

文章编号:1001-2486(2005)04-0101-05

磁浮系统模型中用弹簧阻尼器替代控制器的等效性分析*

洪华杰, 李杰

(国防科技大学 磁悬浮工程技术研究中心, 湖南 长沙 410073)

摘要:在磁浮列车系统研究领域中,为简化计算许多文献将悬浮控制器等效为弹簧阻尼器。而对该方法的有效性,及其结果的可信度都没有做出进一步的分析。从数学模型上分析了弹簧阻尼器系统与控制系统的本质区别,并从稳定性、动态响应特征以及高频激励响应三个方面讨论了这种区别对系统性能的影响。以国防科大磁悬浮列车为被控对象进行了仿真分析,验证了两者之间的差异,说明弹簧阻尼器与控制器是不等效的。

关键词:弹簧阻尼器;磁悬浮;频域分析法;等效性

中图分类号:TP273 **文献标识码:**A

The Analysis of the Equivalence of Substituting the Controllers with the Spring-dampers in Maglev System Model

HONG Hua-jie, LI Jie

(Engineering Research Center of Maglev, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In the area of maglev train system research, the suspension controllers are substituted by spring-dampers for the sake of simplification in a lot of documents. However the validity of this method and the reliability of the results have not been further analyzed. This paper analyzes the essential difference between the spring-damper and controller through the mathematical model, discusses its influence on the system performance from three factors: stability, dynamic responding characteristics and high frequency response. Based on the mid-test train of the National University of Defense Technology, a simulation is done to validate the difference between the spring-damper and controller. In conclusion, the paper demonstrates the substitution is nonequivalent.

Key words: spring-damper; maglev train; frequency analysis; equivalency

磁悬浮列车是一种利用电磁力将车体以给定间隙悬浮于轨道之上,利用直线电机驱动的一种新型交通工具。它具有无摩擦、噪音小、功耗低、速度快、安全和乘坐舒适等优点,是人类社会理想的交通工具之一^[1]。磁悬浮列车经过几十年的发展,到今天已经接近实用阶段,2002 年上海高速磁浮列车开始示范运营,标志着向实用阶段迈进了重要一步。

车辆悬浮控制是整个系统的核心技术之一,其性能将直接影响到车辆的运行品质,诸多文献对此进行了广泛的研究。由于磁悬浮控制系统存在多点耦合,严重非线性以及高阶次的特点,系统异常复杂。为便于分析,大多数研究者都对系统进行了一定程度的简化。龙^[2]、王^[3]、周^[4]等研究了一级悬挂的控制,但是没有考虑二次系对系统的影响;更多的情况是如 Cai^[5]、赵^[6]和曾^[7]等考虑了二次系对系统的影响,但是在系统分析计算时将悬浮控制器等效为弹簧阻尼器。这种简化的有效性、其结果的可信度到底如何都没有进一步的分析。随着磁悬浮技术的逐步工程化和研究问题的深入,作者发现这些研究中的某些假设是不合理的,可能会引起实际系统设计和调试的重大差错。本文主要对悬浮控制器能不能用弹簧阻尼器来替代的问题,进行一些讨论。

* 收稿日期:2005-03-16

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60404003);霍英东教育基金优秀资助课题(94028);湖南省自然科学基金资助项目

作者简介:洪华杰(1976—),男,博士生。

1 系统模型描述

图1给出了磁浮系统模型示意图。

图中 m_1 、 m_2 分别表示电磁铁和车体质量； k_2 、 c_2 分别表示二次系的刚度和阻尼； x_1 、 x_2 分别表示电磁铁和车体的动态位移； Δ_d 表示轨道不平顺，为系统输入； F 为电磁力。

假设系统开始位于平衡状态，列出系统动力学方程：

$$(m_1 + m_2)g - F + k_2(x_2 - x_1) + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = m_1\ddot{x}_1 \quad (1a)$$

$$-k_2(x_2 - x_1) - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = m_2\ddot{x}_2 \quad (1b)$$

$$\begin{aligned} u &= RI + \frac{\mu_0 AN^2}{2(x_{10} + x_1 - \Delta_d)} \cdot I \\ &\quad - \frac{\mu_0 AN^2 I}{2(x_{10} + x_1 - \Delta_d)^2} \cdot (\dot{x}_1 - \dot{\Delta}_d) \end{aligned} \quad (1c)$$

$$F = \frac{\mu_0 AN^2}{4} \cdot \frac{I^2}{(x_{10} + x_1 - \Delta_d)^2} \quad (1d)$$

