

去偏转换坐标卡尔曼滤波器的雷达目标跟踪*

贺明科,王正明,朱炬波

(国防科技大学理学院,湖南长沙 410073)

摘要:在雷达目标跟踪中,扩展卡尔曼滤波(EKF)和转换坐标卡尔曼滤波(CMKF)得到了广泛的应用。但当目标方位角的测量误差与目标斜距的乘积较大时,传统的EKF和CMKF的滤波性能会大大降低。推导了有测速元时的去偏转换卡尔曼滤波(DCMKF)算法,仿真结果表明DCMKF的精度比EKF与CMKF有了很大的提高。

关键词:去偏转换坐标卡尔曼滤波,推广的卡尔曼滤波,雷达目标跟踪

中图分类号: TN953; TN911.7 **文献标识码:** A

Debiased Converted Measurement KF for Radar Target Tracking

HE ming-ke, WANG Zheng-ming, ZHU Ju-bo

(College of Science, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Extended Kalman Filter(EKF) and converted measurement Kalman Filter(CMKF) have been widely used in radar target tracking. However, when cross-range measurement errors of target position are serious, the performance of conventional EKF and CMKF degrades considerably. In this article debiased converted measurement Kalman Filter(DCMKF) is inferred with velocity measurement. Simulation results show that DCMKF has a higher accuracy than EKF and CMKF.

Key words: converted measurement Kalman filter; extended Kalman filter; radar target tracking

在传统的雷达目标跟踪中,滤波算法有 α - β 算法、卡尔曼滤波算法和推广的卡尔曼滤波算法^[1]等。最常用的滤波算法是卡尔曼滤波算法,当目标的运动状态方程和传感器的测量方程均为线性方程,且观测噪声为零均值高斯分布时,卡尔曼滤波是最小方差意义下的最优滤波算法。但在实际情况下,测量方程和状态方程不可能在同一坐标系下都是线性方程。当状态方程和测量方程不同是线性方程时常用的滤波器是推广的卡尔曼滤波器。推广的卡尔曼滤波算法是把目标的运动方程或传感器的测量方程线性化,然后用标准的卡尔曼滤波算法进行滤波,因此无法避免线性化误差。所以推广的卡尔曼滤波器有精度不高、易发散的缺点。另一种方法是把极坐标系下的测量数据转换到直角坐标系下,用线性卡尔曼滤波方法进行滤波,这种方法称为转换坐标系的卡尔曼滤波方法(CMKF)。CMKF在计算转换测量值的均值和方差时同样要进行线性近似,同样无法避免线性化误差。去偏转换坐标卡尔曼滤波算法^[2]是把极坐标系下的测量值经坐标转换到直角坐标系中,用统计方法求出转换后的测量值误差的均值和方差,经去偏后利用标准卡尔曼滤波器进行滤波,这样不存在近似的问题,所以精度较高。文献[3]给出了三维空间中的DCMKF滤波算法。文献[4,5]对于不同的雷达测量方式,基于去偏转换卡尔曼思想设计了一种新的雷达目标跟踪算法,此方法首先把极坐标下的测量值转换到直角坐标下,精确计算转换测量值的前两阶矩,然后再将其转换到极坐标系下,从而得到较简单的显式表达,并运用了文献[6]中的对测量数据的顺序处理方法。文献[2~5]考虑的都是只有位置测量数据的情形,而在实际应用中,有些雷达还能提供测速数据。本文考虑有测速数据时的雷达目标跟踪问题,基于去偏转换卡尔曼滤波思想,在二维空间中推导了有测速元时的去偏转换坐标卡尔曼滤波算法,并进行了仿真计算。

* 收稿日期:2002-03-27

基金项目:教育部振兴计划骨干教师和2001年优秀博士论文作者专项基金项目

作者简介:贺明科(1975—)男,博士生。

1 转换测量值误差的均值和方差

设一雷达固定在坐标原点,目标相对于雷达的真实位置为斜距 r 、方位角 θ 及其变化率 \dot{r} 、 $\dot{\theta}$ 。雷达对目标的测量值为 r_m 、 θ_m 、 \dot{r}_m 、 $\dot{\theta}_m$:

$$r_m = r + \tilde{r}; \theta_m = \theta + \tilde{\theta}; \dot{r}_m = \dot{r} + \tilde{\dot{r}}; \dot{\theta}_m = \dot{\theta} + \tilde{\dot{\theta}} \quad (1)$$

