

文章编号: 1001- 2486(2008) 02- 0016- 06

采用终端滑模控制实现交会对接逼近段姿态跟踪*

刘鲁华¹, 汤国建¹, 余梦伦²

(1. 国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073; 2. 中国运载火箭技术研究院, 北京 100076)

摘要: 针对交会对接逼近段追踪器的姿态控制问题, 采用反馈线性化理论推导了非线性姿态动力学方程的相变量模型。基于导出的姿控模型, 引入模型误差和随机噪声, 结合终端滑模控制理论, 给出了能够在有限时间内完成姿态跟踪, 并使状态跟踪误差收敛的控制律的设计方法。对具有扰动项的系统, 仿真结果仍能满足交会任务对时间的要求, 且姿态角跟踪误差趋于 0, 说明控制律对相变量系统的姿态跟踪控制具有较好的鲁棒性。

关键词: 交会对接; 非线性; 姿态控制; 微分几何; 终端滑模控制

中图分类号: V448.2 **文献标识码:** A

Space RVD Terminal Approach to Attitude Tracking by Terminal Sliding Mode Control

LIU Lu-hua¹, TANG Guo-jian¹, YU Meng-lun²

(1. College of Aerospace and Material Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. China Academies of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract: For the attitude control problem of terminal approach phase of RVD, the feedback linear theory was adopted to linearize nonlinear attitude dynamics, and a phase-variable states space model was deduced. The terminal sliding mode control theory considering the disturbances was used on the basis of the deduced model. Furthermore, this paper introduces a controller which implements the attitude tracking and controls the states tracking errors convergent to zero in the finite time. For the example given, the control results satisfy the terminal time constrain and the tracking errors were convergent to zero, and this demonstrates that the controller is robust.

Key words: rendezvous and docking (RVD); nonlinear; attitude control; geometric theory; terminal sliding mode control

空间交会对接逼近段需要对追踪器质心与姿态同时控制, 以确保追踪器进入对接走廊并实现安全对接。这一阶段需要建立相对姿态动力学方程, 并通过相对姿态控制满足对接要求。由于相对姿态模型比较复杂, 工程上常采用三通道解耦的相平面方法进行姿态控制。但该方法忽略了通道间的耦合, 对模型误差和外部扰动比较敏感, 适用于小角度姿态控制, 应用上受到一定限制。本文就此背景首先将相对姿态控制问题转化为一个姿态跟踪问题, 并采用微分几何反馈线性化理论将非线性姿态控制模型转化为相变量^[1]形式的模型, 结合终端滑模变结构控制理论, 给出一种可以处理非线性多输入多输出姿态控制问题的综合方法。

终端滑模控制理论近年来得到了较快的发展, 文献[2]针对 MIMO 线性系统给出了一种终端滑模控制方法, 文献[3-4]给出了 SISO 非线性系统的快速滑模控制方法和时延线性系统的有限时间滑模控制方法。近年来, 冯勇^[5-6]等对 MIMO 系统专门研究了非奇异终端滑模变结构控制方法。滑模变结构控制理论在飞行器制导控制方面的应用也受到国内外学者的高度重视, 文献[7]采用 HILL 方程将高阶滑模控制应用于编队飞行, 文献[8]采用该理论研究了海基导弹制导问题, McGeoch^[9]等则采用终端滑模控制研究了具有 MIMO 非线性系统的直升机姿态控制。

飞行器姿态控制是一个典型的非线性控制问题, 如果非线性问题可以转化为线性问题, 则可利用线性控制理论的研究成果对非线性系统进行综合。目前, 姿态控制线性化方法多利用反馈线性化理论, 如

