_{\bar{y}} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}F_{\bar{z}} = W(x,t)F_{\bar{z}} \tag{6}$$

这里忽略了定常等速兴波势的影响[5]。

对于简谐运动，$w(x,t)$可以写成：

$$w(x,t) = f(x)e^{i\omega t} = \begin{cases} A_Z e^{j\omega t} \\ U\alpha + x\alpha = (U + i\omega x)A_\alpha e^{i\omega t} \end{cases} \tag{7}$$

式中，对纯升沉 $f(x) = \text{const}$ 对纯纵摇 $f(x)$是 x 的线性函数；A_z 是升沉运动振幅；A_α 是纵摇运动的幅值。

2 问题分解

根据物面条件(6)，把整个问题分成 没有振荡运动，只由物体剖面变化所引起的兴波问题 $\varphi_1(x,y,z)$。

$$UF_{\bar{x}} + \varphi_{1y}F_{\bar{y}} + \varphi_{1Z}F_{\bar{z}} = 0 \quad 物面上 \tag{8}$$

自由条件是

$$U^2\varphi_{1xx} + g\varphi_{1Z} = 0 \quad z = 0\ 上 \tag{9}$$

以及振荡运动引起的速度势 $\varphi_2(x,y,z,t)$，它满足：

$$\varphi_{2y}F_{2\bar{y}} + \varphi_y F_{\bar{z}} = W(x,t)F_{\bar{Z}} \quad 物面上 \tag{10}$$

和定解方程(1)，定解条件(2)、(4)及辐射条件。

问题一是个兴波问题，已解决[3]。为求解振荡问题的解 $\varphi_2(x,y,z,t)$，现考虑，满足

$$\bar{\varphi}_y F\bar{y} + \bar{\varphi}_z F_{\bar{z}} = F_{\bar{z}} \quad 物面上 \tag{11}$$

$$U^2\bar{\varphi}_{xx} + g\bar{\varphi}_z = 0 \quad z = 0 \quad 上 \tag{12}$$

和方程(1)，(4)及辐射条件的解 $\bar{\varphi}(x,y,z,t)$。事实上，这是仅由纵向倾角($U\alpha = 1$)产生的兴波问题，$\bar{\varphi}$是已被解决了的[3]。

现在假定振荡问题的解 $\varphi_2(x,y,z,t)$ 可以由 $\bar{\varphi}(x,y,z)$ 的组合确定[4]。在时刻 $t^*=x/U$ 的解。受到所有前面时刻的影响：

$$\varphi_2(t^*,y,z,t)=A(t^*,t)\bar{\varphi}(t^*,y,z)+\int_0^{t^*}\mathrm{d}qB(q,t)\bar{\varphi}(q,y,z)$$

有定解条件可求得：

$$\varphi_2=\mathrm{e}^{i\omega t}\{\bar{\varphi}(t^*,y,z)f(0)\mathrm{e}^{-i\omega t}+\int_0^{t^*}\mathrm{d}q\bar{\varphi}(q,y,z)\mathrm{e}^{-i\omega q}[i\omega f(t^*-q)+f'(t^*-q)]\} \tag{13}$$

3 水动力及其导数

求得了速度势 $\varphi_2(t^*,y,z,t)$ 后，压力 P 可由 Bernoulli 积分确定，不计定常浮力部分，只考虑线性部分：

$$P=-\rho\varphi_{2t}-\rho U\varphi_{2x}=-\rho(\varphi_{2t}+\varphi_{2t^*}) \tag{14}$$

对其积分，可以求得升力：

$$F_z(t^*,t)=-\rho\int_0^{t^*}U\mathrm{d}q\int_c\mathrm{d}l[\varphi_{2t}+\varphi_{2q}]N_z$$

$$=-\rho U\int_0^{t^*}U\mathrm{d}q\int_c\mathrm{d}l\varphi_{2t}(q,y,z,t)N_Z-\rho U\int_c\mathrm{d}l\varphi_2(t^*,y,z,t)N_z \tag{15}$$

这里，C 是物体横剖面的周线；且计及了 $\varphi_2(0,y,z,t)=0$。

把(13)式代入(15)式，则

$$F_Z(x,y)=F_Z(t^*,t)=-\rho U\mathrm{e}^{i\omega t}\{\int_c\mathrm{d}l[\bar{\varphi}(t^*,y,z)f(0)\mathrm{e}^{-i\omega t^*}+\int_0^{t^*}\mathrm{d}q\bar{\varphi}(q,y,z)\mathrm{e}^{-i\omega q}(i\omega f(t^*-q)$$
$$+f'(t^*-q))]N_Z+i\omega\int_0^{t^*}\mathrm{d}q\int_c\mathrm{d}l[\bar{\varphi}(q,yz)f(0)\mathrm{e}^{-i\omega q}+\int_0^{q}\mathrm{d}s\bar{\varphi}(s,y,z)\mathrm{e}^{-i\omega s}$$
$$(i\omega f(q-s)+f'(q-s))]N_Z\} \tag{16}$$