其中 \tilde{r} 、 $\tilde{\theta}$ 、 $\tilde{\dot{r}}$ 、 $\tilde{\dot{\theta}}$ 为测量误差,它们为独立的零均值高斯白噪声,标准差分别为 σ_r 、 σ_θ 、 $\sigma_{\dot{r}}$ 、 $\sigma_{\dot{\theta}}$ 。通过极坐标系向直角坐标系的标准转换方程,可把极坐标系下的测量值转换到直角坐标系下,得转换测量值 x_m 、 y_m 、 \dot{x}_m 、 \dot{y}_m :

$$\begin{cases} x_m = r_m \cos \theta_m & y_m = r_m \sin \theta_m \\ \dot{x}_m = \dot{r}_m \cos \theta_m - r_m \dot{\theta}_m \sin \theta_m & \dot{y}_m = \dot{r}_m \sin \theta_m + r_m \dot{\theta}_m \cos \theta_m \end{cases} \quad (2)$$

设目标的真实位置和速度在直角坐标系下表示为 x 、 y 、 \dot{x} 、 \dot{y} ,则直角坐标系下的转换测量值误差为:

$$\begin{cases} \tilde{x} = x_m - x = (r + \tilde{r}) \cos(\theta + \tilde{\theta}) - r \cos \theta \\ \tilde{y} = y_m - y = (r + \tilde{r}) \sin(\theta + \tilde{\theta}) - r \sin \theta \\ \tilde{\dot{x}} = \dot{x}_m - \dot{x} = (\dot{r} + \tilde{\dot{r}}) \cos(\theta + \tilde{\theta}) - (r + \tilde{r}) \dot{\theta} \sin(\theta + \tilde{\theta}) - \dot{r} \cos \theta + r \dot{\theta} \sin \theta \\ \tilde{\dot{y}} = \dot{y}_m - \dot{y} = (\dot{r} + \tilde{\dot{r}}) \sin(\theta + \tilde{\theta}) + (r + \tilde{r}) \dot{\theta} \cos(\theta + \tilde{\theta}) - \dot{r} \sin \theta - r \dot{\theta} \cos \theta \end{cases} \quad (3)$$

1.1 在目标真实位置和速度已知的条件下转换测量值的均值与方差

在目标的真实位置已知的条件下,转换测量值误差的均值为:

$$\begin{cases} \mu_1^1 = r \cos \theta (e^{-\sigma_\theta^2/2} - 1) & \mu_1^2 = r \sin \theta (e^{-\sigma_\theta^2/2} - 1) \\ \mu_1^3 = (\dot{r} \cos \theta - r \dot{\theta} \sin \theta) (e^{-\sigma_\theta^2/2} - 1) & \mu_1^4 = (\dot{r} \sin \theta + r \dot{\theta} \cos \theta) (e^{-\sigma_\theta^2/2} - 1) \end{cases} \quad (4)$$

记 $A \triangleq E[\cos^2(\theta + \tilde{\theta})] = (1 + \cos 2\theta e^{-2\sigma_\theta^2})/2$, $B \triangleq E[\sin^2(\theta + \tilde{\theta})] = (1 - \cos 2\theta e^{-2\sigma_\theta^2})/2$, $C \triangleq E[\sin(\theta + \tilde{\theta}) \cos(\theta + \tilde{\theta})] = \sin \theta \cos \theta e^{-2\sigma_\theta^2}$,转换测量值误差的方差矩阵 R_i 中的元素为:

$$\begin{cases} R_i^{11} = -r^2 \cos^2 \theta e^{-\sigma_\theta^2} + (r^2 + \sigma_r^2) A \\ R_i^{12} = \sin \theta \cos \theta e^{-2\sigma_\theta^2} [\sigma_r^2 + r^2 (1 - e^{\sigma_\theta^2})] \\ R_i^{13} = -r \cos \theta (\dot{r} \cos \theta - r \dot{\theta} \sin \theta) e^{-\sigma_\theta^2} + r \dot{r} A - (r^2 + \sigma_r^2) \dot{\theta} C \\ R_i^{14} = -r \cos \theta (\dot{r} \sin \theta + r \dot{\theta} \cos \theta) e^{-\sigma_\theta^2} + r \dot{r} C + (r^2 + \sigma_r^2) \dot{\theta} A \\ R_i^{22} = -r^2 \sin^2 \theta e^{-\sigma_\theta^2} + (r^2 + \sigma_r^2) B \\ R_i^{23} = -r \sin \theta (\dot{r} \cos \theta - r \dot{\theta} \sin \theta) e^{-\sigma_\theta^2} + r \dot{r} C - (r^2 + \sigma_r^2) \dot{\theta} B \\ R_i^{24} = -r \sin \theta (\dot{r} \sin \theta + r \dot{\theta} \cos \theta) e^{-\sigma_\theta^2} + r \dot{r} B + (r^2 + \sigma_r^2) \dot{\theta} C \\ R_i^{33} = -(\dot{r} \cos \theta - r \dot{\theta} \sin \theta)^2 e^{-\sigma_\theta^2} + (\dot{r}^2 + \sigma_{\dot{r}}^2) A - 2r \dot{r} \dot{\theta} C + (r^2 + \sigma_r^2) (\dot{\theta}^2 + \sigma_\theta^2) B \\ R_i^{34} = -(\dot{r} \cos \theta - r \dot{\theta} \sin \theta) (\dot{r} \sin \theta + r \dot{\theta} \cos \theta) e^{-\sigma_\theta^2} + (\dot{r}^2 + \sigma_{\dot{r}}^2) C \\ \quad - (r^2 + \sigma_r^2) (\dot{\theta}^2 + \sigma_\theta^2) C + r \dot{\theta} A - r \dot{\theta} B \\ R_i^{44} = -(\dot{r} \sin \theta + r \dot{\theta} \cos \theta)^2 e^{-\sigma_\theta^2} + (\dot{r}^2 + \sigma_{\dot{r}}^2) B + 2r \dot{r} \dot{\theta} C + (r^2 + \sigma_r^2) (\dot{\theta}^2 + \sigma_\theta^2) A \end{cases} \quad (5)$$

1.2 在测量值已知的条件下转换测量值误差的均值和方差

在实际情况下目标的实际位置总是不知道的,所知道的是在极坐标系下对目标的测量值 r_m 、 θ_m 、 \dot{r}_m 、 $\dot{\theta}_m$ 。以上所求的均值和方差在处理实际问题时是不实用的,所需要的是转换测量值的误差在已知测量值的条件下的均值和方差。

在测量值已知的条件下 转换测量值误差的均值和方差由下面的公式定义 :

$$E[\mu_t | r_m, \theta_m, \dot{r}_m, \dot{\theta}_m] \triangleq \mu_a \quad E[R_t | r_m, \theta_m, \dot{r}_m, \dot{\theta}_m] \triangleq R_a \quad (6)$$

由式(6)可算出在测量值已知的条件下转换测量值的均值为 :

$$\mu_a^1 = r_m \cos \theta_m e^{-\sigma_\theta^2/2} (e^{-\sigma_\theta^2/2} - 1) \quad \mu_a^2 = r_m \sin \theta_m e^{-\sigma_\theta^2/2} (e^{-\sigma_\theta^2/2} - 1) \quad (7)$$

$$\mu_a^3 = (\dot{r}_m \cos \theta_m - r_m \dot{\theta}_m \sin \theta_m) e^{-\sigma_\theta^2/2} (e^{-\sigma_\theta^2/2} - 1) \quad \mu_a^4 = (\dot{r}_m \sin \theta_m + r_m \dot{\theta}_m \cos \theta_m) e^{-\sigma_\theta^2/2} (e^{-\sigma_\theta^2/2} - 1)$$

记

$$A_m \triangleq E[\cos^2(\theta_m + \tilde{\theta})] = (1 + \cos 2\theta_m e^{-2\sigma_\theta^2})/2$$

$$B_m \triangleq E[\sin^2(\theta_m + \tilde{\theta})] = (1 - \cos 2\theta_m e^{-2\sigma_\theta^2})/2$$

$$C_m \triangleq E[\sin(\theta_m + \tilde{\theta}) \cos(\theta_m + \tilde{\theta})] = \sin \theta_m \cos \theta_m e^{-2\sigma_\theta^2}$$

$$\bar{A}_m \triangleq E[(1 + \cos 2(\theta_m + \tilde{\theta})) e^{-2\sigma_\theta^2}/2] = (1 + \cos 2\theta_m e^{-4\sigma_\theta^2})/2$$

$$\bar{B}_m \triangleq E[(1 - \cos 2(\theta_m + \tilde{\theta})) e^{-2\sigma_\theta^2}/2] = (1 - \cos 2\theta_m e^{-4\sigma_\theta^2})/2$$

