文章编号: 1001- 2486(2005) 01- 0106- 05

一个输入依赖于系统状态的排队模型的瞬时队长分布*

俞　政[1], 周令毕[2]

(1. 中南大学 数学科学与计算技术学院, 湖南 长沙　410083;　2. 湖南大众传媒技术学院, 湖南 长沙　410100)

摘　要: 探讨了一个有如下特征的排队系统: 该系统的第 m 个到达间隔 $\alpha_m-\alpha_{m-1}(m\geqslant 1)$ 的分布依赖系统在时刻 α_{m-1} 拥有的顾客数目。应用补充变量方法, 这个系统的瞬时队长分布的积分表示被得到。在各到达间隔分布和诸服务时间分布均具有密度函数的条件下, 这个积分表示的被积项能够递归地求取。

关键词: 排队系统; 瞬时队长; 补充变量

中图分类号: O226　　文献标识码: A

Distribution of the Transient Queue Length in a Queueing Model with Input Dependent on the System State

YUN Zheng[1], ZHOU Ling-bi[2]

(1. College of Mathematical Sciences and Computing Technology, Central South University, Changsha 410075, China;

2. Hunan Mass Media Vocational Technical College, Changsha 410100, China)

Abstract: This paper studies a queueing system wherein the distribution of the m-th interarrival time $\alpha_m-\alpha_{m-1}(m\geqslant 1)$ depends on the number of customers in the system at time α_{m-1}. Using the method of supplementary variables, the integral representation of the transient queue length distribution is obtained, of which the integrated term can be calculated recursively under the condition that the interarrival times and service times of the system have density functions.

Key words: queueing system; transient queue length; supplementary variable

1　术语和符号

考察对象是如下描述的排队系统:

(1) 系统由单一服务台构成, 排队规则为"先到先服务";

(2) 顾客的相继到达时刻为 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots$; 记 $\tau_m=\alpha_m-\alpha_{m-1}(m=1,2,\cdots;\alpha_0\equiv 0)$, $\{\tau_m\}$ 是独立随机变量序列, 对每一个 $m\in\boldsymbol{N}$, τ_m 的分布由 $L(\alpha_{m-1})$ 确定, τ_m 的分布函数记为 $F(m,t)(m=1,2,3,\cdots)$;

(3) 顾客的相继服务时间序列 $\upsilon_1, \upsilon_2, \cdots$为独立随机变量序列, 对每一个 $n\in\boldsymbol{N}$, υ_n 的分布函数记为 $G(n,t)(n=1,2,\cdots)$;

(4) 输入和服务是相互独立的。

$\forall t\geqslant 0$, $L(t)$ 表示时刻 t 系统的队长。β_n 为初始时刻 0 之后第 n 个离开系统的顾客的离去时刻, $n=1,2,\cdots$; $\beta_0\equiv 0$(注: 若 $\beta_1<\upsilon_1$, $\beta_1-\beta_0$ 的分布可由 $G(1,t)$ 导出, 为方便, 仍以 $G(1,t)$ 表示这个分布)。$A=\{\alpha_m, \beta_n: m, n\in\boldsymbol{N}\}$, $\{\gamma_k\}$ 表示集合 A 中的元素依其发生次序排列而成的序列。定义序列 $\{s_l\}$ 如下:

$s_1=\beta_1-\upsilon_1$, 若 $\beta_1-\upsilon_1>0$, 否则 $s_1=0$, $\cdots$, $s_{l+1}=\beta_{l+1}-\upsilon_{l+1}(l=1,2,\cdots)$。

在序列 $\{\gamma_k\}$ 中, $\forall M\geqslant 1$, 称 $\gamma_{M+p}(p\geqslant 1)$ 是关于 γ_M 的首个异类点, 若 $\gamma_{M+l}\in\{\alpha_m\}\setminus\{\beta_n\}(l=0,1,\cdots,p-1)$, 但 $\gamma_{M+p}\in\{\beta_n\}\setminus\{\alpha_m\}$; 或者 $\gamma_{M+l}\in\{\beta_n\}\setminus\{\alpha_m\}(l=0,1,\cdots,p-1)$, 但 $\gamma_{M+p}\in\{\alpha_m\}\setminus\{\beta_n\}$。

