

MIMO 信道的三维互相关模型及其相关特性分析*

高 凯 张尔扬

(国防科技大学 电子科学与工程学院 湖南 长沙 410073)

摘 要 针对频率选择性衰落 MIMO 移动信道,建立三维(3D)纯随机模型,并推导出 3D MIMO 信道模型的联合空时频相关函数。新的 3D 模型统一了现有的多种信道模型,新的联合空时相关函数综合考虑了信道收发两端的多普勒扩展、信号到达方向与离开方向的 3D 非均匀扩展与两端天线阵的配置。最后基于新的相关函数,分析了非均匀角度扩展参数以及阵元配置参数的变化对 MIMO 信道相关特性的影响。

关键词 MIMO 信道;三维模型;空时频相关函数

中图分类号:TN911.2 文献标识码:A

A 3D Cross-correlation Model for MIMO Fading Channel and Its Cross-correlation Performance Analysis

GAO Kai, ZHANG Er-yang

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract A 3D statistical channels model for mobile frequency selective fading MIMO channels was proposed and a new joint space-time-frequency correlation function was derived. The 3D channels model integrates many known channel models and the new space-time-frequency correlation function takes into account such parameters of MIMO system as the Doppler spread, the 3D angle spread, and antenna array configuration. Furthermore, the impact of nonuniform angle spread and antenna array configuration on the Cross-correlation Performance of channels were analyzed based on the new correlation function.

Key words MIMO channel; 3-D model; space-time-frequency correlation function

近年来, MIMO 系统得到了广泛的关注。文献 [1] 说明通信的发射端与接收端同时采用多天线的 MIMO 信道,相对于 SISO 信道能够提供更大的信道容量。目前很多文献都对 MIMO 系统及信道模型进行了研究^[2-4],关于 MIMO 系统的统计信道模型主要有两类^[2]:半随机信道模型和纯随机信道模型。前者基于散射体的几何分布,后者基于测量可以给出特定环境的准确的信道模型,通过特定信道参数的调整,可以准确地刻画不同的信道特性^[3-4]。

文献 [3-4] 中的模型仅考虑电波的水平传播,建立二维模型。文献 [5] 证实 NLOS 条件下散射信号存在较大的俯仰角(EA)扩展,因此对 MIMO 信道进行研究,必须考虑 EA 的扩展,需要建立三维(3D)模型。文献 [6] 建立 3D 半随机信道模型,但文中假设到达信号均匀分布,与实际不符。文献 [7] 建立 3D 纯随机信道模型,但未能给出有效的便于分析的空时频联合相关函数的表达式,且缺乏有效的比较验证。

本文综合考虑收发端的移动性,信号离开、到达角度(AOD、AOA)分布的三维非全向性及非均匀性,采用新的函数描述 3D 角度的扩展,针对频率选择性衰落 MIMO 信道建立三维纯随机信道模型,推导出新的 MIMO 信道的联合空时频互相关函数,并利用推导出的相关函数对 MIMO 信道特性进行简要的分析。

1 三维 MIMO 信道模型

首先建立频率选择性 MIMO 信道的三维模型。考虑一个具有 n_T 个发射与 n_R 个接收全向天线阵

* 收稿日期:2006-03-20
作者简介:高凯(1978-),男,博士生。

元的宽带单用户通信系统,综合考虑发射、接收端都移动的情况,频率选择性衰落 MIMO 信道的发射与接收天线阵之间关系可以表示为:

$$r(t) = \overline{h(t, \xi)} \cdot s(t) + n(t) \tag{1}$$

其中 $s(t) = [s_1(t) \dots s_{n_T}(t)]$, $r(t) = [r_1(t) \dots r_{n_R}(t)]$, 分别为发射与接收矢量; $n(t) = [n_1(t) \dots n_{n_U}(t)]$, $n_i(t)$ 为第 i 个接收天线上的加性高斯白噪声(AWGN); $\overline{h(t, \xi)}$ 为 $n_B \times n_U$ 等效低通传输矩阵, $h_{ij}(t, \xi)$ 为第 i 个发射端天线与第 j 个接收端天线之间的等效低通输出延迟扩展函数。

