

文章编号: 1001- 2486(2008) 02- 0005- 06

# 大椭圆停泊轨道月球探测器发射窗口运动学约束特性分析及转移轨道快速设计方法\*

郝晓宁, 高玉东

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**通过分析大椭圆停泊轨道月球探测器发射窗口的运动学约束特性, 给出了转移轨道运动学约束对发射窗口的影响规律, 进一步明确了在该种情况下月球探测器的发射机会和增加窗口的可能性。并结合发射窗口运动学约束特性, 提出了一种基于大椭圆停泊轨道的地月转移轨道快速设计方法。仿真结果验证了大椭圆停泊轨道下探测器发射窗口运动学约束特性分析的正确性, 以及转移轨道设计方法的有效性。

**关键词:**月球探测器; 大椭圆停泊轨道; 发射窗口; 运动学约束特性; 地月转移轨道

中图分类号: V421. 4<sup>1</sup> 文献标识码: A

## Analysis on Kinematical Constraint Characters of the Launch Window and the Fast Design Method for Trans-lunar Trajectory Based on the High Elliptical Parking Orbit

XI Xiaoning, GAO Yudong

(College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Through the analysis on kinematical constraint characters of the launch window for Earth-to-Moon transfer trajectories based on the high elliptical parking orbit, laws of kinematical constraint influence on the launch window are given, and launch opportunities of the lunar probe and the probability to add the launch window are verified. According to the kinematical constraint characters of the launch window, a fast design method for the Earth-to-Moon transfer trajectory based on the high elliptical parking orbit is provided. The simulation results show that the analysis on kinematical constraint characters of the launch window for Earth-to-Moon transfer trajectories based on the high elliptical parking orbit is correct and the design method for transfer trajectory is effective.

**Key words:** lunar probe; high elliptical parking orbit; launch window; kinematical constraint character; earth-to-moon transfer trajectory

月球探测器的发射窗口是指能够满足轨道的运动学约束、光照约束和测控约束等条件的时间段, 使探测器能够在一定的约束条件下与月球相遇, 它又可分为月窗口和日窗口。

文献[1-3]给出了月球探测器窗口的选择方法, 分析了光照约束、测控约束以及轨道运动学约束的影响, 其中有关光照和测控约束的分析方法可以直接采用, 但它们有关运动学约束的分析均是基于圆形停泊轨道假设, 在该情况下由于停泊轨道滑行时间调整范围很大, 因此获得的满足运动学约束的发射窗口较多<sup>[1-4]</sup>。我国“嫦娥”工程的地月转移轨道则是基于大椭圆停泊轨道的近地点加速获得, 其运动学约束特性呈现新的特点, 运载运行可调的弧段很窄, 转移轨道的近地点幅角和升交点赤经基本上是由运载分离后的轨道决定, 所以对地月转移轨道设计增加了很强的制约。文献[4-5]定性地讨论了探测器的发射机会和发射窗口问题, 得出了重要的结论, 不过并未详细阐释轨道运动学约束影响规律和增加窗口的可能性, 以及其与地月转移轨道设计的关系。

本文在现有研究成果基础之上, 根据我国发射约束条件, 分析大椭圆停泊轨道月球探测器发射窗口

\* 收稿日期: 2007- 09- 21

基金项目: 国家 863 计划资助项目(2003AA735083)

作者简介: 郝晓宁(1962-), 女, 教授, 博士生导师。

的运动学约束特性,详细给出轨道运动学约束影响规律,从而进一步明确发射月球探测器的机会,以及分析通过某种手段进行窗口修正和增加窗口的可能性。进一步,在发射窗口运动学约束特性的基础上,提出一种地月转移轨道快速设计方法,即首先快速得到满足发射窗口的简单模型解析解,然后利用分层次搜索的数值方法快捷地完成高精度模型下的地月转移轨道设计。本文提出的方法将发射窗口和地月转移轨道设计紧密结合起来,大大缩短满足各种约束条件的大椭圆停泊轨道下地月转移轨道设计时间,对大椭圆停泊轨道下月球探测器发射窗口和地月转移轨道设计的工程任务,具有一定的理论和应用价值。