纵摇力矩 M（对物体中点）

$$F_Z=M(l/U,t)=\int_0^{l}(\frac{1}{2}l-x)\frac{\partial F_z}{\partial x}\mathrm{d}x \tag{17}$$

由水动力 $F(l,t)$ 和 $M(l,t)$，可以求得水动力导数如下：

(1) 对纯升沉运动

$$w(x,t)=f(x)\mathrm{e}^{i\omega t}=A_Z\mathrm{e}^{i\omega t}$$

$$Z_w(l,\omega)\mathrm{e}^{i\omega t}+Z_{\dot{w}}(l,\omega)(i\omega\mathrm{e}^{i\omega t})=F_Z(l,t) \tag{18}$$

$$M_w(l,\omega)\mathrm{e}^{i\omega t}+M_{\dot{w}}(l,\omega)(i\omega\mathrm{e}^{i\omega t})=M_Z(l,t) \tag{19}$$

式中，Z_w、M_w 和 $Z_{\dot{w}}$、$M_{\dot{w}}$ 分别是速度及加速度的水动力导数。

(2) 对纯纵摇运动

$$q(t)=w(x,t)=(U+i\omega x)A_a\mathrm{e}^{i\omega t}$$

$$Z_q(l,\omega)\mathrm{e}^{i\omega t}+Z_{\dot{q}}(l,\omega)(i\omega\mathrm{e}^{i\omega t})=F_Z(l,t) \tag{20}$$

$$M_q(l,\omega)\mathrm{e}^{i\omega t}+M_{\dot{q}}(l,\omega)(i\omega\mathrm{e}^{i\omega t})=M(l,t) \tag{21}$$

式中：Z_q、M_q 和 $Z_{\dot{q}}$、$M_{\dot{q}}$ 分别是角速度及角加速度的水动力导数。

4 算例及结论

(1) 算例

对兴波问题 $\bar{\varphi}(t^*, y, z, t)$，可用边界元法求解[3]。

对振荡问题 $\varphi_2(t^*, y, z, t)$，由(13)式的数值积分求得。最后可根据(16)—(21)等式可求出水动力学导数。

作为本方法的应用，计算了细长回转体的振荡问题。物体的具体尺寸是：长 $l = 100\mathrm{m}$，最大直径 $D = 10\mathrm{m}$。

计算了不同的 Froude 数及频率下的水动力导数。对 Froude 变化是：$F_r = U/\sqrt{gl}$，0.48，0.64，0.80，0.96。频率的变化是：$\omega' = \omega\sqrt{l/g}$，0.5，1.0，1.5，2.0，2.5，3.0，3.5，4.0。计算结果见图 2、3、4、5。

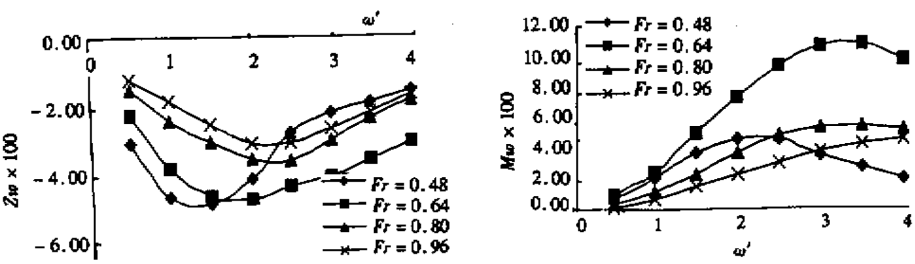

图 2 速度水动力导数无因次频率 $\omega' = \omega\sqrt{l/g}$ 的变化曲线

Fig.2 Varition of the hydraulic velocity derivation along with the nondimesional frequency ω

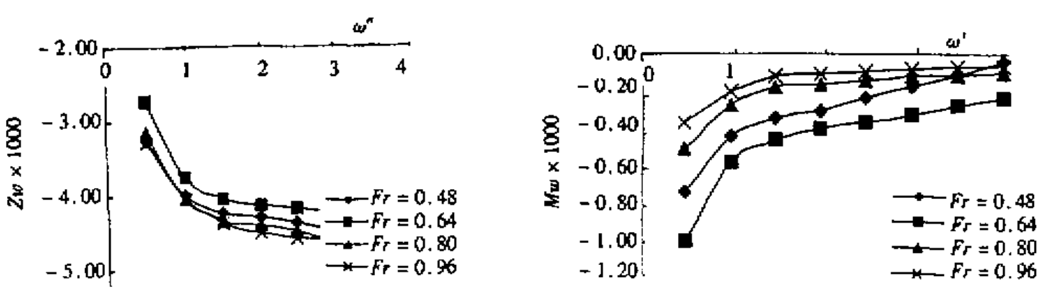

图 3 加速度水动力导数随 $\omega' = \omega\sqrt{l/g}$ 的变化曲线

Fig.3 Variation of the hydraulic aueleration clerivation along with ω'

