

## 多维 TCM 的编码符号同步方法\*

杨 军 张尔扬

(国防科技大学 电子科学与工程学院 湖南 长沙 410073)

**摘 要** :针对多维 TCM 译码中的编码符号同步问题,提出了两种同步方法:累计测量和同步法、回溯初始状态比较同步法。其中累计测量和同步法适用于非完全透明的编码,而回溯初始状态比较同步法对完全透明的编码和非完全透明的编码都适用。它们都直接利用 Viterbi 译码器的中间结果,计算量少,简单有效。

**关键词** :多维 TCM 编码符号同步;Viterbi 译码器

**中图分类号** :TN911.2 **文献标识码** :A

## Synchronization Methods of Multidimensional TCM

YANG Jun, ZHANG Er-yang

(College of Electrical Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** :To detect the coding synchronization of multidimensional TCM in the decoding part, two synchronization methods are proposed: the method of measurement accumulation, and method of original states of surviving paths. The former is suitable for no-fully transparent codes and the latter is suitable for both of the no-fully and fully transparent ones. They both use the mid-results of the viterbi decoder and have the advantages of less calculation, simpleness and stabilization.

**Key words** :the multidimensional TCM; coding synchronization methods; viterbi decoder

TCM 编码是一种同时提高频带利用率和功率利用率的编码调制方式<sup>[1,2]</sup>。多维 TCM<sup>[3,4]</sup>是高速 TCM 编码的重要一环,它将一个多维编码符号同时映射为  $M$  个连续的调制符号,更进一步提高了频带利用率。对于接收机而言,怎样获取接收的调制符号中多维编码符号同步信息是关键问题之一。文献[3]中提出两种检测多维符号同步的方法:当编码呈完全透明特性时,利用检测译码器的误码性能来确定同步;当编码非完全透明时,利用相位差的累加和来确定同步。两种方法在实现时都比较复杂。

本文提出了两种多维 TCM 编码符号同步方法:累计测量和同步法、回溯初始状态比较同步法。它们直接利用接收端 Viterbi 译码器的中间结果,只需要少量额外判断的计算,简单有效,而且非常稳定。其中累计测量和同步法只适合于非完全透明的编码,而回溯初始状态比较同步法则对两种情况都适合。

## 1 相位差累加同步法与译码性能同步法

对于与 MPSK 结合的 TCM,相位完全透明是指任何一条编码映射序列在旋转了信号相位差的最小值的整数倍后仍然能够满足编码器的奇偶校验式,反之为非完全透明编码。在完全透明的编码中,可以产生任何一种信号序列。而对非完全透明的编码来说,它并不能产生所有的信号序列。文献[3]中提出的两种编码同步方法可以描述如下:

## 1.1 相位差累加同步法

这一方法主要应用于编码非完全透明的 TCM - MPSK 调制方式。以 TCM - 8PSK 为例,假设所有调制相位分成两个子集:  $B_0 = \{0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ\}$  和  $B_1 = \{45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ\}$ 。每时刻的相位累加信息为:  $\Phi_n = \min_{i \in \{0,1\}} \left( \min_{a \in B_i} |\phi_n^1 - a| + \min_{b \in B_i} |\phi_n^2 - b| \right)$  其中  $\phi_n^j$  表示第  $n$  个编码符号对应的第  $j$  个调制符号的相位。无噪声时,若正确同步则  $\Phi_n = 0$ ;若失步则有两种可能:  $\Phi_n = 0$  或  $\Phi_n = 45^\circ$ ,平均  $\Phi_n = 22.5^\circ$ 。在有

\* 收稿日期 2005 - 04 - 10  
作者简介 杨 军(1977 - )男,博士生。

噪声的情况下,将长为  $L$  个接收编码符号对应的相位累加信息求和,得  $\Phi = \sum_{n=0}^{L-1} \Phi_n$ ,显然  $E(\Phi) = 22.5^\circ \times L$ 。可以将失步判断门限定为  $Q = 11.25^\circ \times L$ 。这一方法主要的缺陷是,它要求额外的大量计算,尤其是要将每一个接收符号对应的相位求出来,这一计算量是很可观的,同时它与 Viterbi 译码算法无关,无法应用其中间结果来简化计算,因此实现起来比较复杂。