下列事实是明显的:

F1: 对每一个 $l\geqslant 1$, 有 $s_l\geqslant\beta_{l-1}$, 且 $s_l\in\{\gamma_k\}$。

* 收稿日期: 2004- 08- 30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10171009); 高校博士点基金资助项目(20010533001);

作者简介: 俞政(1957—), 男, 副教授, 博士。

F2: 在$\{\gamma_k\}$中, $\forall M\geqslant 1,\ p\geqslant 1$, 若 γ_{M+p}不是关于 γ_M 的首个异类点, 则存在 $\gamma_{M+l}(0\leqslant l\leqslant p-1)$, 使$\gamma_{M+p}$与 γ_{M+l}为同一个服务区间或同一个到达间隔区间的两端点; 若 γ_{M+p}是关于 γ_M 的首个异类点, 则至多存在一个 $\gamma_q\in\{\gamma_0,\ \cdots,\ \gamma_M\}$, 使得 γ_q 与 γ_{M+p}或同为一个服务时间区间两端点, 或同为一个到达间隔区间的两端点. F2 中的 γ_q 称为γ_M 的异类伴随点。

2　一个多维马尔可夫过程的构造

设$(\Omega,\mathscr{F},P)$是一概率空间, 且$\{\alpha_k\}$, $\{\beta_k\}$, $\{\upsilon_k\}$及$\{L(t),\ t\geqslant 0\}$均为配置其上的随机过程。$\forall t\geqslant 0$, 令[1, 2]

$$\theta_1(t)=t-\alpha_k,\quad \text{若 } \alpha_k\leqslant t<\alpha_{k+1}(k=0,1,\cdots)$$

$$\theta_2(t)=\begin{cases} t, & 0\leqslant t<s_1,\quad \beta_1>\upsilon_1,\quad 0\leqslant t<\beta_1,\quad \beta_1\leqslant\upsilon_1\\ t-s_1, & s_1\leqslant t<\beta_1,\quad \beta_1>\upsilon_1\\ t-\beta_k, & \beta_k\leqslant t<s_{k+1},\quad k\geqslant 1\\ t-s_{k+1}, & s_{k+1}\leqslant t<\beta_{k+1},\quad k\geqslant 1\end{cases}$$

$$\theta_3(t)=L(\alpha_m),\quad \alpha_m\leqslant t<\alpha_{m+1}(m=0,1,\cdots)$$

$$X(t)\triangleq(L(t),\theta_1(t),\theta_2(t),\theta_3(t))$$

引理 1　$\{X(t),\ t\geqslant 0\}$是$(\Omega,\mathscr{F},P)$上, 以$(\mathscr{E},\boldsymbol{B})$为状态空间的马尔可夫过程, 其中, $\mathscr{E}=\boldsymbol{N}\times\boldsymbol{R}^+\times\boldsymbol{R}^+\times\boldsymbol{N}$, $\boldsymbol{B}$ 是 $\mathscr{E}$上的 σ 代数。

证明　设 T 是一个正实数, $\mathscr{F}_T$ 是 Ω 上的, 由$[0,T]$上的过程 $X(t)$的性态确定的 σ- 代数, N 是一自然数, 使得 Ω 的子集 $\Omega_N=\{\omega:\ \gamma_N\leqslant T<\gamma_{N+1}\}\neq\Phi$。在 Ω_N 上, $X(t)$的性态由诸量 $X(0)$, γ_1, $X(\gamma_1)$, $\cdots$, γ_N, $X(\gamma_N)$完全确定。于是在 Ω_N 上, 测度 $P\{X(t+T)\in D\mid\mathscr{F}_T\}(D\in\boldsymbol{B})$仅仅是 $X(0)$, γ_1, $X(\gamma_1)$, $\cdots$, γ_N, $X(\gamma_N)$的函数。若能证明在 Ω_N 上, 成立

$$\begin{aligned}&P\{L(t+T)\in B,\ \theta_i(t+T)\in\Lambda_i,\ i=1,2,3\mid X(0),\ \gamma_1,X(\gamma_1),\ \cdots,\ \gamma_N,X(\gamma_N)\}\\ =\ &P\{L(t+T)\in B,\ \theta_i(t+T)\in\Lambda_i,\ i=1,2,3\mid X(T)\}\end{aligned}$$