## 1 发射窗口运动学约束特性分析

发射月球探测器实际上是使探测器与月球交会,由于月球位置的变化,不同的交会日期所对应转移轨道是不同的<sup>[4]</sup>。下面首先给出大椭圆停泊轨道探测器运动学约束特性的分析方法,可以得到满足一定约束条件的地月转移轨道入轨点分布规律和运动学一般特性。

### 1.1 初始已知条件和参数选取

假设已知探测器停泊轨道倾角  $i$ , 近地点高度  $h$ , 地月转移轨道飞行时间  $\Delta t_T$ , 加速点速度倾角  $\Theta_r$ , 则可以通过选取若干参数, 根据在二体假设下描述探测器转移轨道的一组解析公式, 完全确定一条地月转移轨道。选择的参数具体为转移轨道倾角  $i$ , 近地点地心距  $r_l$  (由近地点高度确定), 加速点速度倾角  $\Theta_r$ , 与月球交会时刻  $t_L = t_l + \Delta t_T$  ( $t_l$  为入轨时刻), 以及地月转移轨道转移初速  $v_l$ 。

对于大椭圆停泊轨道, 从节省能量的角度出发, 探测器一般在近地点沿速度方向加速进入转移轨道 ( $\Theta_r = 0$ ), 保证转移轨道与停泊轨道共面, 所以停泊轨道决定了转移轨道的升交点赤经和近地点幅角。这种情况下停泊轨道的近地点、探测器从地面发射进入停泊轨道的入轨点和转移轨道的入轨点在惯性空间三点合一, 本文重点分析地月转移轨道段。因此可以分析不同时刻对应的探测器地月转移轨道入轨点分布规律。

### 1.2 二体假设数学模型

根据与月球交会时刻  $t_L$ , 查月球历表 DE405 可以计算交会时刻的月球在地心天球坐标系中的位置分量, 从而得到交会时刻月球的赤经  $\alpha(t_L)$ 、赤纬  $\delta_L(t_L)$ <sup>[1-2]</sup>。

进一步可得地月转移轨道升交点赤经  $\Omega$  和探测器与月球交会时纬度幅角  $u$  为<sup>[1-2]</sup>

$$\begin{cases} \Omega = \alpha - \arcsin(\tan \delta_L / \tan i) \\ \Omega = \alpha + \arcsin(\tan \delta_L / \tan i) - 180^\circ \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} u = \arcsin(\sin \delta_L / \sin i) \\ \Omega = 180^\circ - \arcsin(\sin \delta_L / \sin i) \end{cases} \quad (2)$$

式(1)、(2)中的第一、二式分别对应探测器在转移轨道升段和降段与月球交会。

在椭圆转移轨道的前提下, 根据地月转移轨道的时间, 可以根据一组二体解析公式迭代求解出满足条件的地月转移轨道转移初速, 同时得到探测器与月球交会时的地心扫角  $df$ <sup>[1-2]</sup>。最后可以求出入轨点纬度幅角  $u$  (也即是近地点幅角  $\omega$ ) 和入轨点的经度  $\lambda$ 、纬度  $\varphi$  如下:

$$u_l = u - df \quad (3)$$

$$\varphi_l = \arcsin(\sin i \sin u_l) \quad (4)$$

$$\begin{cases} \lambda = \Omega - S(t_l) + \arcsin(\tan \varphi_l / \tan i) \\ \lambda = \Omega - S(t_l) + 180^\circ - \arcsin(\tan \varphi_l / \tan i) \end{cases} \quad (5)$$

