文章编号: 100+2486 (2002) 01-0049-05

算术映射交织器设计的改进^{*}

刘东华, 唐朝京

(国防科技大学电子科学与工程学院,湖南长沙 410073)

摘 要: 首先分析算术二次同余映射的原理, 然后在此基础上对交织器的映射关系加以保奇偶序限制 和移位运算, 从而得到两个改进型的算术映射交织算法。通过仿真对改进型交织器的性能进行验证, 结果 说明在复杂度可比的情况下, 改进后的交织器比传统分组交织器具有更好的译码性能。

关键词: 交织器; 算术映射; Turbo码; 二次同余 中图分类号: TN911.22 文献标识码: A

Improvement of the Design of Arithmetic Mapped Interleaver

LIU Dong-hua, TANG Chao-jing

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: At first, the principle of algebraic quadratic congruence mapping is analysed, and then limitation of odd- even protection and shift computation are added to the mapping of interleaver. Two new improved interleaving algorithms are obtained. It is proved that the performance of the improved interleaver is better than the traditional block interleaver under comparable complexity by simulation.

Key words: interleaver; algebraic mapping; turbo code; quadratic congruence

Turbo 码^[1]由于成功应用了香农有噪信道编码定理的随机性编译码条件而获得了几乎接近理论极限的译码性能。在Turbo 码实现方案中,长码构造的伪随机性是决定码字性能的关键因素^[2]。在发送端,其伪随机性通过编码器中的交织器和并行级联编码方式实现;在接收端的译码器中,伪随机性是 交织器/解交织器和反馈迭代译码共同作用的结果。交织器是 Turbo 码系统的重要组成部分,其设计的好坏直接影响着 Turbo 码的性能。

1 基于二次同余的算术映射^[3]

当前,对 Turbo 码系统中交织器算法的研究基本上都是基于线性(伪随机交织器除外)或线性组合的^[4]。对于传统的分组交织器,若交织矩阵的大小为 $K = m \times n$,采用行写入、列读出的交织方式, 交织映射函数可以写成:

$$d_k(i) = ni + \mathbf{V}i/m \operatorname{Imod} K, 0 \le i \le K - 1$$

$$\tag{1}$$

其中▶•」为取整函数。这个交织映射函数可以看作是有限变量范围的线性函数之和。对于采用不同读写顺序的其他分组交织器,交织映射函数均可用分段线性函数表示。实验证明,对帧长较短的信息序列采用Turbo编码时,使用分组交织器可以获得比伪随机交织器更好的译码性能。

下面的算术映射交织是基于二次同余映射的,即对二次同余多项式作模运算

$$c(m) = \frac{lm(m+1)}{2} \mod K \tag{2}$$

其中 $0 \le m \le K = 1$, l 为奇常数。

利用简单的算术同余运算来对输入信息序列进行映射,得到新的排列顺序。假设输入信息序列X

^{*} 收稿日期: 2001-09-20 基金项目: 教育部高等学校骨干教师资助计划项目资助

作者简介:刘东华(1976一),男,博士生。

= $(x_1, x_2, ..., x_K)$ 通过式 (2) 的算术同余映射函数 L_K 交织后得到信息序列 $Y = (y_1, y_2, ..., y_K)$, 若把矢量 X 和 Y 视作包括K 个元素的集合对,则两者是一一对应的,即在 X 和 Y 的每个元素对之间 存在一一映射: $x_i \rightarrow y_i$ 。若令 $A = \{0, 1, ..., K-1\}$,定义 $d_{I(K)}$ 为域 A 上的一一映射

 $d_{I(K)} \Box i \rightarrow j, \quad i, \quad j \in A \tag{3}$

得到交织后的矢量为

$$L_{K} = \{ d_{I(K)}(0), d_{I(K)}(1), ..., d_{I(K)}(K-1) \}$$
(4)

当K 满足 $K = 2^{\upsilon}(\upsilon$ 为正整数) 且l为奇常数时,式(2)给出的函数c(m)是一个一一映射函数。这样可以得到一个以K为周期的移位循环交织映射函数 $d_{l(K)}$:

$$c(m) \rightarrow c(m+1) \mod K, \ 0 \le m \le K-1 \tag{5}$$

例如,对于一个长为K = 16的信息序列,利用上述一一映射函数(l = 1),可以得到:

 $C = \{c(0), c(1), ..., c(K-1)\} = \{0, 1, 3, 6, 10, 15, 5, 12, 4, 13, 7, 2, 14, 11, 9, 8\}$

于是映射函数 dI(K) 为

0→1; 1→3; ..; 9→8; 8→0 从而得到交织后的信息序列的顺序为:

> *L*_K = {1, 3, 14, 6, 13, 12, 10, 2, 0, 8, 15, 9, 4, 7, 11, 5}。 具体的交织过程如表 1 所示。

表1 算术二次同余映射

Tab. 1 Algebraic quadratic congruence mapping

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
С	0	1	3	6	10	15	5	12	4	13	7	2	14	11	9	8
L	1	3	14	6	13	12	10	2	0	8	15	9	4	7	11	5

2 两点改进

2.1 基于算术映射的保奇偶序交织映射

为提高编码效率,可以利用压缩矩阵系统地删除编码生成的校验比特。例如,要得到码率为 1/2 的二元 Turbo 码,只能为每个信息比特位从两个成员编码单元生成的校验比特中选取一个。不同的压 缩方式会在很大程度上影响 Turbo 码的性能。最常用的压缩方式是对两个成员编码单元输出的校验比 特进行轮流抽样。如果某个信息比特交织前后在序列中的奇偶位置不同,则可能在码字中存在两个对 应校验比特,也可能没有相应的校验比特,从而信息功率分布是不均匀的。若误码发生在码字中不存 在校验比特的信息位,则很难纠正。为此,需要对交织器的映射关系加以限制,这就是保奇偶序映 射⁽⁵⁾ 的基本出发点。所谓保奇偶序,就是保证在原序列中的比特在交织后的奇偶顺序不变,这样就可 以保证对所有信息比特具有相同的保护能力。

以分组交织器为例,引入保奇偶序。传统的分组交织采用的是按行写入、按列读出的交织方式。 假定分组交织器大小为 3×5,先存储处于奇数位置的比特如表 2 (a)所示,然后按照分组交织器的 读出顺序存储偶数位置的比特,则相对应的分组交织器和偶数位置比特的存储如表 2 (b)所示。

表 2 保奇偶序分组交织映射表

Tab. 2 Odd-even block interleave mapping

(a) 保奇偶序分组交织奇数存储表

(a) Store table for odd numbers of odd even block interleave mapping

d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d 15
<i>x</i> ₁		<i>x</i> ₃		<i>x</i> 5		<i>x</i> 7		<i>x</i> 9		<i>x</i> ₁₁		<i>x</i> ₁₃	_	<i>x</i> 15

(b) 保奇偶序分组交织偶数存储表

(b) Store table for even numbers of odd-even block interleave mapping

d_1	d_6	d_{11}	d_2	d_7	<i>d</i> ₁₂	<i>d</i> ₃	d_8	<i>d</i> ₁₃	d_4	d_9	d_{14}	d_5	d_{10}	d 15
_	<i>x</i> 2		<i>x</i> 4	_	<i>x</i> 6	-	<i>x</i> 8		x 10		x 12		x 14	_

(c) 保奇偶序分组交织映射表

(c) Odd-even block interleave mapping

x_1	<i>x</i> ₂	<i>x</i> ₃	<i>x</i> ₄	<i>x</i> ₅	<i>x</i> ₆	x 7	<i>x</i> ₈	<i>x</i> ₉	x 10	<i>x</i> ₁₁	x ₁₂	<i>x</i> ₁₃	x ₁₄	<i>x</i> ₁₅
d_1	d_6	d_3	d_2	d_5	d 122	d_7	d_8	d_9	d_4	<i>d</i> ₁₁	d_{14}	d_{13}	d_{10}	d 15

最终得到的交织映射输出序列如表 2 (c) 所示。可以看出,对于轮流抽样压缩,不论是奇数位置的信息比特还是偶数位置的信息比特,码字中都有其校验比特输出,实现了对所有信息比特的等差 错保护。这里必须指出的一点是,对于某些分组交织器 (例如 K = 16, 4×4 交织),采取按行写入、 按列读出的分组交织方式并不能保证列读取的奇偶交替性,但可以在保证奇偶交替的前提下对其他比 特进行特殊处理来实现保奇偶序分组交织 (例如 K = 16, 可以用 3×5 交织,对最后一位在保证不破 坏映射奇偶轮换性的情况下映射到某个偶数位置)。这种形式的限制也同样适用于伪随机交织器。