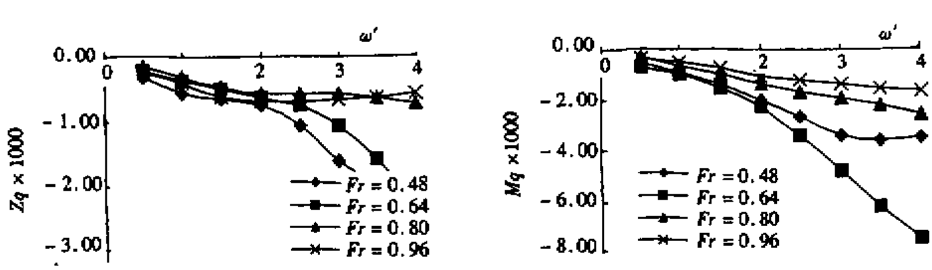

图 4 角速度水动力随 $\omega' = \omega\sqrt{l/g}$ 变化曲线

Fig.4 Variation of the hydraulic rotational velocity derivation along with ω'

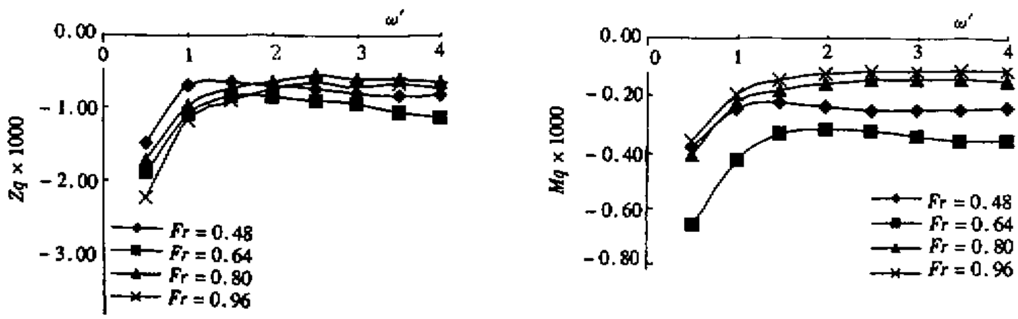

图 5 角加速度水动力导数随 $\omega' = \omega\sqrt{l/g}$ 变化曲线

Fig.5 Variation of the hydraulic rotational acceleration derivation along with ω'

(2) 结论

本文把振荡问题归结为兴波问题的叠加，这样大大简化了计算。

对此问题，在上海交通大学水池作了 PMM 模型试验，由于在低频范围内进行，故与本文结果比较有些困难。下面给出了 $F_r = 0.48$ 下的试验结果（$U\omega/g = 0.092$）：

$$Z_w \times 10^2 = -3.032 \qquad Z_{\dot w} \times 10^3 = -8.580$$
$$M_w \times 10^3 = 1.354 \qquad M_{\dot w} \times 10^3 = -0.75$$
$$Z_q \times 10^3 = -5.130 \qquad Z_{\dot q} \times 10^3 = -1.953$$
$$M_q \times 10^3 = -4.006 \qquad Z_{\dot q} \times 10^3 = -0.761$$

值得指出的是，计算值 $U\omega/g$ 与实验值不同，可能还由于计算的模型是裸体的，而试验模型带附体。

本文数值计算的误差主要来自两部分：一是用边界元法求解兴波势 $\bar{\varphi}$ 时的误差，兴波问题的数值解与实验结果及其它计算结果比较是一致的[3]；二是由兴波势 $\bar{\varphi}$ 数值积分得到振荡势 φ 时的误差，这可以通过调整积分微元的大小得到一定的改善，不会太大。

由于本文把复杂的振荡问题通过兴波问题的组合求解，大大节省了计算时间，有其工程实际意义。

参考文献：

[1] 山崎惠一，藤也正隆. 自由面上を航行する三次元物体に动く流体力につりて(第一报)[C]. 日本造船学会论文集，第 154 号，1983.

[2] 山崎启市，藤也正隆. 自由面上を航行する三次元物体に动く流体力につりて(第二报)[C]. 日本造船学会论文集，第 156 号，1984.

[3] 蔡泽伟，刘应中. 近自由面细长体兴波问题[C]. 第一届全国阻力学术学组学术讨论会论文集，1986.10. 温州.

[4] R. B. Champman. Prediction of Free - Surface Effects On Ship Maneuvering[C]. 11th Syposium on Naval Hydrodynamics, 1976.

[5] 刘应中. 物体在波浪上的运动理论[M]. 上海交通大学出版社，1987.