式(5)中第一、二式分别对应探测器升段和降段入轨,  $S(t_l)$  为入轨时刻对应的格林尼治平恒星时。

### 1.3 分析计算步骤及流程

根据上述已知条件和二体假设模型, 可以计算任意时刻入轨的探测器转移轨道, 本文取一个恒星月进行研究。具体步骤如下, 计算流程如图 1 所示。

- (1) 根据已知条件计算交会时刻  $t_L$ , 查月球历表, 获得月球的赤经  $\alpha_L(t_L)$ 、赤纬  $\delta_L(t_L)$  和地月距  $R_{EL}$ 。
- (2) 设转移初速初值  $v_I$ , 按照二体假设模型, 计算地月转移轨道参数: 地心扫角  $\phi$ 、地月转移时间  $\Delta t'_T$ 。
- (3) 断定  $\Delta t'_T$  等于预期飞行时间  $\Delta t_T$ , 否则调整转移初速  $v_I$ , 再返回第 (2) 步, 直至  $\Delta t'_T = \Delta t_T$ 。
- (4) 根据式 (1)、(2) 计算地月转移轨道升交点赤经  $\Omega$  和探测器与月球交会时的纬度幅角  $u$ 。
- (5) 根据式 (3)~(5) 计算入轨点纬度幅角  $u_I$ , 入轨点经度  $\lambda$ 、纬度  $\varphi_I$ 。
- (6) 断定入轨时刻  $t_I$  遍历一个恒星月, 否则返回第 (1) 步, 直至入轨时刻遍历一个恒星月结束。

根据以上模型和计算流程, 可以详细分析基于大椭圆停泊轨道的地月转移轨道入轨点分布规律和运动学的一般特性, 以及对发射窗口的约束。

### 1.4 仿真算例及分析

假设已知探测器轨道倾角  $i = 31^\circ$ , 近地点(入轨点)高度为 600km (近地点半径  $r_I = 6978.137\text{km}$ ), 加速点速度倾角  $\Theta_I = 0^\circ$ , 地月转移轨道飞行时间不妨设为  $\Delta t_T = 105\text{h}$ , 分析入轨时刻  $t_I$  从 2007 年 10 月 1 日 0 时起一个恒星月内入轨的情况,  $v_I$  初值取为  $10.6\text{km/s}$ 。

按照上述模型和步骤可得一个恒星月内探测器入轨点经、纬度的分布如图 2 所示, 根据我国发射约束条件, 仿真计算过程中仅考虑探测器降段入轨情况, 仿真步长取为 1h。

由图 2 可知探测器入轨点纬度一个恒星月内在  $\pm 31^\circ$  范围内变化, 且以一个恒星月为一个周期, 纬度为  $0^\circ$  的情况只有两次, 二者时间间隔为半个月。入轨点经度则每天在  $0^\circ \sim 360^\circ$  范围内变化, 以地球自转 1 圈为一个周期, 主要是由地球自转造成。

由式 (1) 表示的探测器地月转移轨道升交点赤经  $\Omega$  和由 (2) 式表示的近地点幅角  $\omega$  的变化规律如图 3 所示, 其中图 3(a)、(b) 分别给出了转移轨道在升段、降段与月球交会的情况。

由图 3 可知, 只有图 3(a) 中表示的在转移轨道升段与月球交会才可能满足我国的发射约束条件(近地点幅角约为  $180^\circ$ )。图 3(a) 表明在一个恒星月内, 探测器转移轨道的近地点幅角约在  $116^\circ \sim 246^\circ$  范围内变化, 升交点赤经则在  $0^\circ \sim 360^\circ$  范围内变化, 且二者均具有周期性, 以一个恒星月为一个周期, 其中近地点幅角为  $180^\circ$  的情况只有两次, 二者时间间隔为半个月。

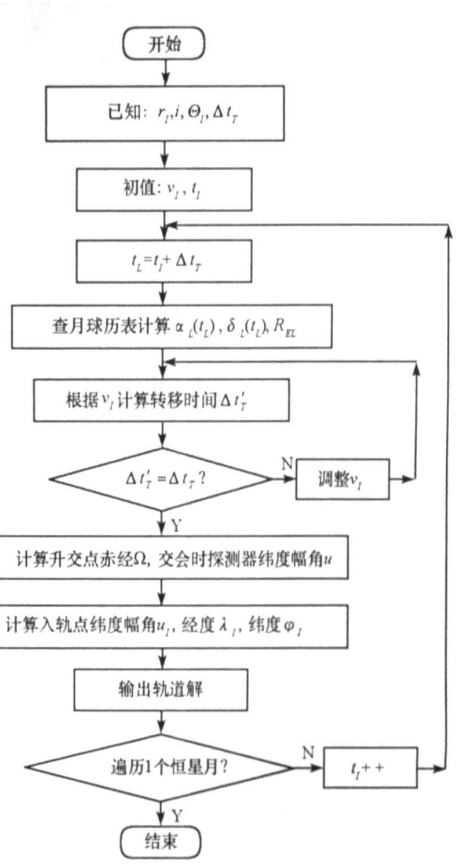


图 1 轨道运动学约束特性分析计算流程  
Fig. 1 Flow chart of kinematical constraint characters analysis of transfer trajectory