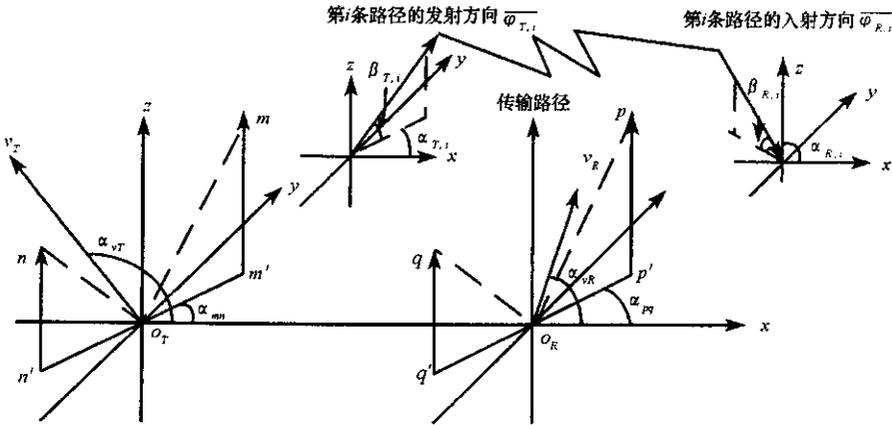


图1 无线信道的3D传播模型

Fig.1 3D wireless channel model

图1显示了收发两端皆为二元全向天线阵的散射分量传播模型。二元天线阵是多元、任意配置的天线阵的最基本结构,因此本文的分析结果可以推广到任意多元天线阵的系统。图中,两个发射天线 m, n , 两个接收天线 p, q , 天线阵元的空间距离 $m'n', p'q'$ 分别为 D_T, D_R ; 与 x 轴的夹角分别为 α_{mn}, α_{pq} 。

令 g_i, ϕ_i 表示经由路径 i 引入的增益、相位,假设同一路径引入的增益与相位相互独立,不同路径引起的增益(相位、延时)也是相互独立的,在平面波传播条件下,假设不同的天线在同一路径 i 上引入的增益、相位相同, $\xi_{mp,i}$ 表示天线 m, p 之间的延时。考虑从发射端天线 m 与接收端天线 p 之间发射单位功率电波,接收到的功率为 Ω_{mp} , 则信道的等效低通输出延迟扩展函数可表示为:

$$h_{mp}(t, \xi) = \sum_{i=1}^L g_i \exp\{j\phi_i - j2\pi f \xi_{mp,i} + j2\pi f_{DR} \overline{\varphi_{vR}} \overline{\varphi_{R,i}} - j2\pi f_{DT} \overline{\varphi_{vT}} \overline{\varphi_{T,i}}\} \delta(\xi - \xi_{mp,i}) \tag{2}$$

其中 $\overline{\varphi_{Ri}} = (\cos\beta_{Ri}, \cos\alpha_{Ri}, \cos\beta_{Ri} \sin\alpha_{Ri}, \sin\beta_{Ri})$, $\overline{\varphi_{Ti}} = (\cos\beta_{Ti}, \cos\alpha_{Ti}, \cos\beta_{Ti} \sin\alpha_{Ti}, \sin\beta_{Ti})$ 分别表示接收端与发射端的第 i 条路径的到达(离开)方向的单位矢量; λ 为波长; $f_{DR} = v_R/\lambda, f_{DT} = v_T/\lambda$ 分别为两端移动导致的多普勒频扩展; v_R, v_T 分别为接收端与发射端的移动速度; $\{\phi_i\}_{i=1}^L$ 为在 $[0, 2\pi]$ 之间均匀分布的相互独立的随机变量; $\overline{\varphi_{vR}} = (\cos\alpha_{vR}, \sin\alpha_{vR}, 0)$, $\overline{\varphi_{vT}} = (\cos\alpha_{vT}, \sin\alpha_{vT}, 0)$ 分别表示接收端与发射端的移动方向的单位矢量。

2 联合空时频相关函数

在广义平稳非相干散射(WSSUS)条件下,频率选择性信道的扩展主要为多普勒扩展与时延扩展,表现为 $h_{ij}(t, \xi)$ 在时间与频率上具有一定的相关性,对于 MIMO 信道,又必须考虑信号到达角度的非全向性以及非均匀分布条件下信道传输函数的空间相关特性。

