第 24 卷第 5 期 国防科技大学学报 Vol.24 No.5 2002
JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY OF DEFENSE TECHNOLOGY

文章编号:1001-2486(2002)05-0005-05

稳态随机过程激励下基于首次超越破坏的结构优化设计*

田四朋,任钧国,张书俊
(国防科技大学航天与材料工程学院,湖南 长沙 410073)

摘 要:把结构系统动力可靠性分析与最优化设计结合起来,以结构系统的最小质量为目标函数,给出了考虑在平稳随机过程激励下多自由度线性系统总的可靠性的结构优化设计方法。运用谱分析理论,推导了结构系统在平稳随机过程激励下响应的统计特征,同时结合首次超越破坏的 Possion 模型计算结构系统的可靠性,最终采用广义乘子法得到结构系统设计变量的最优值。计算结果表明该方法是可行的。

关键词:随机过程;可靠性;优化
中图分类号:O342 文献标识号:A

First Passage Failure-Based Optimization of the Structures under Stationary Random Excitation

TIAN Si-peng, REN Jun-guo, ZHANG Shu-jun
(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Optimization and dynamic reliability analysis of the structural system are combined. A methodology of optimum design based total failure probability of the structural system with multi-degree freedom under stationary stochastic excitation is presented when minimum weight of the structure determined by design parameters is the objective function. According to the spectrum analysis theory, the statistical property of the response of structural system under stationary random excitation is analyzed. At the same time, Possion process model based on first passage failure is used to calculate the reliability of the structure, and the optimum design parameters are finally obtained through Hestenes-Powell (HP) method. The result of evaluated examples demonstrates that the method presented in this paper is effective.

Key words: stochastic process; reliability; optimization

迄今所做的基于可靠性的优化研究大多属受静态载荷作用的系统。在随机动态载荷作用下系统的最优设计则讨论较少[1]。但各种工程结构所受到的外载荷往往是与时间有关的随机过程。当工程设计问题中含有随机过程因素时,静态载荷模型是很难对它给出满意的解答的。因而,如何模拟包含随机过程因素的不确定型问题,以及在基于结构系统动力可靠性的基础上如何正确地做出适用的、最佳的设计决策,成为当前工程优化设计技术发展中的一个迫切需要解决的问题。在外载荷为随机过程的条件下,Nigam 给出了设计变量为确定型矢量情形优化问题的一般提法与解法[2];Rao[3]则陈述了设计变量为随机矢量情形时优化问题的提法。童卫华等人[4]以结构在随机激励下某些点上的均方响应作为约束的结构设计方法,考虑了随机激励(宽带平稳随机激励)相关和不相关两种情况。

对于稳态过程,如果采用频域分析的方法,系统的激励与响应之间有比较简明的关系式。但很多结构所受的载荷属非稳态过程,普通关于稳态的假设并不成立。非稳态过程的特性要用经过演变的PSDF(功率密度谱函数)来描述,因此没有简单而精确的公式来估算非稳态过程的统计特性。通常是假定在每个时间点上,非稳态过程表现为稳态过程的性质,而用稳态过程的统计量来近似地考虑非稳态性。所以,对稳态过程激励下基于可靠性的结构优化研究是很有意义的。

* 收稿日期:2002-04-22
基金项目:国家部委基金资助项目(99J19.2.4.KG0143);湖南省自然科学基金资助项目(OOJJY1001)
作者简介:田四朋(1978—),男,硕士生。

1 确定性结构系统的动力可靠性分析

1.1 结构系统的随机动力响应

对于多自由度系统,系统的运动微分方程可表示为

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F(t) \tag{1}$$

其中 M, C, K 分别表示系统的质量、阻尼、刚度矩阵,均为 $n \times n$ 阶的实对称阵,$X(t)$,$F(t)$分别代表响应与激励,它们是 n 维列阵。考虑阻尼为比例阻尼,运用实模态分析,并取 $X = RY$ 可以将(1)式化为:

$$\ddot{Y} + \mathrm{diag}[2\xi_i\omega_i]\dot{Y} + \mathrm{diag}[\omega_i^2]Y = R^{\mathrm{T}}F(t) = \{f_i(t)\}_{n\times 1} \tag{2}$$

或者写成

$$\ddot{y}_i + 2\xi_i\omega_i\dot{y}_i + \omega_i^2 y_i = f_i(t) \tag{3}$$

$$i = 1, \cdots, n$$

其中,$\omega_i(i = 1, \cdots, n)$为(1)式所对应的系统无阻尼运动的固有频率,$R$ 为 ω_i 对应的实模态(列阵)在对 M 归一化后所组成的转换阵,ξ_i 为阻尼系数。