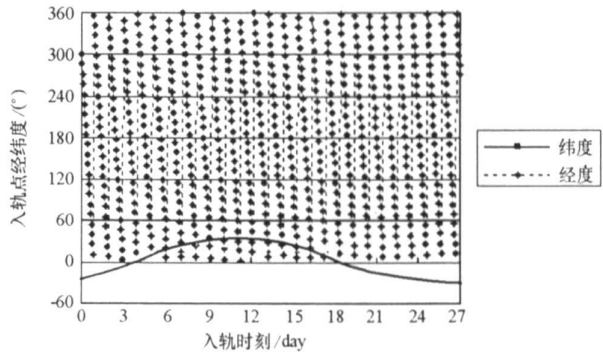


图 2 一个恒星月内探测器入轨点经纬度分布  
Fig. 2 Longitudes and Latitudes distribution of the inject points of the lunar probe in a sidereal month

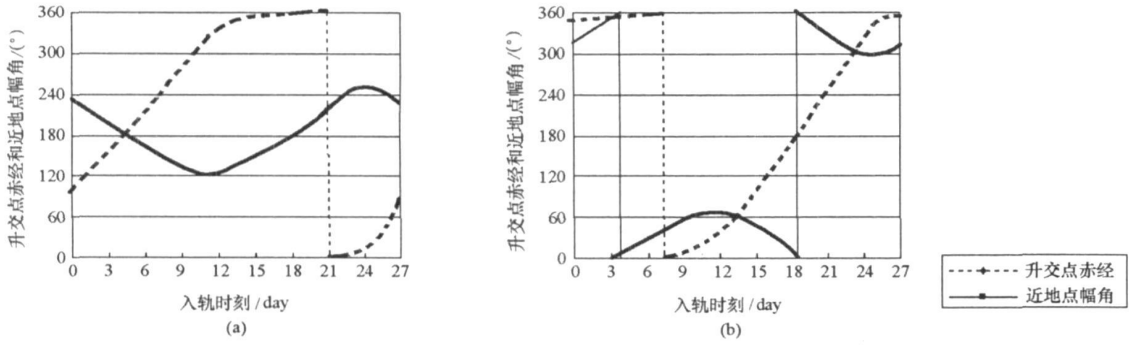


图3 探测器地月转移轨道升交点赤经和近地点幅角变化

Fig. 3 Right ascensions of ascending node and arguments of perigee of the earth-to-moon transfer trajectories

由图2、3(a)可知,在一个恒星月内探测器入轨点纬度为 $0^\circ$ 和地月转移轨道的近地点幅角为 $180^\circ$ (满足我国长三甲运载要求)的情况只有两次,说明我国长三甲运载在一个月内有两次发射机会,这也验证了文献[4]的结论。另外,对我国的这两次发射机会来讲,交会时月球的赤纬均为 $0^\circ$ ,也即是月球均处在白道相对于地球赤道的升交点和降交点附近,这充分体现了我国大椭圆停泊轨道地月转移轨道发射窗口基于运动学约束的内在规律。我国在进行大椭圆停泊轨道探测器发射窗口设计时可以利用这一特点获取探测器入轨时刻的初值。以上分析回答了大椭圆停泊轨道探测器地月转移轨道发射的月窗口问题。

在上述已知条件约束下,对于图2、3(a)给出的我国的这两次发射机会,在一个恒星月内并没有同时严格满足入轨点经、纬度约束条件的入轨时刻(入轨点经度要求 $180^\circ$ ),即日窗口不能满足条件,所以需要修正窗口。