2.1 参数描述

用来描述 MIMO 信道中信号水平方位角(AA)分布的函数有多种,本文采用复合 von Mises 概率密

度函数^[8]来描述收发端水平散射角度的分布:

$$f_a(\alpha) = (1 - \zeta) \frac{\exp[\kappa \cos(\alpha - \mu)]}{2\pi I_0(\kappa)} + \zeta \frac{1}{2\pi}, \quad \alpha \in [-\pi, \pi] \quad (3)$$

其中, $I_0(\cdot)$ 为零阶修正的贝塞尔函数; $\mu \in [-\pi, \pi]$, 为散射体分布的平均角度; κ 表示散射体在角度 μ 附近扩展的因子; ζ 为全向散射因子。

对于信道中信号 EA 扩展, 本文采用高斯分布来描述两端 EA 的分布:

$$f(\beta) = A_E \exp[-(\beta - \beta_0)^2 / 2\sigma_\beta^2], \quad \beta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \quad (4)$$

其中, β_0 为 EA 扩展均值, σ_β^2 为 EA 扩展方差, A_E 为使 $f(\beta)$ 在 β 分布区间积分为 1 而取的参数。

第 i 条路径的延时 $\xi_{mp, i}$ 可以分解为三部分: 发射端(接收端)阵列配置导致延时 $\xi_{Tm, i}$ ($\xi_{Rp, i}$), 以及 o_T, o_R 之间的第 i 条传输路径导致的相对延时 ξ_i ($\xi_i \gg \xi_{Tm, i}, \xi_{Rp, i}$), 则第 i 条路径的延时为 $\xi_{mp, i} = \xi_i - \xi_{Tm, i} + \xi_{Rp, i}$ 。其中 $\xi_{Tm, i} = \varphi_{T, i} \cdot o_{Tm} / c$, $\xi_{Rp, i} = \varphi_{R, i} \cdot o_{Rp} / c$ 。 ξ_i 服从指数分布^[9]:

$$f(\xi_i) = \exp(-\xi_i - \mu_\xi + \sigma_\xi / \sigma_\xi) \mathcal{V} \sigma_\xi, \quad \xi_i \geq \mu_\xi - \sigma_\xi \quad (5)$$

路径 i 引入的增益 g_i 与路径延时 ξ_i 相关。信号的功率延时谱服从指数分布^[10], 故假设:

$$g_i(\xi_i) = \frac{1}{\sqrt{L\sigma_D}} \exp(-\frac{\xi_i}{2\sigma_D}) \mathcal{V} \sqrt{f(\xi_i)} \quad (6)$$

2.2 空时频相关函数

文中考虑天线 $T_m - T_p, T_n - T_q$ 两条传输链路之间的空时相关性, 空时相关函数定义为:

$$\rho_{mp, nq}(t, \xi; t + \Delta t, \xi + \Delta \xi) = E[h_{mp}(t, \xi) h_{nq}^*(t + \Delta t, \xi + \Delta \xi)] \mathcal{V} \sqrt{\Omega_{mp} \Omega_{nq}} \quad (7)$$

假设 $\Omega_{mp} = \Omega_{nq} = \Omega$, 将式(2)代入式(7)可得:

$$Q(\Delta t, \xi) \delta(\Delta \xi) = \rho_{pm, qn}(t, \xi; t + \Delta t, \xi + \Delta \xi) = \Omega^{-1} E \left\{ \sum_{i=1}^L g_i^2 \exp[-j \frac{2\pi}{\lambda} (\overline{\varphi_{T, i} nm} + \overline{\varphi_{R, i} qp})] \right. \\ \left. - j2\pi f_{DR} \Delta t \overline{\varphi_{vR} \varphi_{R, i}} + j2\pi f_{DT} \Delta t \overline{\varphi_{vT} \varphi_{T, i}} \right\} \delta(\xi - \xi_i) \delta(\Delta \xi) \quad (8)$$