## 1.2 译码性能同步法

当编码符号同步时,Viterbi 译码器能够正确译码,一旦失步,误码性能会迅速恶化到  $10^{-1}$ 量级,据此可以判断是否保持编码符号同步。这一方法的缺点是,必须插入已知的同步序列,以便于在收端判断误码性能。同时,造成误码性能突然恶化的因素有很多,如信道特性突然发生变化造成大片突发性错误,或接收机的同步或载波相位恢复突然失锁等,这都会造成错误判断,从而延长编码符号同步时间。

## 2 累计度量和同步法

若编码符号同步正确,那么接收的调制符号在 Viterbi 译码器中会沿着一条正确的路径延伸<sup>[5]</sup>。假设每个调制符号上叠加的噪声  $n_i$  服从  $N(0, \sigma)$  分布,Viterbi 译码器累加的路径长度为  $L$  个连续调制符号,则  $L$  个连续调制符号度量累加和  $H_L$  可以如下表示:

$$H_L = \sum_{i=0}^{L-1} n_i^2 = \sigma^2 \sum_{i=0}^{L-1} \left( \frac{n_i}{\sigma} \right)^2 \quad (1)$$

因为变量  $\frac{n_i}{\sigma}$  服从  $N(0, 1)$  分布,故  $\left( \frac{H_L}{\sigma^2} \right) \sim \chi^2(L)$ ,由此可推知:  $E(H_L) = L\sigma^2$ ,  $D(H_L) = \frac{2L}{\sigma^4}$ 。

若接收的多维符号在译码器中不同步,由于码字为非完全透明的,在编码网格中不存在这样的路径,使得错误同步形成的符号序列能符合这一路径。此时未同步错误路径上叠加的噪声  $n_i$  不再是零均值的高斯噪声,而是服从  $N(m_i, \sigma)$  分布( $i \in \{0, 1, \dots, L-1\}$ )。对于每一个接收符号,  $m_i$  有可能是调制符号集中的任何两调制符号距离之差。假设发端的信息序列是均匀随机分布的,那么,  $m_i$  等概率地取调制符号集中的任意调制符号距离差  $a_j - a_k$ 。如果调制符号集中各个调制符号的出现是等概率的,那么  $P\{m_i = (a_j - a_k)\} = 1/q$ ,其中  $q$  为调制符号集中调制符号的个数,  $i, j \in \{0, 1, \dots, q-1\}$ 。

此时,  $H_L$  是有  $L$  个自由度的非中心  $\chi^2$  分布,令  $s^2 = \sum_{i=0}^{L-1} m_i^2$ 。当  $s^2$  确定时,  $H_L$  的一阶矩和二阶矩为

$$E(H_L | s^2) = L\sigma^2 + s^2 \quad (2)$$

$$E(H_L^2 | s^2) = 2L\sigma^4 + 4\sigma^2 s^2 + (L\sigma^2 + s^2)^2 \quad (3)$$

此时方差为

$$\sigma_{H_L | s^2}^2 = 2L\sigma^4 + 4\sigma^2 s^2 \quad (4)$$

令  $c = \frac{1}{C_q^2} \sum_{j,k=0}^{q-1} (a_j - a_k)^2$ , 式中  $C_a^b = \frac{a!}{(a-b)! b!}$ , 这里  $a$  和  $b$  都是自然数,且  $a \geq b$ 。由于  $m_i$  等概率地取调制符号集中的任意两调制符号距离之差,则在  $L$  足够大时,可近似认为  $s^2 = c$ 。那么

$$E(H_L) = L\sigma^2 + \frac{1}{C_q^2} \sum_{j,k=0}^{q-1} (a_j - a_k)^2 \quad (5)$$

$$\sigma_{H_L} = 2L\sigma^4 + 4\sigma^2 \left( \frac{1}{C_q^2} \sum_{j,k=0}^{q-1} (a_j - a_k)^2 \right) \quad (6)$$