## 2 窗口修正及增加发射窗口的可能性分析

根据1.4节的分析可知,当考虑我国地面发射场约束时,设计出的转移轨道入轨点经纬度很可能不能同时满足要求,需要对窗口进行修正。根据式(1)~(5)可以得到入轨点经纬度的理论修正量如式(6)所示,这里仅给出降段入轨的情况。

$$\begin{cases} \Delta \varphi_l = \frac{\sin i \cdot \cos u_l}{\sqrt{1 - \sin^2 i \cdot \sin^2 u_l}} \Delta u_l \\ \Delta \lambda_l = \Delta \Omega - \frac{\cot i \cdot \sec^2 \varphi_l}{\sqrt{1 - \cot^2 i \cdot \tan^2 \varphi_l}} - \omega_E \cdot \Delta t_l \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \Delta \Omega = \Delta \alpha + \frac{\sec^2 \delta \cdot \cot i}{\sqrt{1 - \tan^2 \delta \cdot \cot^2 i}} \Delta \delta \\ \Delta u_l = - \frac{\cos \delta}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2 \delta}} \Delta \delta \end{cases} \quad (7)$$

其中 $\omega_E$ 表示地球自转角速度。

由式(6)、(7)可知,入轨点纬度的修正量 $\Delta \varphi_l$ 仅是由月球赤纬的变化 $\Delta \delta$ 引起,经度修正量 $\Delta \lambda_l$ 是由月球的赤经变化 $\Delta \alpha$ 、赤纬变化 $\Delta \delta$ 和地球自转变化 $\omega_E \cdot \Delta t_l$ 的综合影响引起。由于地球自转的速度远远大于月球赤经、赤纬的变化,因此对于1.4节出现的入轨点经、纬度不能同时满足要求的情况,最好通过改变入轨时刻进行修正,即式(6)中的 $\Delta t_l$ 。由式(6)、(7)还可以看出,大椭圆停泊轨道下地月转移轨道的日窗口是零窗口。因为如果推迟1h发射,若要满足发射场约束,入轨点经度需要保持不变,即 $\Delta \lambda_l = 0$ ,则升交点赤经将增加约 $15^\circ$ ,即 $\Delta \Omega \approx 15^\circ$ ,而1h之内月球的赤经变化 $\Delta \alpha$ 、赤纬变化 $\Delta \delta$ 远达不到这个量级。

另外,调整入轨时刻 $t_l$ (相当于调整飞行时间 $\Delta t_l$ 或转移初速 $\Delta v_l$ ),除了可以完成对窗口的修正,

还有可能获得多个满足入轨点约束条件的转移轨道解, 从而可以增加发射窗口。

下面仍以 1.4 节分析的第一次入轨机会为例, 分析窗口的修正和增加窗口的可能性。由于探测器与月球交会的时刻约为 10 月 9 日 16 时, 不断调整转移初速, 在交会时刻附近时间寻求多个满足入轨点约束的转移轨道解, 从而得到增加探测器的发射窗口可能性。仍采用 1.2 节中的模型, 调整转移初速  $\Delta v_1$ , 计算满足入轨点纬度为  $0^\circ$  的可能交会时间段, 得到的对应交会时刻区间的入轨点经、纬度分布情况如图 4 所示, 图中坐标横轴从 10 月 9 日 9 时起算。

由图 4 可知, 调整转移初速后形成了一段交会时刻区间, 其中有 5 个入轨点经纬度均满足要求的交会时刻, 与不同交会时刻对应的探测器转移初速和飞行时间如表 1 所示。

表 1 满足约束条件的多个转移轨道解

Tab. 1 Several transfer trajectories satisfying the constraints

交会时刻(h)	2.7	7.5	14.5	23.1	34.1
转移初速(m/s)	10 597	10 600	10 612	10 637	10688
飞行时间(h)	120	101	84	68	55

交会时刻起始参考时间 10 月 9 日 09 00 00(UTC)

由表 1 可知, 第二个交会时刻 (7.5h) 即是 1.4 节算例中对应的窗口修正解, 飞行时间调整为 101h。而其他几个转移轨道解则表明增加了探测器的发射机会, 由于转移初速的改变, 探测器从 10 月 4 日起连续 4 天内都有入轨机会, 增加了发射窗口, 所以发射窗口增加的可能性存在, 不过从节省能量的角度考虑, 采用前两个交会时刻 (2.7h 和 7.5h) 方案比较合理。