其中 μ_0 为真空磁导率， A 为有效磁极面积， N 为电磁铁绕阻匝数， I 表示控制电流， x_{10} 为平衡点间隙。 R 为电磁铁线圈的电阻， u 是系统的控制电压。控制方案采用比较成熟的模块化的串级控制方法，即将控制系统分为前级控制和电流环两个子系统^[8]。在控制系统作用下，方程(1c)演变为

$$\begin{aligned} k_p \cdot (x_1 - \Delta_d) + k_d \cdot (\dot{x}_1 - \dot{\Delta}_d) + u_0 \\ = \frac{k_i k_r + R}{k_i} \cdot I + \frac{\mu_0 AN^2}{2k_i(x_{10} + x_1 - \Delta_d)} \cdot I - \frac{\mu_0 AN^2 I}{2k_i(x_{10} + x_1 - \Delta_d)^2} \cdot (\dot{x}_1 - \dot{\Delta}_d) \end{aligned} \quad (1e)$$

其中 u_0 表示平衡点电压， k_p 、 k_d 分别为前级控制中位置反馈增益和速度反馈增益， k_i 、 k_r 分别为电流环的前向通道增益和反馈增益。

将系统线性化，并进行拉氏变换，设 $F_z = \frac{\mu_0 AN^2}{2} \cdot \frac{I_0^2}{x_{10}^3}$, $F_i = \frac{\mu_0 AN^2}{2} \cdot \frac{I_0}{x_{10}^2}$, $L_0 = \frac{\mu_0 AN^2}{2x_{10}}$ ，得到系统的子传递函数如下：

$$F = F_i \cdot \Delta I - F_z \cdot (x_1 - \Delta_d) \quad (2)$$

$$x_1 = -\frac{m_2 s^2 + c_2 s + k_2}{m_1 m_2 s^4 + (m_1 + m_2) c_2 s^3 + (m_1 + m_2) k_2 s^2} \cdot F = G_0 \cdot F \quad (3)$$

$$\Delta I = \frac{k_i(k_p + k_d s + \frac{L_0 I_0 s}{k_i x_{10}})}{k_i k_r + R + L_0 s} (x_1 + \Delta_d) = G_u \cdot (x_1 - \Delta_d) \quad (4)$$

系统的等效传递函数框图如图2所示。

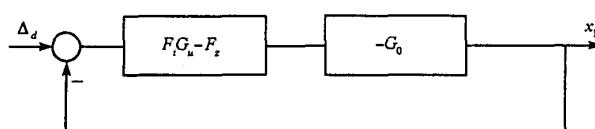


图2 系统传递函数框图

Fig.2 System block-diagram of transfer function

因此，可以求得系统开环传递函数为

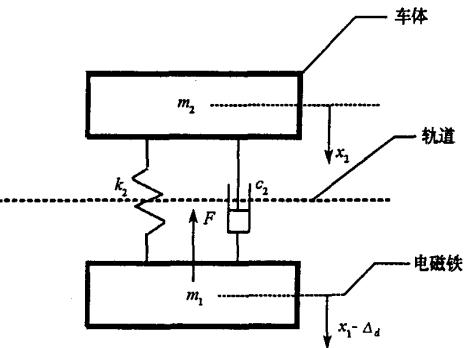


图1 系统模型示意图

Fig.1 The schematic of system model

$$G = -G_0(F_i G_u - F_z) = \frac{(m_2 s^2 + c_2 s + k_2) F_i k_i [k_p - \frac{I_0(R + k_i k_r)}{k_i x_{10}} + k_d s]}{s^2 [m_1 m_2 s^2 + (m_1 + m_2) c_2 s + (m_1 + m_2) k_2] (R + k_i k_r + L_0 s)} \quad (5)$$