其中, $B\times\Lambda_1\times\Lambda_2\times\Lambda_3=D$, 则$\{X(t),\ t\geqslant 0\}$的马氏性得以证实。

限制在 Ω_N 上, 由条件期望的平滑性, 有

$$\begin{aligned}&P\{L(t+T)\in B,\ \theta_i(t+T)\in\Lambda_i,\ i=1,2,3\mid X(0),\ \gamma_1,X(\gamma_1),\ \cdots,\ \gamma_N,X(\gamma_N)\}\\ =\ &E\{P\{L(t+T)\in B,\ \theta_i(t+T)\in\Lambda_i,\ i=1,2,3\mid X(0),\ \gamma_1,X(\gamma_1),\ \cdots,\\ &\gamma_{N+1},X(\gamma_{N+1})\}I_{\Omega_N}\mid X(0),\ \gamma_1,X(\gamma_1),\ \cdots,\ \gamma_N,X(\gamma_N)\}\end{aligned}$$

以及

$$P\{L(t+T)\in B,\ \theta_i(t+T)\in\Lambda_i,\ i=1,2,3\mid X(0),\ \gamma_1,X(\gamma_1),\ \cdots,\gamma_{N+1},X(\gamma_{N+1})\}=$$

$$\begin{cases} I_B(L(T))I_{\Lambda_3}(\theta_3(T))\prod\limits_{i=1}^{2}I_{\Lambda_i}(t+\theta_i(T)), & \gamma_{N+1}>t+T\\ P\{L(t+T)\in B,\ \theta_i(t+T)\in\Lambda_i,\ i=1,2,3\mid X(0),\ \cdots,\gamma_{N+1},X(\gamma_{N+1})\}, & \gamma_{N+1}\leqslant t+T\end{cases}$$

故在 Ω_N 上, 有

$$\begin{aligned}&P\{L(t+T)\in B,\ \theta_i(t+T)\in\Lambda_i,\ i=1,2,3\mid X(0),\ \gamma_1,X(\gamma_1),\ \cdots,\ \gamma_N,X(\gamma_N)\}\\ =\ &I_B(L(T))\prod_{i=1}^{2}I_{\Lambda_i}(t+\theta_i(T))P\{\gamma_{N+1}>t+T\mid X(0),\ \gamma_1,X(\gamma_1),\ \cdots,\ \gamma_N,X(\gamma_N)\}\\ &+E\{P\{L(t+T)\in B,\ \theta_i(t+T)\in\Lambda_i,\ i=1,2,3\mid X(0),\ \gamma_1,X(\gamma_1),\ \cdots,\ \gamma_{N+1},X(\gamma_{N+1})\}\\ \cdot\ &I_{\{T<\gamma_{N+1}\leqslant t+T\}}\mid X(0),\ \gamma_1,X(\gamma_1),\ \cdots,\ \gamma_N,X(\gamma_N)\}=:(I)+(II)^{[3]}\end{aligned}\tag{1}$$

以下, 将就(1)式右端的两项分别讨论之.