对于线性结构系统,如果外载荷为平稳过程,响应亦为平稳过程。考虑外载荷只有一个的情况,(1)式中的 $F(t)$可表示为 $Af(t)$,其中 A 为实常列阵,$f(t)$为一稳态随机过程,其功率谱密度为 $S_f(\omega)$。则(2)式可写成如下形式

$$\ddot{Y} + \mathrm{diag}[2\xi_i\omega_i]\dot{Y} + \mathrm{diag}[\omega_i^2]Y = R^{\mathrm{T}}Af(t) \tag{4}$$

式(4)的频率特性矩阵 $H_Y(\omega)$为

$$H_Y(\omega) = \mathrm{diag}[H_i(\omega)]$$

考虑亚阻尼情形,式中

$$H_i(\omega) = (\omega_i^2 - \omega^2 + \mathrm{j}2\xi_i\omega_i\omega)^{-1} \tag{5}$$

因此,模态响应 Y 的功率谱矩阵 $S_Y(\omega)$为

$$S_Y(\omega) = \overline{H}_Y(\omega)R^{\mathrm{T}}AA^{\mathrm{T}}RH_Y(\omega)\cdot S_f(\omega)$$

考虑到 $X = RY$,响应 X 的功率谱矩阵 $S_X(\omega)$为

$$S_X(\omega) = R\overline{H}_Y(\omega)R^{\mathrm{T}}AA^{\mathrm{T}}RH_Y(\omega)R^{\mathrm{T}}\cdot S_f(\omega) \tag{6}$$

对于均值非零的平稳过程,通过坐标平移可以将其化为零均值平稳过程。因此,考虑激励为零均值平稳过程时结构系统的均方值 $\mathrm{E}[X(t)]$、协方差 σ_X^2 和速度的协方差$\sigma_{\dot{X}}^2$ 的响应

$$\mathrm{E}[X(t)] = 0 \tag{7}$$

$$\sigma_X^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_X(\omega)\,\mathrm{d}\omega \tag{8}$$

$$\sigma_{\dot{X}}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_X(\omega)\,\mathrm{d}\omega \tag{9}$$

考虑模态相关项,由残数理论[5]可以导出下述实变无穷积分

$$\int_{-\infty}^{\infty} \overline{H}_i(\omega)H_j(\omega)S_f(\omega)\,\mathrm{d}\omega = \frac{8\pi\omega_i\xi_i\cdot S_f(\omega)}{(\omega_i^2-\omega_j^2)^2 + 4\omega_i^2\omega_j^2(\xi_i^2+\xi_j^2) + 4\omega_i\omega_j\xi_i\xi_j(\omega_i^2+\omega_j^2)} \tag{10}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \omega\overline{H}_i(\omega)H_j(\omega)\omega\cdot S_f(\omega)\,\mathrm{d}\omega = \frac{4\pi\omega_i\omega_j(\omega_i\xi_j+\omega_j\xi_i)\cdot S_f(\omega)}{(\omega_i^2-\omega_j^2)^2 + 4\omega_i^2\omega_j^2(\xi_i^2+\xi_j^2) + 4\omega_i\omega_j\xi_i\xi_j(\omega_i^2+\omega_j^2)} \tag{11}$$

1.2 首次超越破坏机制的可靠性分析

振动系统的可靠性常用的度量是可靠性函数,它定义为系统在时间区间$[0, t]$无损坏运行的概率,即

$$R(t) = P\{Z(\tau)\in\Omega;\quad \tau\in[0,t]\}$$

由基于首次超越破坏的 Possion 过程模型[1]可以得到如下结果:

$$R(t) = \exp(-\lambda t) \tag{12}$$

$$\lambda = \begin{cases} v_b^+ & \text{单壁问题} \\ 2v_b^+ & \text{双壁问题} \end{cases}$$

v_b^+ 为响应 $X(t)$ 单位时间内以正斜率穿越阈值 b 的次数,即期望穿阈率。对于平稳过程,一个正斜率的穿阈必然伴随着一个负斜率的穿阈,即

$$v_b^+ = v_b^- = \frac{1}{2} v_b$$

可见,首次超越破坏机制的结构动力可靠性问题的关键是对首次穿阈率的求解。响应 $X(t)$ 穿越阈值 b 也就是与之交叉有三种计算模型[6] :反应交叉的 Possion 假设,包络过程交叉的 Possion 假设,以及两态马尔可夫假设。研究表明,对于稳态过程来说,泊松独立性假设看来是合适的[7]。而且 Possion 假设一般给出动力可靠性的保守值[1,6],考虑到工程应用中对安全性的特别关注,在这里,采用反应交叉的 Possion 假设。对零均值平稳高斯过程有

$$v_b^+ = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{X}}}{\sigma_X} \exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma_X^2}\right) \tag{13}$$