闭环传递函数为

$$G = \frac{x_1}{\Delta_d} = \frac{-G_0(F_i G_u - F_z)}{1 - G_0(F_i G_u - F_z)} \quad (6)$$

2 替换的等效刚度和阻尼

将式(4)代入式(2), 可以得到

$$F = (F_i G_u - F_z)(x_1 - \Delta_d) = \frac{F_i(k_p - \frac{I_0(R + k_i k_r)}{k_i x_{10}}) + F_i k_d s}{\frac{R + k_i k_r}{k_i} + \frac{L_0}{k_i} s} \cdot (x_1 - \Delta_d) \quad (7)$$

设 $\bar{R} = \frac{R + k_i k_r}{k_i}$ 和 $\bar{L}_0 = \frac{L_0}{k_i}$ 为电磁铁等效电阻和电感, 则上式演变为

$$F = \frac{F_i(k_p - \frac{I_0 \bar{R}}{x_{10}}) + F_i k_d s}{R + \bar{L}_0 s} \quad (8)$$

文献[9]中假设高速电流环的时间延迟为零, 即 $\bar{L}_0 = 0$ 。如果 $\bar{L}_0 = 0$ 成立, 则式(8)变为

$$F = F_i(\frac{k_p}{\bar{R}} - \frac{I_0}{x_{10}}) + \frac{F_i k_d}{\bar{R}} s \quad (9)$$

这样得到系统等效刚度和阻尼。刚度 $K = F_i(\frac{k_p}{\bar{R}} - \frac{I_0}{x_{10}})$, 阻尼 $C = \frac{F_i k_d}{\bar{R}}$, 这与文献[9]中得到的结果

是一样的。所以以弹簧阻尼器等效控制器是否可行, 关键在于系统的 \bar{L}_0 是否为 0。

3 系统特性分析

由(5)式可知系统是一个Ⅱ型系统, 开环系统

存在四个转折频率, $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$, $\omega_2 = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2) k_2}{m_1 m_2}}$, $\omega_3 = \frac{k_p - \frac{I_0(R + k_i k_r)}{k_i x_{10}}}{k_d}$, $\omega_4 = \frac{R + k_i k_r}{L_0}$ 。 ω_1, ω_2 比较小, 始终保持 $\omega_1 < \omega_2$; ω_3 和 ω_4 共同决定着系统的带宽。系统的伯德图示意图如图 3 所示。

由于电磁铁的饱和特性, 电流环增益不可能无穷大, 所以电流环的延迟特性不能够忽略。下面从三个方面比较忽略延迟特性对系统的影响。

3.1 系统稳定性分析

在不考虑二次系的模型中, 系统的稳定性条件为 $0 < \omega_3 < \omega_4^{[10]}$ 。在图 3 中可以看出, 二次系在系统开环传递函数中增加了两个环节, 对应频率为 ω_1, ω_2 , 它们处于低频段, 且始终 $\omega_1 < \omega_2$, 使得对应的相角曲线部分向上凸起。根据奈奎斯特判据, 考虑二次系后不影响文献[10]中的稳定性条件: $0 < \omega_3 < \omega_4$ 。

如果 $\bar{L}_0 = 0$, ω_4 对应无穷大, 则系统稳定的条件就是 $\omega_3 > 0$ 。分解该结果, 即是保证(9)式中的等效

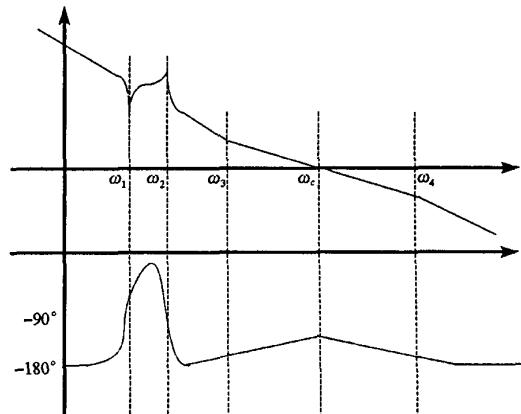


图 3 开环系统伯德图示意图

Fig. 3 The schematic of open-loop system bode diagram

刚度和阻尼大于0即可。这一结论通过直观想象即可得出：弹簧阻尼系统是自稳定的。

以此可知以弹簧阻尼器替代控制器的做法将本身不稳定的系统转变成一个自稳定系统，而系统稳定性是控制系统最关心的问题之一。

3.2 静态性能指标

一般系统均是以静态稳定误差作为系统静态性能指标。对磁悬浮控制系统来说，由于工作时间短，所以以动态误差系数代替稳态误差系数作为一种性能指标更加合理^[11]。由(5)式可以确定系统的开环增益为