时频相关函数 $R(\Delta t, \Delta f)$ 为延迟互功率谱密度 $Q(\Delta t, \xi)$ 的傅立叶变换。故可得:

$$R(\Delta t, \Delta f) = \Omega^{-1} E \left\{ \sum_{i=1}^L g_i^2 \times \exp[-j \frac{2\pi}{\lambda} (\overline{\varphi_{T, i} nm} + \overline{\varphi_{R, i} qp})] - j2\pi f_{DR} \Delta t \overline{\varphi_{vR} \varphi_{R, i}} + j2\pi f_{DT} \Delta t \overline{\varphi_{vT} \varphi_{T, i}} \right. \\ \left. - j2\pi \Delta f \xi_i \right\} \quad (9a)$$

将式(6)代入式(9a)并整理可得:

$$R(\Delta t, \Delta f) = \Omega^{-1} \int \exp(-\xi_i / 2\sigma_D) \exp(-j2\pi \Delta f \xi_i) \mathcal{V} \sigma_D^2 \mathcal{H} \xi_i \iint f(\beta_{Ti}) f(\beta_{Ri}) f(\alpha_{Ti}) f(\alpha_{Ri}) \\ \exp[-j \frac{2\pi}{\lambda} (\overline{\varphi_{T, i} nm} + \overline{\varphi_{R, i} qp}) - j2\pi f_{DR} \Delta t \overline{\varphi_{vR} \varphi_{R, i}} + j2\pi f_{DT} \Delta t \overline{\varphi_{vT} \varphi_{T, i}}] d\beta_{Ti} d\beta_{Ri} d\alpha_{Ti} d\alpha_{Ri} \quad (9b)$$

将式(3)(5)代入式(9b), 再利用积分公式 $\int_{-\pi}^{\pi} \exp(x \cos z + y \sin z) dz = 2\pi I_0 \sqrt{x^2 + y^2}$, 化简可得:

$$R(\Delta t, \Delta f) = R_\xi(\Delta f) \cdot R_T(\Delta t) \cdot R_R(\Delta t) = \Omega^{-1} \int \exp(-\xi_i / 2\sigma_D) \exp(-j2\pi \Delta f \xi_i) \mathcal{V} \sigma_D^2 \mathcal{H} \xi_i \times \int (A_T + B_T) A_{ET} \\ \exp[-(\beta_{Ti} - \beta_{0T})^2 / (2\sigma_{\beta T}^2)] \mathcal{H} \beta_{Ti} \times \int (A_R + B_R) A_{ER} \exp[-(\beta_{Ri} - \beta_{0R})^2 / (2\sigma_{\beta R}^2)] \mathcal{H} \beta_{Ri} \quad (10a)$$

$$A_T = (1 - \zeta_T) \exp[j \frac{2\pi}{\lambda} \sin \beta_{Ti} (h_m - h_n)] I_0 \left[\kappa_T^2 - (b_T^2 + c_T^2) \cos^2 \beta_{Ti} + j2\kappa_T b_T \cos \beta_{Ti} \right. \\ \left. \cos(\mu_T - \alpha_{mn}) + j2\kappa_T c_T \cos \beta_{Ti} \cos(\mu_T - \alpha_{vT}) - 2b_T c_T \cos^2 \beta_{Ti} \cos(\alpha_{mn} - \alpha_{vT}) \right]^{1/2} \mathcal{V} I_0(\kappa_T) \quad (10b)$$

$$B_T = \zeta_T \exp[j \frac{2\pi}{\lambda} \sin \beta_{Ti} (h_m - h_n)] I_0 \left[-(b_T^2 + c_T^2) \cos^2 \beta_{Ti} - 2b_T c_T \cos^2 \beta_{Ti} \cos(\alpha_{mn} - \alpha_{vT}) \right]^{1/2} \quad (10c)$$

$$A_R = (1 - \zeta_R) \exp[-j \frac{2\pi}{\lambda} \sin \beta_{Ri} (h_p - h_q)] I_0 \left[\kappa_R^2 - (b_R^2 + c_R^2) \cos^2 \beta_{Ri} + j2\kappa_R b_R \cos \beta_{Ri} \right. \\ \left. \cos(\mu_R - \alpha_{pq}) - j2\kappa_R c_R \cos \beta_{Ri} \cos(\mu_R - \alpha_{vR}) - 2b_R c_R \cos^2 \beta_{Ri} \cos(\alpha_{pq} - \alpha_{vR}) \right]^{1/2} \mathcal{V} I_0(\kappa_R) \quad (10d)$$