对于(I)，首先，注意到在 Ω_N 上，成立

$$\gamma_N=\begin{cases}T-\theta_1(T), & \gamma_N\in\{\alpha_m\}\\ T-\theta_2(T), & \gamma_N\in\{\beta_m\}\end{cases};\quad X(\gamma_N)=\begin{cases}(L(T),0,\theta_2(T)-\theta_1(T),\theta_3(T)), & \gamma_N\in\{\alpha_m\})\\ (L(T),\theta_1(T)-\theta_2(T),0,\theta_3(T)), & \gamma_N\in\{\beta_m\})\end{cases}$$

从而，$(\gamma_N, X(\gamma_N))$ 和 $X(T)$ 相互确定。

(I) 1: $\gamma_{N+1}=\beta_m$

由(F1, F2)知：$\exists\ s_m\in\{\gamma_1,\cdots\gamma_N\}$，使得 $s_m=\beta_m-\upsilon_n$，从而 $\gamma_{N+1}>t+T\Leftrightarrow\upsilon_n>t+\theta_2(T)$，于是，

$$P\{\gamma_{N+1}>t+T\mid X(0),\gamma_1,X(\gamma_1),\cdots\gamma_N,X(\gamma_N)\}=P\{\upsilon_n>t+\theta_2(T)\mid s_m,\gamma_N,X(\gamma_N)\}$$

从而，在 $\Omega_N=\{\gamma_N\leqslant T\}\cap\{T<\gamma_{N+1}\}=\{\gamma_N\leqslant T\}\cap\{\upsilon_m>\theta_2(T)\}$ 上，有

$$P\{\upsilon_m>t+\theta_2(T)\mid s_m,\gamma_N,X(\gamma_N),T-\gamma_N\geqslant 0,\upsilon_m>\theta_2(T)\}$$
$$=P\{\upsilon_m>t+\theta_2(T)\mid T-\theta_2(T),X(T),\upsilon_n>\theta_2(T)\}=\frac{P\{\upsilon_m>t+\theta_2(T)\mid X(T)\}}{P\{\upsilon_m>\theta_2(T)\mid X(T)\}}$$

(I) 2: $\gamma_{N+1}=\alpha_n$

类似(I)1 中讨论，知在 Ω_N 上，$P\{\gamma_{N+1}>t+T\mid X(0),\gamma_1,X(\gamma_1),\cdots,\gamma_N,X(\gamma_N)\}$ 亦只依赖 $X(T)$。

关于(II)，注意到下列事实：

(1) $\forall\ t>0$，在集合$\{\omega:\gamma_k\leqslant t<\gamma_{k+1}\}$上，有 $L(t)=L(\gamma_k)$，$\theta_1(t)=\theta_1(\gamma_k)+t-\gamma_k$，$\theta_2(t)=\theta_2(\gamma_k)+t-\gamma_k$，$\theta_3(t)=\theta_3(\theta_k)$，即 $X(t)$ 由 t 和$(\gamma_k,X(\gamma_k))$确定。

(2)

$$L(\gamma_{(k+1)})=\begin{cases}L(\gamma_k)+1, & \gamma_{k+1}\in\{\alpha_m\}\setminus\{\beta_n\}\\ L(\gamma_k), & \gamma_{k+1}\in\{\alpha_m\}\cap\{\beta_n\}\\ L(\gamma_k)-1, & \gamma_{k+1}\in\{\beta_n\}\setminus\{\alpha_m\}\end{cases}$$

$$\theta_1(\gamma_{k+1})=\begin{cases}0, & \gamma_{k+1}\in\{\alpha_m\}\\ \theta_1(\gamma_k)+\gamma_{k+1}-\gamma_k, & \gamma_{k+1}\in\{\beta_n\}\setminus\{\alpha_m\}\end{cases}$$

$$\theta_2(\gamma_{k+1})=\begin{cases}\theta_2(\gamma_k)+\gamma_{k+1}-\gamma_k, & C_{k+1}\ I\ \{A_m\}\setminus\{B_n\}\\ 0, & C_{k+1}\ I\ \{B_n\}\end{cases}$$

$$H_3(C_{k+1})=\begin{cases}H_3(C_k), & C_{k+1}\ I\ \{B_n\}\\ H_3(C_k)+1, & C_{k+1}\ I\ \{A_m\}\setminus\{B_n\}\end{cases}$$