考虑二次同余映射交织和保奇偶序分组交织的结合。对前面所采用 *K* = 16 的例子, 没有经过移 位的交织映射函数为

 LK = {1, 3, 14, 6, 13, 12, 10, 2, 0, 8, 15, 9, 4, 7, 11, 5}

 对 LK 进行模-2操作分组

 $0 \mod 2 \equiv \{14, 6, 12, 10, 2, 0, 8, 4\} \mod 2$ $1 \mod 2 \equiv \{1, 3, 13, 15, 9, 7, 11, 5\} \mod 2$ 从两个模数不同的集合中交替取数,得到新的交织序列: $L_{KN} = \{14, 1, 6, 3, 12, 13, 10, 15, 2, 9, 0, 7, 8, 11, 4, 5\}$ 具体交织过程如表 3 所示。

表 3 二次同余保奇偶序映射

Tab. 3 Odd-even quadratic congruence mapping

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
L_K	1	3	14	6	13	12	10	2	0	8	15	9	4	7	11	5
LKN	14	1	6	3	12	13	10	15	2	9	0	7	8	11	4	5

2.2 基于二次同余的移位映射

对经过二次同余映射后得到的矢量 $L_{K} = \{ d_{I(K)}(0), d_{I(K)}(1), ..., d_{I(K)}(K-1) \}$ 按顺序右移 h 位 $(1 \le h \le K)$, 基本上不改变交织器的特性,这是因为所有比特的相对位置变化不大。如果右移深度为 h = K/2 (这里假设 k 为偶数),则得到的新交织器具有对称性的结构特点。把交织矢量 L_{K} 看成一个 首尾相接的环性结构 (如图 1 所示,其中 K = 16),对其中的元素顺序右移,并从原矢量的第一个元

素位置读出,得到新的交织矢量。例如对上例而言,移位后的交织矢量变为 *L*^{k'} = {0, 8, 15, 9, 4, 7, 11, 5, 1, 3, 14, 6, 13, 12, 10, 2}。



图 1 移位前后的二次同余映射关系示意图 Fig. 1 Quadratic congruence mapping before and after shifting

新的交织矢量具有对称特性,也即对处于任意位置 *i* 的比特,若交织后位于序列的第 *j* 个位置,则原来第 *j* 个位置的比特在交织后必位于新序列的第 *i* 个位置。例如在 L'_{κ} 中位于位置 4 的元素为 9 (对应于交织序列中位于位置 10 的元素),即在原序列中位于位置 10 的比特交织后在新序列的位置 4, 而此时在原序列中位于位置 4 的比特恰好交织后位于新序列的位置 10, 也即在 L'_{κ} 中的第 10 个元素 为 3, 如图 1 所示。同样,其它位置的比特交织后也具有同样的对称特性。利用这种对称性,将交织 后的序列再进行一次交织就得到了原始序列。因此,这种对称的交织映射使得 Turbo 码系统中的交织 器和解交织器 (交织的逆过程,在译码器中用到)在结构上是完全相同的,这可以大大简化具体的系统实现。此外,这种具有对称性质的交织结构也可以使 Turbo 码的译码性能在一定程度上有所提高,这在后面的仿真中将予以验证。

同样对移位后的交织映射函数

L'ĸ = {0, 8, 15, 9, 4, 7, 11, 5, 1, 3, 14, 6, 13, 12, 10, 2} 加入"保奇偶序"限制,得到的交织映射为

 $L'_{NK} = \{0, 15, 8, 9, 4, 7, 14, 11, 6, 5, 12, 1, 11, 3, 2, 13\}$

3 仿真结果及结论

对上述分析进行仿真验证。给出一定信噪比(SNR, Signal to Noise Ratio)范围内不同交织条件下 Turbo 码的误比特率(BER, Bite Error Rate)性能比较。为描述方便,记二次同余映射交织器为QCMI (Quadratic Congruence Mapping Interleaver),保奇偶序二次同余映射交织器为OQCMI (Odd- even QCMI), 移位二次同余映射交织器为SQCMI (Shift QCMI),移位保奇偶序二次同余映射交织器为SOQCMI。交 织长度为1024 比特。由于所述几种交织器的性能差别比较微小,采用性能曲线图难以清楚地刻画它 们的差异,因此在这里给出仿真数据,如表 4 所示。