* 收稿日期: 2007-08-17

作者简介: 刘鲁华(1977-), 男, 博士生。

文献[10–11]分别采用反馈线性化研究了一般飞行器及拦截弹的姿控问题。本文则基于该理论和终端滑模变结构控制实现了空间交会逼近段的姿态控制。

1 姿态控制问题的数学描述

1.1 姿态跟踪问题的提出

交会对接最后逼近段姿态涉及两个飞行器之间的相对姿态控制问题, 比描述在惯性空间的绝对姿态控制问题更为复杂, 采用线性化方法推导过程比较困难且不利于应用, 但如果将相对姿态控制问题描述为追踪器对目标飞行器的姿态跟踪问题, 则可以直接采用绝对姿态动力学方程进行研究。现将交会对接姿态控制问题描述为: 目标飞行器在惯性空间的姿态在时间 $[t_0, t_f]$ 内精确已知, 其绝对姿态随时间的变化由 $[\varphi_d(t), \psi_d(t), \gamma_d(t)]$ 给出, 要求在这段时间内对追踪器姿态进行控制以实现目标姿态的跟踪。如果追踪器姿态控制律选择得当, 则当两飞行器质心在 t_f 时刻重合时, 两飞行器姿态角误差应趋于0。

上述姿态跟踪问题假设目标姿态运动规律已知, 且认为质心与姿态控制在对接过程中互不影响。针对姿态控制问题, 控制算法要求解决如下两个问题: (1) 给定时间内实现姿态跟踪; (2) 姿态跟踪误差收敛到0。基于这两个问题, 采用可满足时间约束的终端滑模控制实现姿态控制具有一定的优势, 在设计控制律前需要采用微分几何工具将姿控系统表示成具有相变量形式的模型。

1.2 姿态系统运动建模

假设追踪器惯量积为零, 建立姿态动力学方程:

$$\begin{cases} I_x \dot{\omega}_x + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z = L_x \\ I_y \dot{\omega}_y + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z = L_y \\ I_z \dot{\omega}_z + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y = L_z \end{cases} \quad (1)$$

其中 I_x, I_y, I_z 为追踪器三个惯量主轴, $[\omega_x, \omega_y, \omega_z]$ 为相对于惯性空间的姿态角速度, $[L_x, L_y, L_z]$ 为定义在体系的控制力矩, θ, ψ, γ 分别为俯仰、偏航、滚动三个欧拉角。以3–2–1的次序旋转的运动学方程为

$$\begin{cases} \dot{\theta} = (\omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma) / \cos \phi \\ \dot{\phi} = \omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma \\ \dot{\gamma} = \omega_x + \theta \sin \phi \end{cases} \quad (2)$$

将式(1)、(2)表示成非线性仿射系统 Σ_1 的形式:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + G(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} f(x) &= [k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_6 \sec x_5 \quad k_7 \quad x_1 + k_6 \tan x_5]^T \\ G(x) &= [g_1, g_2, g_3] = [I_{3 \times 3}, \mathbf{0}_{3 \times 3}]^T \\ h(x) &= [h_1, h_2, h_3]^T = [x_4, x_5, x_6]^T \\ I_{s1} &= (I_y - I_z) / I_x, I_{s2} = (I_z - I_x) / I_y, I_{s3} = (I_x - I_y) / I_z \\ k_1 &= x_2 x_3 I_{s1}, k_2 = x_3 x_1 I_{s2}, k_3 = x_1 x_2 I_{s3} \\ k_4 &= k_2 \sin x_6 + k_3 \cos x_6, k_5 = k_2 \cos x_6 - k_3 \sin x_6 \\ k_6 &= x_2 \sin x_6 + x_3 \cos x_6, k_7 = x_2 \cos x_6 - x_3 \sin x_6, k_8 = k_6 k_7 \end{aligned}$$

$x = [x_1, \dots, x_6]^T = [\omega_x, \omega_y, \omega_z, \theta, \phi, \gamma]^T \in \mathbf{R}^6$ 为状态变量, $y = [h_1, h_2, h_3]^T = [\theta, \phi, \gamma]^T \in \mathbf{R}^3$ 为系统输出向量, $u = [u_1, u_2, u_3]^T = [L_x / I_x, L_y / I_y, L_z / I_z]^T \in \mathbf{R}^3$ 为系统控制向量, $f, g_i (i = 1, 2, 3)$ 为6维充分光滑向量场, $h_i (i = 1, 2, 3)$ 为充分光滑的标量函数。