即 $X(C_{k+1})$ 由 C_{k+1} 和$(C_k,X(C_k))$ 确定，再利用 F2，可以递归地导出

$$P\{L(t+T)\ I\ B,H_i(t+T)\ I\ C_i,i=1,2,3\mid X(0),C_1,X(C_1),,,C_{N+1},X(C_{N+1})\}\#I_{\{T<C_{N+1}[\ t+T\}}$$
$$=P\{L(t+T)\ I\ B,H_i(t+T)\ I\ C_i,i=1,2,3\mid C_p,C_{N+1},X(C_{N+1})\}\#I_{\{T<C_{N+1}[\ t+T\}}$$

其中，C_p 为关于 C_{N+1} 的异类伴随点，$C_p=T-H_i(T)$（$i=1$ 或 2，视 $C_p\ I\ \{A_m\}$ 或 $C_p\ I\ \{B_n\}$ 而定）。以下的讨论将依(II)1. $C_{N+1}=A_n$，$C_{N+1}\ \text{ı}\ \{B_n\}$，$(II)$2. $C_{N+1}=B_n$，$C_{N+1}\ \text{ı}\ \{A_n\}$，$(II)$3. $C_{N+1}\ I\ \{A_n\}\ H\{B_m\}$，分别进行。然而实际上，只需详细讨论$(II)$1 即可，其余两种情形的讨论是类似的。

(II)11 $C_{N+1}=A_n$，$C_{N+1}\ \text{ı}\ \{B_n\}$

对此种情形，$A_{n-1}\ I\ \{C_1,,,C_N\}$。在 8_N 上，有

$$C_{N+1}=S_n+T-H_1(T),\quad X(C_{N+1})=(L(T)+1,0,S_n+H_2(T)-H_1(T),H_3(T)+1)$$

可知，在给定了 A_{n-1} 的条件下，$(C_{N+1},X(C_{N+1}))$ 和$(S_n,X(T))$相互确定，若存在异类伴随点 $C_k\ I\ \{C_1,,,C_N\}$，由 F2 及 $C_{N+1}=A_n$ 知 $C_k=T-H_2(T)$。于是存在一个 $B^1\ @\ B$ 可测函数 $h(s,x)$（B^1 是 R 上的 Borel $R-$ 代数），使得

$$E\{P\{L(t+T)\ I\ B,H_i(t+T)\ I\ +_i,i=1,2,3$$
$$\mid C_p,C_{N+1},X(C_{N+1})\}I_{\{T<C_{N+1}[\ t+T\}}\mid X(0),C_1,X(C_1),,,C_N,X(C_N)\}$$
$$=E\{h(S_n,X(T))I_{\{H_1(T)<S_n[\ t+H_1(T)\}}\mid L(A_{n-1}),A_{n-1},C_N,X(C_N)\}$$

故在 $8_N=\{C_N[\ T\}\ H\{S_n>H_1(T)\}$ 上，有

$$E\{h(S_n, X(T))I_{\{H_1(T)<S_n\le t+H_1(T)\}}\mid L(A_{n-1}), A_{n-1}, \tau_N, X(\tau_N), T-\tau_N\ge 0, S_n> H_1(T)\}$$
$$= E\{h(S_n, X(T))I_{\{H_1(T)<S_n\le t+H_1(T)\}}\mid X(T), S_n> H_1(T)\}$$
$$= \frac{1}{P\{S_n\ge H_1(T)\mid X(T)\}}E\left\{\int_{H_1(T)}^{t+H_1(T)} h(s, X(T))\,\mathrm{d}F(n-1, n, s)\mid X(T)\right\}$$

即在 Ω_N 上, 有

$$E\{P\{L(t+T-\tau_{N+1})\in B, H_i(t+T-\tau_{N+1})\in\Gamma_i, i=1,2,3;$$
$$\mid \tau_{N+1}, X(\tau_{N+1})\}I_{\{T<\tau_{N+1}\le t+T\}}\mid X(0), \tau_1, X(\tau_1), \dots, \tau_N, X(\tau_N)\}$$

确实只依赖 $X(T)$。

综上即得到了 $X(t)$ 的马氏性的证明。令

$$H_4(t)=n,\quad \alpha_n\le t<\alpha_{n+1},\qquad H_5(t)=m,\quad \beta_m\le t<\beta_{m+1},\qquad n, m=0,1,2,\dots$$