表 4 几种交织映射下的仿真结果 (误比特率 BER)

m 1 4	C* 1.*	1. C	1.00	· . 1	•
Tab. 4	Simulation	results for	different	interleave	e manning
ran.	Onnunation	roound for	amaon	nicutation	mapping

SNR (dB)	0	0. 5	1. 0	1. 5	2 0	2.5
BI	9. 630× 10 ^{- 2}	8. 416×10^{-2}	4. 718×10^{-2}	6. 037×10^{-3}	3. 321× 10 ⁻⁴	1 203× 10 ⁻⁴
QCM I	9. 624× 10 ⁻²	7. 285×10^{-2}	2. 331×10^{-2}	1. 172×10^{-3}	7. 319× 10 ^{- 5}	$2\ 292 \times\ 10^{-5}$
OQCMI	9. 576× 10 ^{- 2}	7. 214×10^{-2}	2. 120×10^{-2}	9. 514 × 10 ⁻⁴	6.556× 10 ⁻⁵	1 836× 10 ⁻⁵
SQCM I	9. 661× 10 ⁻²	7. 121×10^{-2}	2. 045×10^{-2}	9. 002×10^{-4}	5. 701× 10 ⁻⁵	1. 374× 10 ⁻⁵
SOQCMI	9. 701× 10 ⁻²	7. 288×10^{-2}	2. 199 × 10 ⁻²	1. 037 × 10 ⁻³	7. 062 × 10 ^{- 5}	$2 140 \times 10^{-5}$

由仿真结果可以看出,在 SNR 较低 (\leq 1.0dB)时,几种交织方案下Tubo 码性能的区别并不明显,这主要是因为低 SNR 时信道噪声是造成比特判决错误的主要因素,而本文所给出的几种交织方案在结构上相差不大,对性能的影响远小于噪声的影响。随着 SNR 的逐渐增大,区别也趋于明显。 其中,SQCMI 的性能相对来说最好,当 SNR 在 1.0dB 到 2.0dB 之间时,它大约可以比 QCMI 多提供将近 0.08dB 的编码增益。OQCMI 的性能比 SQCMI 稍差,大约可以比 QCMI 多提供 0.03dB 到 0.06dB 的编码增益;SOQCMI 方案没有达到预想的设计目的,没有能够产生 SQCMI 和 OQCMI 增益叠加的效果,其性能与 QCMI 方案大致相当,这主要是因为保奇偶序和移位运算破坏了算术同余特性。随着 SNR 的进一步提高 (> 2.0dB),由于Turbo码的"错误平层"效应,不同交织方案之间的区别开始变小。

通过与传统分组交织器的比较可以看出,算术映射交织器的性能要优于传统的分组交织器,这主要是因为传统的分组交织器规则的交织方式限制了Turbo码的随机性。而算术映射交织器(QCMI)经过上述两方面改进后的交织器(OQCMI和SQCMI)进一步提高了Turbo码的性能。但两种改进的结合型交织器(SOQCMI)却因为破坏了算术映射的特点而没有达到预期效果,这值得我们进一步深入研究。

4 结束语

已有研究表明,在交织长度较小的情况下,采用基于分组的交织算法可以得到比采用伪随机交织 算法更高的编码增益。因此,本文对交织器设计的改进是针对短交织情况考虑的。本文在算术同余映 射的基础上对交织器的交织方式进行了改进,并通过仿真验证。结果表明本文提出的改进算法在一定 程度上提高 Turbo 码的编码增益。笔者认为,非线性映射是交织器设计的一个发展方向,同时这方面 的研究也将继续深入下去。

参考文献:

- Berrou C, Glavieux A, Thitimajshima P. Near shannon limit error correcting coding and deconding: turbo codes (1) [C]. Proceedings of IC. Geneva, Switzerland, May, 1993: 1064-1070.
- [2] Benedetto S, Montorsi G. Unveiling turbo codes: some result on parallel concatenated coding schemes [J]. IEEE Transaction on Communications. 1996, 42: 409-428
- [3] Takeshita O Y, Costello D J. On deterministic linear interleaver for turbo- codes [C]. Proceedings of 35th AACCC Notre Dame. September, 1997: 711-712.
- [4] 刘东华,唐朝京. Turbo 码系统中交织器的设计 [J].无线通信技术. 2001,1:25-29.
- [5] Barbulescu S A, Pietrobon S S. Interleaver design for turbo codes [J] . Electronic Letter 1994, 30: 2107-2108.