同理可算出在测量值已知的条件下转换测量值的方差矩阵 R_a 为 :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_a^{11} = -(r_m^2 + \sigma_r^2) e^{-\sigma_\theta^2} A_m + (r_m^2 + 2\sigma_r^2) \bar{A}_m \\ R_a^{12} = \sin \theta_m \cos \theta_m e^{-4\sigma_\theta^2} [\sigma_r^2 + (r_m^2 + \sigma_r^2) (1 - e^{\sigma_\theta^2})] \\ R_a^{13} = -[r_m \dot{r}_m A_m - (r_m^2 + \sigma_r^2) \dot{\theta}_m C_m] e^{-\sigma_\theta^2} + r_m \dot{r}_m \bar{A}_m - (r_m^2 + 2\sigma_r^2) \dot{\theta}_m C_m e^{-2\sigma_\theta^2} \\ R_a^{14} = -[r_m \dot{r}_m C_m + (r_m^2 + \sigma_r^2) \dot{\theta}_m A_m] e^{-\sigma_\theta^2} + r_m \dot{r}_m C_m e^{-2\sigma_\theta^2} + (r_m^2 + 2\sigma_r^2) \dot{\theta}_m \bar{A}_m \\ R_a^{22} = -(r_m^2 + \sigma_r^2) B_m e^{-\sigma_\theta^2}/2 + (r_m^2 + 2\sigma_r^2) \bar{B}_m \\ R_a^{23} = -[r_m \dot{r}_m C_m - (r_m^2 + \sigma_r^2) \dot{\theta}_m B_m] e^{-\sigma_\theta^2} + r_m \dot{r}_m C_m e^{-2\sigma_\theta^2} - (r_m^2 + 2\sigma_r^2) \dot{\theta}_m \bar{B}_m \\ R_a^{24} = -[r_m \dot{r}_m B_m + (r_m^2 + \sigma_r^2) \dot{\theta}_m C_m] e^{-\sigma_\theta^2} + r_m \dot{r}_m \bar{B}_m + (r_m^2 + 2\sigma_r^2) \dot{\theta}_m C_m e^{-2\sigma_\theta^2} \\ R_a^{33} = -[(\dot{r}_m^2 + \sigma_r^2) A_m - 2r_m \dot{r}_m \dot{\theta}_m C_m + (r_m^2 + \sigma_r^2) (\dot{\theta}_m^2 + \sigma_\theta^2) B_m] e^{-\sigma_\theta^2} + (\dot{r}_m^2 + 2\sigma_r^2) \bar{A}_m \\ \quad - 2r_m \dot{r}_m \dot{\theta}_m C_m e^{-2\sigma_\theta^2} + (r_m^2 + 2\sigma_r^2) (\dot{\theta}_m^2 + 2\sigma_\theta^2) \bar{B}_m \\ R_a^{34} = -[(\dot{r}_m^2 + \sigma_r^2) C_m + r_m \dot{r}_m \dot{\theta}_m \cos 2\theta_m e^{-2\sigma_\theta^2} - (r_m^2 + \sigma_r^2) (\dot{\theta}_m^2 + \sigma_\theta^2) C_m] e^{-\sigma_\theta^2} \\ \quad + (\dot{r}_m^2 + 2\sigma_r^2) C_m e^{-2\sigma_\theta^2} - (r_m^2 + 2\sigma_r^2) (\dot{\theta}_m^2 + 2\sigma_\theta^2) C_m e^{-2\sigma_\theta^2} + r_m \dot{r}_m \dot{\theta}_m \cos 2\theta_m e^{-4\sigma_\theta^2} \\ R_a^{44} = -[(\dot{r}_m^2 + \sigma_r^2) B_m + 2r_m \dot{r}_m \dot{\theta}_m C_m + (r_m^2 + \sigma_r^2) (\dot{\theta}_m^2 + \sigma_\theta^2) A_m] e^{-\sigma_\theta^2} \\ \quad + (\dot{r}_m^2 + 2\sigma_r^2) \bar{B}_m + 2r_m \dot{r}_m \dot{\theta}_m C_m e^{-2\sigma_\theta^2} + (r_m^2 + 2\sigma_r^2) (\dot{\theta}_m^2 + 2\sigma_\theta^2) \bar{A}_m \end{array} \right. \quad (8)$$

由式(7)知 经坐标转换后,直角坐标系下的转换测量值是有偏的 我们用下式去偏 :

$$(x^{dc} \ y^{dc} \ \dot{x}^{dc} \ \dot{y}^{dc})^T = (x_m \ y_m \ \dot{x}_m \ \dot{y}_m)^T - \mu_a^T \quad (9)$$