利用通常的齐次化技术[3,4], 即得

引理 2　$Y(t)=(X(t), H_4(t), H_5(t))$ 是一个状态空间为 $(\mathscr{E}, \boldsymbol{B})$ 的齐次马氏过程, $\mathscr{E}=\boldsymbol{N}\times\boldsymbol{R}^+\times\boldsymbol{R}^+\times\boldsymbol{N}\times\boldsymbol{N}\times\boldsymbol{N}$, $\boldsymbol{B}$ 是 $\mathscr{E}$ 上的 σ- 代数.

3　向后方程

假定: 在所考虑的系统中, 诸到达间隔和服务时间都是具有密度函数的随机变量, 这样, 顾客到达和对顾客刚好服务完毕不可能在同一时刻发生。设 $a(n, s)$, $b(m, s)$ 分别为 S_n, T_m 的密度函数, 对 $s\ge 0$, 令

$$\lambda_n(s)=\frac{a(n,s)}{1-F(n,s)},\qquad \mu_m(s)=\frac{b(m,s)}{1-G(m,s)},\qquad n, m=1,2,\dots;$$

$$P^{k,l}_{0,n}(t,u)\Delta u=P\{L(t)=0, u<H_1(t)\le u+\Delta u, H_3(t)=n, H_4(t)=k, H_5(t)=l\},\quad u\ge 0, n\ge 1, k, l\ge 0;$$

$$P^{k,l}_{m,n}(t,u,v)\Delta u\Delta v$$
$$=P\{L(t)=m, u<H_1(t)\le u+\Delta u, v<H_2(t)\le v+\Delta v, H_3(t)=n, H_4(t)=k, H_5(t)=l\},$$
$$u, v\ge 0, n\ge m\ge 1, k, l\ge 0;$$

$$P^{k,l}_{m,n}(t)=P\{L(t)=m, H_3(t)=n, H_4(t)=k, H_5(t)=l\},\quad n\ge m\ge 0, k, l\ge 0;$$

由引理 2 知 $Y(t)=(L(t), H_1(t), H_3(t), H_4(t), H_5(t))$ 是一个齐次马氏过程, 比较其在时刻 t 和 $t+\Delta t$ 的状态, 可得[5]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial u}\right)P^{k,l}_{0,n}(t,u)=-\lambda_k(u)P^{k,l}_{0,n}(t,u)+\int_0^\infty P^{k,l}_{1,n}(t,u,v)\mu_l(v)\,\mathrm{d}v,\qquad n\ge 1, k, l\ge 0$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial u}+\frac{\partial}{\partial v}\right)P^{k,l}_{m,n}(t,u,v)=-\{\lambda_k(u)+\mu_l(v)\}P^{k,l}_{m,n}(t,u,v),\qquad n\ge m\ge 1, k, l\ge 0 \tag{2}$$

积分边界条件为:

$$\begin{cases} P^{k,l}_{0,n}(t,0,v)=0, & n\ge 1, k, l\ge 0;\\ P^{k,l}_{m,n}(t,u,0)=\int_0^\infty P^{k,l}_{m+1,n}(t,u,v)\mu_l(v)\,\mathrm{d}v, & n\ge m+1,\ m\ge 1,\ k, l\ge 0\\ P^{k,l}_{m,n}(t,0,v)=\int_0^\infty P^{k,l}_{m-1,n-1}(t,u,v)\lambda_k(u)\,\mathrm{d}u, & n\ge m\ge 1,\ k, l\ge 0\end{cases} \tag{3}$$

初始条件为:

$$\begin{cases} P^{0,0}_{0,n}(0,u)=\delta_{n,L(-t_0)}\delta(u-t_0), & n\ge 0\\ P^{0,0}_{m,n}(0,u,v)=\delta_{m,L(0)}\delta_{n,L(-t_0)}\delta(u-t_0, v-t^*)\end{cases} \tag{4}$$