$$B_R = \zeta_R \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda} \sin\beta_{Ri} (h_m - h_n)\right] I_0 \left\{ -\left(b_R^2 + c_R^2\right) \cos^2\beta_{Ri} - 2b_{RCR} \cos^2\beta_{Ri} \cos(\alpha_{pq} - \alpha_{vR}) \right\}^{1/2} \quad (10e)$$

其中 $b_T = 2\pi D_T/\lambda$ 、 $c_T = 2\pi f_{DT}\Delta t$ 、 $b_R = 2\pi D_R/\lambda$ 、 $c_R = 2\pi f_{DR}\Delta t$ 、 h_m 、 h_n 、 h_p 、 h_q 分别为两端天线的高度。

2.3 性能分析

上文推导出 MIMO 信道的联合空时频相关函数 综合考虑了收发端天线的高度、配置角度、间距等参数。式(10)中 $R_T(\Delta t)$ 、 $R_R(\Delta t)$ 分别表示发射端与接收端的相关函数， $R_\zeta(\Delta f)$ 表示频率选择性分量。对于非频率选择性信道， $R_\zeta(\Delta f)$ 为 1。只考虑非频率选择性分量时，可以发现很多现有已存在的模型皆为式(10)的特例。 $R_T(\Delta t)$ 、 $R_R(\Delta t)$ 二者的表示具有很强的相似性，因此文中仅以单端的相关函数与已存在的模型进行比较。

当令 ζ_R 为 $[0, 1]$ 区间任意值， $h_m = h_n$ ， D_R 为 0， κ_R 为 0，并令 $f(\beta_{Ri}) = \delta(\beta_{Ri})$ ，即只考虑二维散射分布时，代入式(10)，可以得到单天线 Clark 模型的时间相关函数 $R_R(\Delta t) = J_0(2\pi f_{DR}\Delta t)$ 。

令 $f(\beta_{Ri}) = \delta(\beta_{Ri})$ ， $D_R = 0$ ， $\alpha_R = \pi$ ， $h_m = h_n$ ，假设接收端 AOA 为非全向均匀分布，即 $\kappa_R \neq 0$ ， $\zeta_R = 0$ 。由式(10)可以得到 $R_R(\Delta t) = I_0(\sqrt{\kappa_R^2 - (2\pi f_{DR}\tau)^2} + j4\pi f_{DR}\tau\kappa_R \cos(\mu_R)) \mathcal{Y} I_0(\kappa_R)$ ，与文献[8]中结论相同。

发射端角度扩展为二维全向均匀分布，令 $f(\beta_{Ri}) = \delta(\beta_{Ri})$ ， $\kappa_T = 0$ ， ζ_T 为 $[0, 1]$ 区间任意值， $\alpha_{pq} = \pi$ ， $h_p = h_q$ ，由式(10)可以直接推出 $R_T(\Delta t) = J_0(\sqrt{b_T^2 + c_T^2 - 2b_{TC} \cos\alpha_{vT}})$ ，与文献[11]中的 Lee's 空时相关模型完全吻合。

在式(10)中，令 $f(\beta_{Ri}) = \delta(\beta_{Ri})$ ， $\alpha_{pq} = \pi$ ， $\zeta_R = 0$ ，则可以推出与文献[12]完全相同的一种空时相关函数： $R_T(\Delta t) = I_0 \left\{ \kappa_T^2 - b_T^2 - c_T^2 + 2b_{TC} \cos\alpha_{vT} - 2j\kappa_{TC} \cos\mu_T + 2jb_{TC} \cos(\alpha_{vT} - \mu_T) \right\}^{1/2} \mathcal{Y} I_0(\kappa_T)$ 。