2 结构系统可靠性的计算

对于结构系统为确定性的,外载荷为平稳随机过程的情况,只考虑一组失效模式。假定结构系统包含 n 个元件,表示为 :$s_1, s_2, \cdots, s_n$,假定第一个元件失效的概率为 p_1,在第一个元件撤除之后第二个元件的失效概率为 p_2,则取 $p = p_1 \cdot p_2$,显然这一结论可以推广到包含有多个失效元件的失效模式的情况。实际上,由结构系统可靠性理论可知,用这种方法得到的系统可靠性,是结构系统可靠性的上界(失效概率的下界)。

3 优化计算

基于首次超越破坏的结构最小重量的优化设计模型为

$$\begin{aligned} &\text{find} \quad X \\ &\text{Min} \quad W = W(X) \\ &\text{S.T.} \quad P_{fs} < p_* \\ &X^l < X < X^u \end{aligned}$$

其中 X 为设计变量(对于杆为横截面积,板为厚度等),X^l,X^u 分别为其上下界要求。$W(X)$ 是由设计变量决定的结构系统的重量,P_{fs} 为结构系统在工作寿命 $[0, t]$ 内首次超越破坏的失效概率,p_* 为设计所要求的最大失效概率。它也可以用前述的可靠性函数描述

$$Q(t) = 1 - R(t)$$

结构动力可靠性约束是高度非线性约束,所用的优化算法必然是非线性规划。考虑到约束的高度非线性,为了避免梯度计算,本文采用广义乘子法(HP)[8] 和单纯调优法[8] 相结合进行优化计算。广义乘子法通过引入拉格朗日乘子将约束优化问题转化为无约束优化问题,而单纯调优法则在不计算梯度的情况下,遵循一定的方法产生初始单纯型,然后通过反射、扩展、压缩、收缩等动作产生一系列单纯型,在满足某个条件的情况下逼近无约束优化问题的最优点。将二者结合起来易于实现,而且程序的适应性强,计算量小。

4 算例及分析

4.1 期望穿阈率计算的检验

图 1 为一个二自由度系统，质量 $m=10^5\mathrm{kg}$，阻尼系数 $c=10^6\mathrm{N\cdot s/m}$，刚度系数 $k=10^8\mathrm{N/m}$，作用力 $P(t)$ 的功率谱为理想白噪声，其功率谱密度 $S_0=4.777\times10^6\mathrm{N^2\cdot s}$。

用本文的方法计算期望穿阈率，并与文献[9]比较，考虑双壁问题，阈值 b 取不同值的计算结果见表 1。

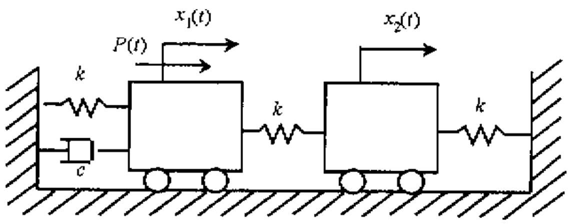

图 1 二自由度系统

Fig.1 The two-freedom system

表 1 不同阈值 b 的期望穿阈率

Tab.1 Level crossing rate with different b

b(cm)	3.5	3.75	4.00	4.25	4.50	4.75
文献[9]	4.551×10^{-2}	1.832×10^{-2}	6.996×10^{-3}	2.50×10^{-3}	8.400×10^{-4}	2.654×10^{-4}
本文	4.603×10^{-2}	1.860×10^{-2}	7.060×10^{-3}	2.517×10^{-3}	8.432×10^{-4}	2.653×10^{-4}

4.2 空间四杆桁架结构

如图 2 所示，结构系统所用材料的弹性模量 $\mu_E=68.94\mathrm{GPa}$，密度 $\mu_\rho=2772\mathrm{kg/m^3}$，许用应力 $\sigma=140\mathrm{MPa}$。给定结构系统的最大失效概率 $p_*=0.005$；工作寿命为 10 年。各杆横截面积的上下限均为：$A^u=64.5\mathrm{cm^2}$，$A^l=0.645\mathrm{cm^2}$，激励 $f(t)$ 为零均值平稳高斯过程，其功率密度谱 $S_f=1000\mathrm{N^2\cdot s}$。静力优化时取 $f(t)=10\ 000\mathrm{N}$，安全系数为 2.5。