$$\bar{K} = \frac{F_i k_i (k_p - \frac{I_0 (R + k_i k_r)}{k_i x_{10}})}{(m_1 + m_2)(R + k_i k_r)} \quad (10)$$

这是一个Ⅱ型系统，所以加速度信号误差系数为 $K_a = K$ 。因此忽略电流环的延迟特性对系统的动态误差系数没有影响，系统跟踪加速度信号的误差没有改变。

3.3 动态性能指标

由经典控制理论可知，系统动态特性的两个重要指标——超调和调节时间可以通过系统开环传递函数频率曲线近似确定。当相角裕度 γ 满足 $35^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$ ，超调和调节时间的近似公式为^[11]

$$\sigma = 0.16 + 0.4 \left(\frac{1}{\sin \gamma - 1} \right) \quad (11)$$

$$t_s = \frac{K\pi}{\omega_c}, K = 2 + 1.5 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) + 2.5 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right)^2 \quad (12)$$

以弹簧阻尼器等效控制器会影响系统的频率特性和相角裕度，因而会影响系统的动态特性。从图3中可以看出，当 $\bar{L}_0 = 0$ 时，式(5)中 w_4 对应的环节就没有了，这会产生两个影响：一是幅频曲线以 -20dB 的斜率穿越0轴后斜率不变，一个好的控制系统希望在高频段迅速衰减，因此等效降低了高频衰减能力；二是相频曲线高频端没有了分母上 $(R + k_i k_r + L_0 s)$ 这一环节，相角最终趋于 -90° ，从式(11)和(12)可以发现，以弹簧阻尼器等效控制器很大程度地影响着系统的超调和调节时间。

3.4 举例计算

以国防科大磁悬浮列车为研究对象： $A = 840\text{mm} \times 28\text{mm}$, $N = 320$ 匝, $R = 0.5\Omega$, $\delta_0 = 10\text{mm}$, $m_1 = 130\text{kg}$, $m_2 = 620\text{kg}$, $k_2 = 60000\text{N/m}$, $c_2 = 600\text{N}\cdot\text{s/m}$, $k_r = 0.12$, $k_i = 300$, $k_p = 536$, $k_d = 8.8$ 。