另由式(10)可得到，信道的时间选择性与频率选择性相对独立，与文献[10]中结论相同。文献[7]建立的 3D 纯随机信道模型，未能给出有效的便于分析的空时频联合相关函数的表达式，且缺乏有效的比较验证，不具有本文模型与空时频联合相关函数的兼容性。

3 仿真分析

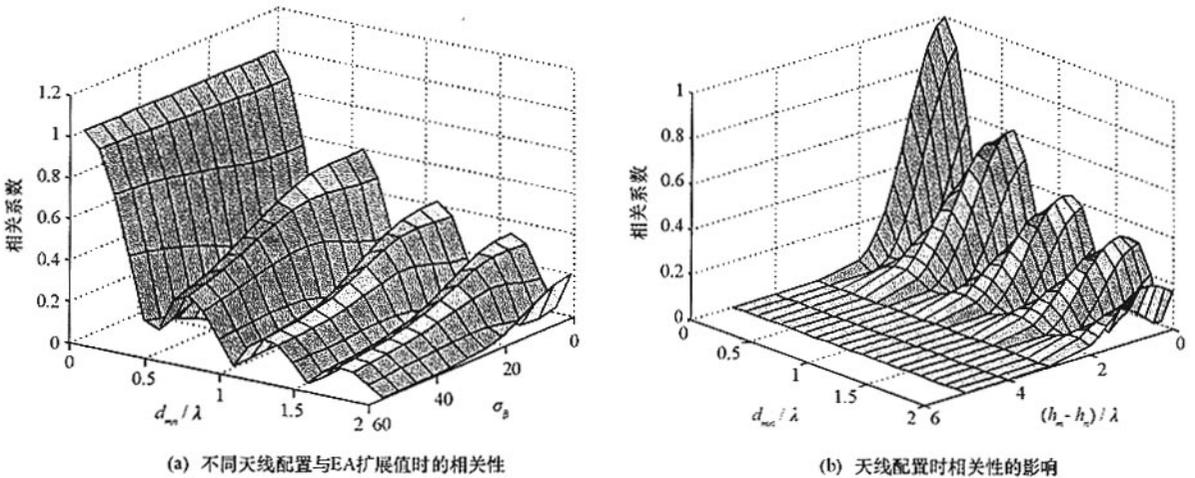


图 2 不同天线配置与 EA 扩展值时的相关性

Fig.2 Correlation with different antenna configuration and EA spread

不失一般性，文中以 $n_T = n_R = 2$ 为例，对 MIMO 信道在不同散射参数以及天线阵配置条件下信道的空时互相关函数 $R(\Delta t)$ 及 $R(\Delta t, \Delta f) = R(\Delta t, \Delta f = 0)$ 进行分析。图 2 显示了不同的 EA 扩展 σ_β 与不同天线配置参数时子信道 h_{pm} 与 h_{qn} 之间的互相关值。仿真中，载波频率 f_c 为 2GHz，发射端 AA 扩展参数 ζ_T 取 0， κ_T 取 3， μ_T 取 0，EA 扩展参数 β_{0T} 取为 5° ， α_T 取为 $\pi/6$ ，接收端 AA 扩展参数 ζ_R 取 1，EA 扩展参数 β_{0R} 取为 15° ， $\sigma_{\beta R}$ 取为 20° ，接收端天线高度 $h_p = h_q = 5\lambda$ ，间距 d_{pq} 为 0，仿真时考虑收发两端的移动，速度分别为 15m/s、20m/s，运动方向与 x 轴的夹角分别为 0 、 $\pi/3$ ；图 2(a) 中发射端天线高度 $h_m =$

$h_n = 10\lambda$, 图 2(b) 中 EA 扩展参数 $\sigma_{\beta T}$ 取为 10° , 天线高度 $h_m = 10\lambda$ 。

由图 2(a) 可以看出, EA 扩展参数 $\sigma_{\beta T}$ 越大, 相应的子信道之间的互相关值随着 d_{mn} 的变大, 衰减得也就越快。同时可以看出 $\sigma_{\beta T}$ 在小于 20° 时, 对相关值的影响较小, 因此可以得出: 在 EA 扩展比较小时, 3D 模型与 2D 模型相比差别不大, 实际的信道建模仍然可以采用 2D 模型。