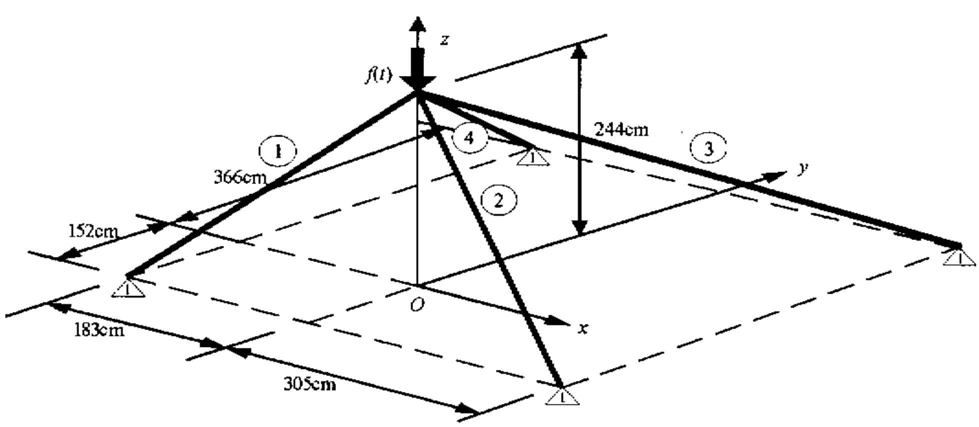

图 2 空间四杆桁架

Fig.2 The 4-bar space truss

杆件的横截面积 A 为设计变量。许用应力 σ 即为首次穿越破坏的阈值。广义特征值和特征向量的求解则采用广义 Jacobi 方法[10]。对于阻尼矩阵，除了明显的非均质体外，均可采用比例阻尼模

型[10]。故可取 $c=\alpha M+\beta K$,其中 $\alpha=0.005$,$\beta=0.003$。考虑双壁问题。计算结果见表 2。

表 2 空间四杆桁架结构的优化结果

Tab.2 Optimum results of 4-bar space truss

设计变量	$A_1(cm^2)$	$A_2(cm^2)$	$A_3(cm^2)$	$A_4(cm^2)$	$WT(kg)$	P_{fs}
静力优化	1.2165	1.0833	0.645	1.1918	4.9159	4.762E-006
动力优化	0.8206898	0.7810567	1.0886	0.8387685	4.39453	0.00499995

其中,静力优化中的失效概率是对其进行动力可靠性评估的结果。动力优化的迭代次数为 19,放大系数 $\alpha=3.5$。

5 结论

本文运用谱分析理论,分析了确定性结构在平稳随机过程激励下的响应特征,结合首超破坏模型,对基于动力可靠性的结构优化设计模型进行了初步探讨和研究,计算结果表明该方法是合理的、可行的。

该方法还可以应用于现有结构的结构动力可靠性评估和寿命预估,而且容易转化为在给定结构重量的条件下,寻求结构最大的动力可靠性的优化模型问题。

参 考 文 献:

[1] 朱位秋.随机振动[M].北京:科学出版社,1998.

[2] Elishakoff I, Lyon R H, et al. Random Vibration-Status and Recent Development[J]. Elsevier, 1986.

[3] Rao S S. Reliability-based Optimization under Random Vibration Environment[J]. Computers & structures, 1981, 14(5-6):345-355.

[4] 童卫华,姜节胜,顾松年.一种以均方响应为约束的动力学设计方法[J].应用力学学报,1996,13(3).

[5] 郭怀仁.数学物理方法[M].北京:高等教育出版社,1991.

[6] 欧进萍.结构随机振动[M].北京:高等教育出版社,1998.

[7] Gupta I D, Trifunac M D,李玉亭译.A Note on Statistic of Level Crossing and Peak Amplitude in Stationary Stochastic Process[J]. European Earthquake Engineering, 1998.

[8] 粟塔山.最优化计算原理与算法程序设计[M].长沙:国防科技大学出版社,2001.

[9] 王元战,周晶,周锡礽.随机过程激励下随机结构系统可靠度分析的一种方法[J].固体力学学报,1998,19(2).

[10] 户川隼人著.殷隐龙,陈学源译.振动分析的有限元法[M].北京:地震出版社,1985.