在上述交会时段内探测器地月转移轨道升交点赤经和近地点幅角如图 5 所示。

对比图 3、图 5 可知, 通过调整转移初速, 改变入轨时刻, 使探测器转移轨道的纬度幅角在交会时段内基本保持不变, 升交点赤经也由调整前的唯一解, 变为线性递增的多解。

### 3 转移轨道快速设计方法

地月转移轨道设计与发射窗口设计是耦合在一起的, 如果直接搜索满足目标约束条件和发射场约束等窗口约束条件的转移轨道参数是比较复杂的, 效率也很低。结合大椭圆停泊轨道下地月转移轨道的运动学约束特性, 这里给出一种快速设计转移轨道的方法。

首先, 可以根据大椭圆停泊轨道的近地点高度、轨道倾角和转移轨道的飞行时间等已知条件, 按照第 1 节中给出二体假设模型和计算流程, 获得整个发射年份中满足运载入轨约束的所有发射机会 (每个恒星月有两次机会), 同时得到相应的二体假设下的转移轨道解; 接着, 根据选取的发射时机, 对转移轨道发射窗口进行修正, 使其满足入轨点经纬度要求; 然后, 根据测控和光照约束条件<sup>[1-3]</sup>, 从中选取满足所有窗口约束的二体假设轨道解, 并作为进一步轨道精确搜索的初值, 它们已经能够保证与月球交会;

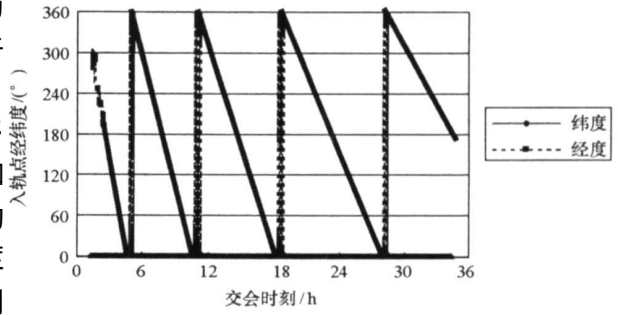


图 4 探测器入轨点经纬度与交会时刻的对应关系

Fig. 4 The relation between longitudes and latitudes of the inject points and the rendezvous time

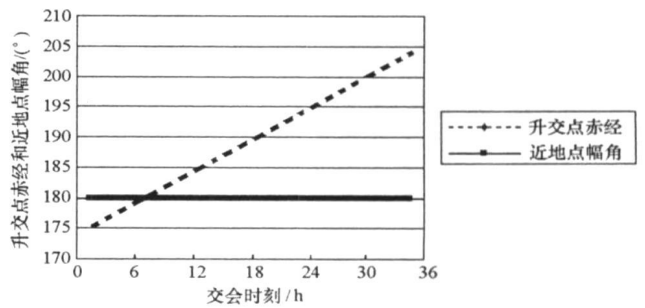


图 5 探测器地月转移轨道升交点赤经和近地点幅角

Fig. 5 Right ascensions of ascending node and arguments of perigee of the Earth-to-Moon transfer trajectories

最后, 可利用常规轨道搜索方法(例如微分改正法<sup>[6]</sup>), 通过引入 B 平面瞄准参数<sup>[6]</sup>和圆锥拼接法, 基于分层次搜索策略, 按照先考虑简单力模型(例如双二体模型)再考虑精确力模型的步骤, 根据目标条件(例如近月点高度、倾角等)可以很快得到精确的目标轨道, 具体模型和方法请参见文献[6], 这里不再赘述。采用以上步骤设计基于大椭圆停泊轨道的地月转移轨道速度快、精度高。

不妨将表 1 中第一个交会时刻(2.7h)对应的转移轨道, 认为是满足发射场、光照等各种约束条件的二体假设轨道解。设需要设计的转移轨道目标约束条件为近月点高度 200km, 相对月球赤道倾角  $90^\circ$ 。入轨约束条件仍为入轨点经度  $\lambda = 180^\circ$ , 纬度  $\varphi = 0^\circ$ 。