图 2(b) 显示了发射端天线高度差对子信道的互相关性的影响。不难看出, 天线的高度差越大, 则子信道的互相关性越小。当大于 3λ 时两者的相关性已经很小, 可以近似地认为此时二者已经不相关。

图 3 显示了模型的理论相关特性与仿真相关特性的实部与虚部。仿真中路径数取为 500, d_{mn} 为 0, 其他参数同上。由图可知二者的曲线基本吻合, 证明了模型建立过程以及推导出空时频相关函数的正确性。

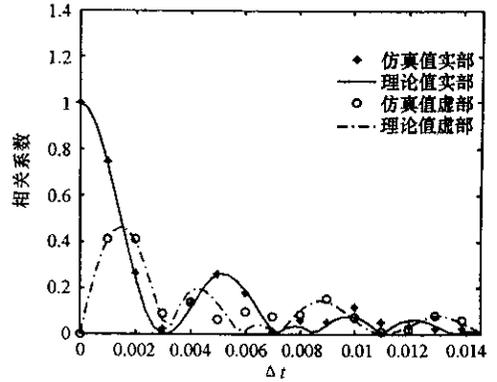


图 3 理论与仿真相关特性

Fig. 3 Correlation of theory and simulation

4 结束语

本文综合考虑 AOD、AOA 分布的三维非全向性及非均匀性, 同时考虑收发端的各自移动以及天线阵配置, 针对频率选择性 MIMO 信道建立 3D 纯随机信道模型, 推导出一种新的空时频联合相关函数。文中给出的 3D 空时频相关函数兼容了目前已经存在的很多 SISO、SIMO、MISO、MIMO 信道模型。本文分析了电波不同到达方向与阵列的不同配置对信道相关性的影响, 且仿真结果证实了相关函数的准确性。

参考文献:

- [1] Telatar I E. Capacity of Multi-antenna Gaussian channels[J]. European Trans. Telecommun. Related Technol., 1999, 10: 585-595.
- [2] 李广森, 胡延平, 周良柱. 空时分组编码的译码算法[J]. 国防科技大学学报, 2001, 23(6): 70-73.
- [3] Ertel R B, Cardieri P, Sowerby K W, et al. Overview of Spatial Channel Models for Antenna Array Communication Systems[J]. IEEE Personal Communications Magazine, 1998(4): 10-22.
- [4] Molisch A F. A Generic Model for MIMO Wireless Propagation Channels in Macro-and Microcells[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(1): 61-71.
- [5] Lee W C Y, Brandt R H. The Elevation Angle of Mobile Radio Signal Arrival[J]. IEEE Transactions on Communications, 1973, 21: 1194-1197.
- [6] Leong S Y, Zheng Y R, Xiao C. Space-time Fading Correlation Functions of a 3D MIMO Channel Model[A]. 2004 IEEE Wireless Communications and Networking Conference[C], 2004: 1127-1132.
- [7] Rad H S, Gazor S. A 3D Correlation Model for MIMO Non-isotropic Scattering with Arbitrary Antenna Arrays[A]. 2005 IEEE Wireless Communications and Networking Conference[C], 2005: 938-943.
- [8] Abdi A, Barger J A, Kaveh M. A Parametric Model for the Distribution of the Angle of Arrival and the Associated Correlation function and Power Spectrum at the Mobile Station[J]. IEEE Trans. Veh. Technol., 2002, 51(3): 425-433.
- [9] Jakes W C. Microwave Mobile Communications[M]. New York: Wiley, 1974.
- [10] Pedersen K I, Mogensen P E, Fleury B H. A Stochastic Model of the Temporal and Azimuthal Dispersion Seen at the Base Station in Outdoor Propagation Environments[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2000, 49(2): 437-447.
- [11] Lee W C Y. Level Crossing Rates of Equal-gain Predetection Diversity Combiner[J]. IEEE Trans. Commun. Technol., 1970, 18: 417-426.
- [12] Abdi A, Kaveh M. A Versatile Spatio-temporal Correlation Function for Mobile Fading Channels with Non-isotropic Scattering[A]. In: IEEE Workshop Statistical Signal Array Processing in Proc. [C], 2000: 58-62.