通常,Viterbi 译码器选取的保存编码符号长度为编码器约束长度的 4~5 倍。所以通常的大小能保证上两式的成立。

比较多维符号同步和失步时两者的均值差异,可以取门限

$$Q = L\sigma^2 + \frac{1}{2C_q^2} \sum_{j,k=0}^{q-1} (a_j - a_k)^2 \quad (7)$$

检测在 Viterbi 译码器中  $L$  个调制符号的平方欧氏距离和  $H_L$ , 当  $H_L > Q$  时, 则可以判断译码器中编码符号失步, 此时将同步窗进行滑动。那么通过  $H_L$  的概率密度函数可以推得当发生编码符号失步时正确判断失步的概率为

$$P_c = 1 - \int_0^Q \frac{1}{2\sigma^2} \left( \frac{y}{s^2} \right)^{(L-2)/4} \cdot \exp\{-(s^2 + y)(2\sigma^2)\} \cdot I_{L/2-1} \left( \sqrt{y} \frac{s}{\sigma^2} \right) dy \quad (8)$$

上式中,  $I_a(x)$  是  $a$  阶修正贝塞尔函数。

实际上不可能仅仅根据一次检测就判断多维符号失步, 可以将规则设定为当连续  $t$  次均检测到  $H_L > Q$  时, 则判断多维 TCM 的多维符号失步, 从而进行同步窗滑动。 $t$  次检测准则的漏报概率为

$$P(t) = 1 - \left( 1 - \int_0^Q \frac{1}{2\sigma^2} \left( \frac{y}{s^2} \right)^{(L-2)/4} \cdot \exp\{-(s^2 + y)(2\sigma^2)\} \cdot I_{L/2-1} \left( \sqrt{y} \frac{s}{\sigma^2} \right) dy \right)^t \quad (9)$$

其虚警概率为

$$P_v = \left( \int_Q^{+\infty} \frac{1}{2^{L/2} \Gamma(L/2)} y^{L/2-1} e^{-y/2} dy \right)^t \quad (10)$$

在 Viterbi 译码器中, 可以用当前各状态的最小累加和值与  $L$  个时刻之前保存路径中此状态的累加和值之差来直接获取  $H_L$ 。

### 3 回溯初始状态比较同步法

在 Viterbi 译码算法中, 使用了这样一个假设: 根据最大似然比准则, 在经过足够长度  $L$  的搜索之后, 各个状态的幸存路径在  $L$  时刻之前是重合的。但前提条件是, 从一定的初始状态出发, TCM 网格图上有且只有一条路径是与发送序列完全重合的, 而各状态的重合路径正是这一条重合路径。回溯初始状态比较同步法正是利用这一特性进行同步判断。

若编码是完全透明的, 任何一种失步后的发送序列在网格图中都可能存在。那么在 Viterbi 算法的搜索中, 每一个状态都会得到一条不同的路径与接收信号序列吻合。通常每个状态获得的幸存路径并不相同, 在  $L$  时刻之前的路径也不会是重合的。通过判断当前大多数状态的幸存路径在  $L$  时刻前的状态是否相同, 就可以判断编码符号同步是否已经丢失。

若编码不是完全透明的, 那么当发生编码符号同步丢失时, TCM 网格上不会存在这样一条路径。这些幸存路径在回溯  $L$  个时刻之后的状态也是各异的。这样, 就可以通过判断当前大多数状态的幸存路径回溯  $L$  个时刻之后的状态是否相同, 来获得编码符号的同步信息。

通常, 每隔一定长度的时间可以进行一次判断, 当小于  $3/4$  的幸存路径回溯  $L$  时刻之前的状态是相同的, 就认为此次编码符号同步可能已经丢失, 而连续三次判断均为失步状态, 就进行同步窗滑动。

当发生编码符号失步时, 每个当前状态的幸存路径回溯  $L$  时刻的状态可能是所有状态中的任何一个, 可以假设各个状态出现的概率是相同的。若网格图上总共有  $M$  个状态, 则对每一条幸存路径,  $L$  时刻前出现某个状态的概率为  $\frac{1}{M}$ 。那么  $3/4$  的幸存路径回溯时刻之前的状态是某个特定状态  $i$  的概率  $P_i = (M)^{-3M/4}$ 。