于是可得

定理 1　$\{P^{k,l}_{m,n}(t): t\ge 0, n\ge m, m\ge 0, n\ge 1, k\ge 0, l\ge 0\}$ 满足

$$P^{k,l}_{0,n}(t) = \int_0^\infty P^{k,l}_{0,n}(t,u)\,\mathrm{d}u, \quad n \ge 1, k, l \ge 0$$

$$P^{k,l}_{m,n}(t) = \int_0^\infty\int_0^\infty P^{k,l}_{m,n}(t,u,v)\,\mathrm{d}u\mathrm{d}v, \quad m \ge 1, \quad n \ge m, \quad k, l \ge 0$$

其中 $P^{k,l}_{0,n}(t,u)$、$P^{k,l}_{m,n}(t,u,v)$ 由(2)、(3)和(4)式确定。

由定理1可导出

$$P\{L(t) = m\} = \sum_{\substack{n \in N \\ n \ge m}} \sum_{k,l \in N} P^{k,l}_{m,n}(t), \qquad m \in N$$

参考文献:

[1] Cox D R. The Analysis of Non-Markovion Stochastic Processes by the Inclusion of Suplementary Variables[J]. Proc. Camb. Phil. Soc., 1955, 51: 433-441.

[2] Davis M H A. Markov Models and Optimization[M]. Chapman & Hall, 1993.

[3] 基赫曼N N, 斯科罗霍德A B. 随机过程论[M]. 北京: 科学出版社, 1986.

[4] 刘国欣. 等, 逐段决定马尔可夫骨架过程[M]. 长沙: 湖南科技出版社, 2000.

[5] Alfa A S, Rao T S. Supplementary Variable Technique Models[J]. J. Probability in the Engineering and Informational Sciences, 2000, 14: 203-218.

(上接第97页)

5 结论

C^4ISR 系统的结构一般比较复杂。如何对系统的结构进行调整, 使得子系统之间的界面更加简洁, 对 C^4ISR 系统分析、仿真等具有十分重要的意义。本文从减少子系统之间的交互依赖关系的角度出发, 分析活动之间的关系, 构造活动模型的活动邻接矩阵, 定义了交互依赖活动集的概念。结合一个例子, 说明了用图论的路径矩阵来求解交互依赖活动集的原理及路径矩阵简化算法。最后根据交互依赖活动集对原系统进行了重组, 取得了比较好的效果。

当然, 对于系统的重组原则, 还要包括减少子系统之间单向依赖的数量, 以及降低子系统内部复杂度等问题, 我们将进一步进行研究。

参考文献:

[1] 陈禹六. IDEF建模分析和设计方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999.

[2] Shapiro Robert M, Pinci V O, Mameli R. Modeling a NORAD Command Post Using SADT and Colored Petri Nets[A]. Proceedings of the IDEF Users Group[C], Washington DC, May 1990.

[3] Wisnosky, Dennis E, Allen W. Batteau. IDEF in Principle and Practice[J]. Gateway, 1990, 5: 8-11.

[4] 罗雪山, 朱德成, 沈雪石. IDEF0方法在军事综合电子信息系统分析设计中的应用[J]. 长沙: 国防科技大学学报, 2001, 23(3): 88-92.

[5] Kusiak A. Engineering Design: Products, Process, and System[M]. London: Academic, 1999.

[6] 王君英, 段广洪. 基于IDEF0的CIMS底层控制Petri网模型的自动生成方法[J]. 自动化学报, 1997, 23(5): 400-403.

[7] NAUR, Peter. Revised Report on the Algorithmic Language ALGOL 60. [J]. Communications of the ACM, 1960, 3(5): 299-314.

[8] NTIS No. FIPSPUB183/HDM. Integration Definition for Function Modeling (IDEF0)[S]. 1993, 12.

[9] 范逢曦. 图论方法及应用[M]. 太原: 山西科学教育出版社, 1987.

[10] 唐敦兵, 李东波, 张世琪. 一种并行设计过程中耦合活动识别算法的研究[J]. 系统工程与电子技术, 1999, 21(12): 26-28.