因此可将其作为初值进行进一步的轨道搜索, 固定地月转移轨道倾角  $i = 31^\circ$ , 近地点高度 600km, 真近点角  $f = 0^\circ$  不变, 选取探测器入轨时间  $t_i$ 、转移轨道偏心率  $e$ 、升交点赤经  $\Omega$  以及近地点幅角  $\omega$  作为搜索自变量, 按照上述分层次搜索方法得到的一组轨道解对比如表 2 所示。轨道精确搜索时, 地月转移轨道段采用地球引力位模型 WGS84 的  $8 \times 8$  阶次, 同时考虑太阳、月球的第三体摄动影响, 数值积分器采用 RKF7(8)。

表 2 探测器入轨点初始轨道根数

Tab. 2 Initial elements of the probe at inject point

参考历元(UTC)	$a$ (km)	$e$	$i$ ( $^\circ$ )	$\omega$ ( $^\circ$ )	$\Omega$ ( $^\circ$ )	$f$ ( $^\circ$ )	
二体假设解	4日 10 55 57.79	204583.231227	0.965891	31.000	179.998	176.883	0.000
双二体假设解	4日 10 52 02.49	204791.128522	0.965926	31.000	180.085	175.591	0.000
精确解	4日 10 51 12.95	210434.221411	0.966839	31.000	180.085	175.385	0.000

由表 2 可知, 将二体假设轨道解作为初值进行轨道搜索, 只需微小的调整, 即可很快得到精确模型下满足约束条件的地月转移轨道。同时说明第 1 节中给出的二体模型能够满足分析大椭圆停泊轨道运动学约束特性的要求, 得出的结论正确有效。图 6 给出了分层次搜索设计过程中双二体假设与精确力模型下探测器转移轨道空间对比关系。

## 4 结束语

本文分析了大椭圆停泊轨道下的月球探测器发射窗口的运动学约束特性, 详细给出了运动学约束对发射窗口的影响规律, 研究了窗口修正的方法和增加窗口的可能性。另外, 结合发射窗口的选择, 提出了大椭圆停泊轨道下地月转移轨道的快速设计方法。研究结果表明, 基于大椭圆停泊轨道的地月转移轨道在一个恒星月内只有两次发射机会, 对我国的这两次发射机会来讲, 交会时月球的赤纬均为  $0^\circ$ , 也即是月球均处在白道相对于地球赤道的升交点和降交点附近, 这充分体现了我国大椭圆停泊轨道地月转移轨道发射窗口基于运动学约束的内在规律。大椭圆停泊轨道下地月转移轨道的发射窗口是零窗口, 但可以通过调整转移初速增加发射窗口, 使探测器在连续几天有入轨机会。

## 参考文献:

- [1] 郗晓宁, 曾国强, 任莹, 等. 月球探测器轨道设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001: 166-186.
- [2] 郗晓宁, 王威, 高玉东. 近地航天器轨道基础[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2003: 268-315.
- [3] 郗晓宁, 曾国强, 朱文耀. 从地面发射月球探测器的窗口问题[J]. 天文学报, 2000, 41(4): 361-372.
- [4] 杨维廉, 周文艳. 月球探测器发射机会分析[J]. 中国空间科学技术, 2005, 20(2): 11-15.
- [5] Andolz F J. Lunar Prospector Mission Handbook[M]. Lockheed Martin in Missiles & Space Co. Sunnyvale, CA 94089, 1998: 458-481.
- [6] 高玉东, 郗晓宁, 王威. 地月空间飞行轨道分层搜索设计[J]. 宇航学报, 2006, 27(6): 1157-1161.

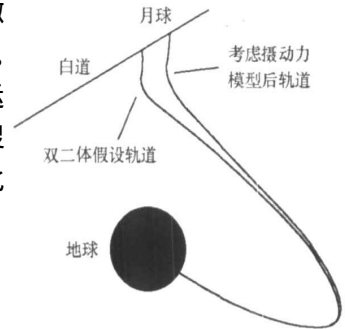


图 6 分层次搜索轨道对比图  
Fig. 6 Transfer trajectories through searching step by step