$3/4$  的幸存路径回溯  $L$  时刻之前的状态是相同的概率为  $P_{\text{same}} = \sum_{i=0}^{M-1} P_i = (M)^{-3M/4}$ 。失步的概率为

$$P_s = 1 - P_{\text{same}} = 1 - (M)^{-3M/4} \quad (11)$$

三次检测准则能做出正确判断的概率为

$$P_c = (1 - P_s)^3 = [1 - (M)^{-3M/4}]^3 \quad (12)$$

例如, 对于  $M = 16$  状态的多维 TCM,  $P_c = (1 - 5.6843 \times 10^{-14})^3 \approx 1$ , 这表示在失步时, 这一方法完全可以作出正确判断。

### 4 仿真结果

仿真是在编码状态数为 8, 回溯长度  $L = 12$  时进行的。图 1 中, 实线是回溯初始状态比较同步法的

错误同步仿真曲线,而虚线是累计度量和同步法的错误同步仿真曲线。可以看到,前者错误概率要比后者大,这是因为累计度量和充分利用了信道噪声的统计特性。同时,同步错误概率随编码状态数  $M$  和回溯长度  $L$  的增加而迅速减小,当  $M \geq 16$  而  $L \geq 4M \sim 5M$  时,错误概率就已经很小了。

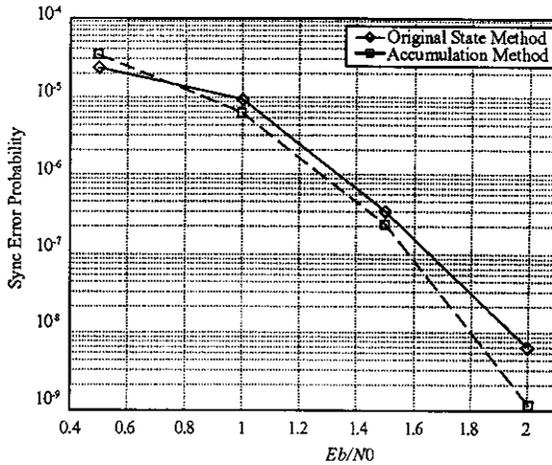


图 1 两种同步法仿真曲线

Fig.1 Simulation of the two synchronization methods

## 5 结 论

回溯初始状态比较同步法无论在编码是完全透明还是非完全透明都能适用,而累计度量和同步法仅适用于编码是非完全透明的情况。但就运算量而言,累计度量和同步法仅需要做一次减法和一次比较就能进行一次判断,而回溯初始状态比较同步法需要进行  $M$  次比较,并且需要回溯  $M$  条幸存路径。可见,回溯初始状态比较同步法需要的运算量比累计度量和同步法要大。我们在已实现的一种多维 TCM-8PSK 系统中采用了回溯初始状态比较同步法,工作性能很好。

## 参 考 文 献:

- [1] Ungerboeck G. Trellis-Coded Modulation with Redundant Signal Sets Part I: Introduction[J]. IEEE Comm, 1987, 25(2).
- [2] Ungerboeck G. Trellis-Coded Modulation with Redundant Signal Sets Part II: State of the Art[J]. IEEE Comm, 1987, 125(2).
- [3] Pietrobon S, Lafanechere A et al. Trellis-Coded Multidimensional Phase Modulation[J]. IEEE Inform Theory, 1990, 36: 63-89.
- [4] LEE-FANG WEI. Trellis-Coded Modulation with Multidimensional Constellations[J]. IEEE Inform Theory, 1987, 33(4).
- [5] 王新梅,肖国镇. 纠错码 - 原理与方法(修订版) [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2001.
- [6] 兰海滨, 罗鹏飞. 卡尔曼滤波的心动阵列实现研究[J]. 国防科技大学学报, 2000, 22(1).
- [7] Larsen K J. Comment on "An Efficient Algorithm for Computing Free Distance" [J]. IEEE Trans on Inform. Theory, 1973, (7).