首先观察两种情况下的系统开环伯德图，结果如图4所示。实线表示真实系统，虚线表示弹簧阻尼器替代控制器的系统。

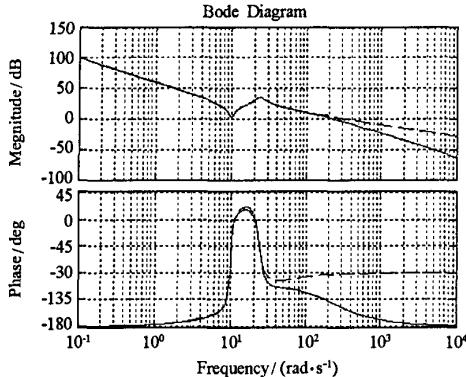


图4 两种情况下的系统伯德图的比较

Fig.4 The comparison of system bode diagram in two cases

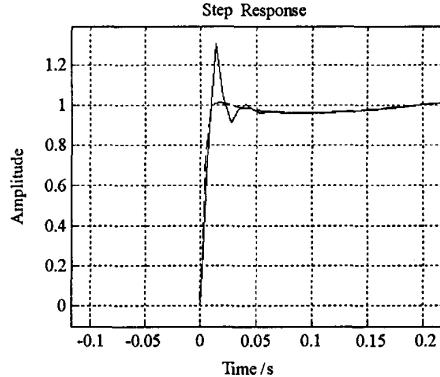


图5 系统阶跃响应

Fig.5 System step respond

图4中真实系统的截止频率约为 230rad/s ，相角裕度约为 40° ；而弹簧阻尼器系统截止频率约为

335rad/s,相角裕度约为90°。这说明以弹簧阻尼器等效控制器会导致系统动态特性的差别。分别给系统施加阶跃信号和高频激励,结果如图5和6、7所示。

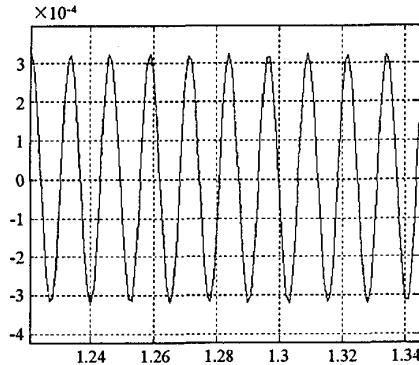


图6 控制器系统正弦信号激励响应

Fig.6 The respond of sine signal in control system

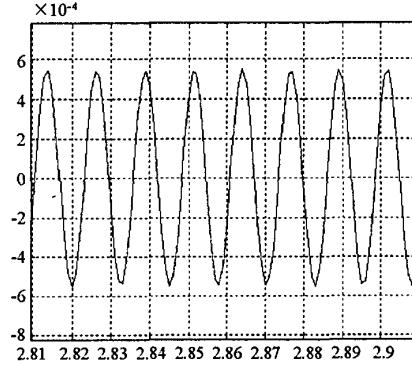


图7 弹簧阻尼器系统正弦信号激励响应

Fig.7 The respond of sine signal in spring-damp system

从图5的阶跃响应曲线中看出,原系统的超调量约为32.5%,而弹簧阻尼器等效系统的超调量约为5.7%,两个系统的调节时间因为穿越频率和相角的同时变化而没有明显差别。

在高频信号激励作用下,图7所示的弹簧阻尼器等效系统的幅值几乎是图6所示的真实系统的2倍,幅值上的差异会随着激励信号的频率增加而增大。磁浮系统中轨道的高阶频率以及在高速运行下轨道的不平顺频率都可能很大,此时以弹簧阻尼器替代控制器进行系统分析所得结果是不准确的。

4 结 论

综上所述,在磁悬浮控制系统研究中,从稳定性、系统的动态响应特性和高频激励响应三个方面来看,弹簧阻尼器不能等效控制器。这种等效使得系统失去稳定性问题,改变了系统的超调量和激励响应幅值。因此在磁浮系统的研究中用弹簧阻尼器替代控制器的做法值得商榷。

参 考 文 献:

- [1] 常文森,陈贵荣.磁悬浮列车[J].科学,1993,(4).
- [2] 龙志强,洪华杰,等.磁浮列车的非线性控制问题研究[J].控制理论与应用,2003,20(3).
- [3] 王光辉,靳慧敏,等.磁悬浮系统控制器设计及实验研究[A].Proceedings of the CASIA Annual Conference on Automation and Information Technology (In Chinese)[C]. Beijing, China, Oct. 2001.
- [4] 周又和.具有反馈控制的电磁悬挂系统动力稳定性[J].振动工程学报,1997,10(4).
- [5] Cai Y, Chen S S. Vehicle/guideway Interaction for High Speed Vehicle on a Flexible Guideway[J]. J. of Sound and Vibration, 1994, 175(5):625 – 646.
- [6] 赵春发,瞿婉明,等.磁浮车辆/高架桥垂向耦合动力学研究[J].铁道学报,2001,23(5).
- [7] 曾佑文.EMS磁浮列车-轨道垂向耦合动力学研究[J].铁道学报,1999,21(2).
- [8] 李云钢.磁浮列车悬浮系统的串级控制[J].自动化学报,1999,25(2).
- [9] 赵春发.磁悬浮车辆系统动力学研究[D].西南交通大学,2004.
- [10] Hong H J, Li J. The Influence of Filter on Stability of Electromagnetic Levitation System[A]. 8th ICARCV,2004.10.
- [11] 刘明俊.自动控制原理[M].长沙:国防科技大学出版社,2000.