由式(9)得出的测量值是无偏的 称为去偏转换测量值。

2 去偏转换坐标卡尔曼滤波算法

设目标作匀速直线运动 状态方程为 :

$$X(k) = FX(k-1) + \Gamma W(k-1) \quad (10)$$

其中 F 为状态转移矩阵, $X(k)$ 为目标在 k 时刻的状态矢量, $W(k-1)$ 为 $k-1$ 时刻的过程噪声, 是零均值的高斯白噪声。经非线性坐标转换并去偏后得直角坐标系下的去偏转换测量值 $z^c(k)$ 则 :

$$z^c(k) = (x_m(k) \ y_m(k) \ \dot{x}_m(k) \ \dot{y}_m(k))^T - \mu_a^T(k) \quad (11)$$

把上式所得 $z^c(k)$ 作为测量值, 则目标的测量方程为 :

$$z^c(k) = HX(k) + v(k) \quad (12)$$

H 为测量矩阵, 它为四阶单位阵; $v(k)$ 是零均值的噪声, 方差 $R^c(k)$ 为前文中所述的 R_a 。此时目标状

态方程和测量方程在直角坐标系下都为线性方程,可用标准卡尔曼滤波算法进行滤波。

3 仿真结果

在仿真试验中雷达位于坐标原点,目标的初始位置为(180km,220km),初始速度为(-300m/s,300m/s),状态噪声为相互独立的零均值的白高斯噪声,各坐标轴方向的标准偏差为 0.001km/s^2 ,雷达对目标的测量误差均方差分别为 $\sigma_r = 50\text{m}$ 、 $\sigma_\theta = 2^\circ$ 、 $\sigma_{\dot{r}} = 1\text{m/s}$ 、 $\sigma_{\dot{\theta}} = 0.04^\circ/\text{s}$ 。采样周期为 $T = 1\text{s}$,雷达采样400个点。分别用本文方法和扩展的卡尔曼滤波方法及标准转换坐标卡尔曼滤波方法对上述运动目标进行跟踪,在仿真中,滤波的初始状态和初始方差由第一个可用测量给出。进行了100次 Monte-Carlo 试验,所得到的位置和速度上的均方根误差分别见图1和图2。

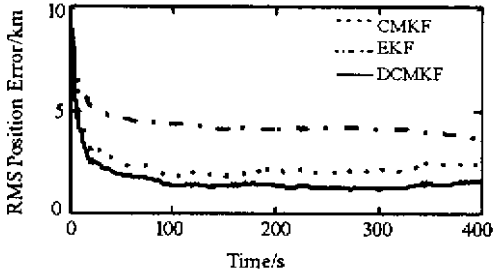


图1 位置估计误差

Fig.1 RMS position error

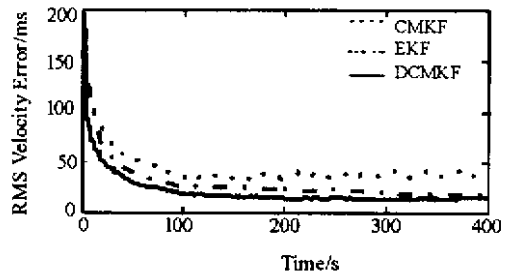


图2 速度估计误差

Fig.2 RMS velocity error

由图中可以看出,本文方法的滤波性能最优,EKF和CMKF在滤波初始阶段偏差较大,且收敛速度较慢。

参考文献:

- [1] 周宏仁,敬忠良,王培德.机动目标跟踪[M].北京:国防工业出版社,1991.
- [2] Don Lerro, Yaakov Bar-Shalom. Tracking with Debaised Consistent Converted Measurements Versus EKF[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1993, 29(3):1015-1022.
- [3] 杨春玲等.转换坐标卡尔曼滤波器的雷达目标跟踪[J].电子学报,1999,27(3):121-123.
- [4] Seong-Taek Park, Jang Gyu Lee. Design of Practical Tracking Algorithm with Radar Measurement[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34(4):1337-1344.
- [5] Seong-Taek Park, Jang Gyu Lee. Improved Kalman Filter Design for Three-dimensional Radar Tracking[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2001, 37(2):727-739.
- [6] Kenneth S Miller, Donald M Leskiw. Nonlinear Estimation with Radar Observation[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1982, 18(2):192-200.