针对运动模型(3), 以下推导其相变量形式。

2 相变量形式的姿态系统模型

2.1 相变量形式系统描述

给出具有相变量形式的系统 Σ_2 :

$$\begin{cases} \xi_1 = \xi_2 \\ \vdots \\ \xi_{i-1} = \xi_i \\ \vdots \\ \xi_n = \mathbf{b}(\xi, t) + \Delta \mathbf{b}(\xi, t) + \mathbf{A}(\xi, t) \mathbf{u} + \mathbf{d}(t) \end{cases} \quad (4)$$

其中 $\xi = [\xi_1^T, \xi_2^T, \dots, \xi_n^T]^T$ 为状态变量, $i = 2, \dots, n$, $\Delta \mathbf{b}(\xi, t)$ 为模型误差, $\mathbf{d}(t)$ 为外部扰动。给出 $F(\xi, t)$ 与 $D(t)$ 两个非负函数, 假设系统满足条件:

$$|\Delta \mathbf{b}(\xi, t)| \leq F(\xi, t), \quad |\mathbf{d}(t)| \leq D(t) \quad (5)$$

针对系统 Σ_2 , 姿态跟踪问题就是使系统的状态变量 $\xi = [\xi_1^T, \xi_2^T, \dots, \xi_n^T]^T$ 在有限时间内实现对期望状态 $\xi_d = [\xi_{1d}^T, \xi_{2d}^T, \dots, \xi_{nd}^T]^T$ 的跟踪, 并使跟踪控制具有一定的鲁棒性。系统 Σ_1 不便直接实现控制律的设计, 需要将其转换为系统 Σ_2 。

2.2 Σ_1 到 Σ_2 的转换

由相对阶定义可知 Σ_1 的相对阶 r 有定义, 且 $r = [r_1, r_2, r_3] = [2, 2, 2]$, $r_1 + r_2 + r_3 = 6$, 于是系统 Σ_1 可以实现反馈线性化, 转换函数 $\Phi(\mathbf{x})$ 由下式求取:

$$\begin{cases} \Phi_1^i(\mathbf{x}) = h_i(\mathbf{x}) \\ \Phi_2^i(\mathbf{x}) = L_f h_i(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \Phi_i^i(\mathbf{x}) = L_f^{r_i-1} h_i(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (6)$$

其中 $1 \leq i \leq 3$, $L_f h_i$ 表示 h_i 对向量场 f 的李导数。于是有

$$\begin{cases} \Phi_1^1(\mathbf{x}) = x_4 \\ \Phi_2^1(\mathbf{x}) = (x_2 \sin x_6 + x_3 \cos x_6) / \cos x_5 \\ \Phi_1^2(\mathbf{x}) = x_5 \\ \Phi_2^2(\mathbf{x}) = x_2 \cos x_6 - x_3 \sin x_6 \\ \Phi_1^3(\mathbf{x}) = x_6 \\ \Phi_2^3(\mathbf{x}) = x_1 + \tan x_5 (x_2 \sin x_6 + x_3 \cos x_6) \end{cases} \quad (7)$$

定义新的坐标变量 ξ , 并令

$$\xi = [\xi_1^T, \xi_2^T, \xi_3^T, \xi_2^T, \xi_1^T, \xi_2^T]^T = [\Phi_1^1, \Phi_2^1, \Phi_1^2, \Phi_2^2, \Phi_1^3, \Phi_2^3]^T \quad (8)$$

利用反馈线性化相关定理^[2], 可以将系统从 Σ_1 形式转化为 Σ_2 形式:

$$\begin{cases} \xi_i = \xi_i^i \\ \xi_i = b_i + a_{i1} u_1 + a_{i2} u_2 + a_{i3} u_3 \end{cases}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

其中

$$a_{ij}(\xi) = L_g L_f^{r_j-1} h_i(\Phi^{-1}(\xi)), \quad b_i(\xi) = L_f^{r_i} h_i(\Phi^{-1}(\xi)), \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (10)$$

将式(3)代入式(10)则有

$$\mathbf{A} = (a_{ij}) = \begin{bmatrix} 0 & \sin x_6 \sec x_5 & \cos x_6 \sec x_5 \\ 0 & \cos x_6 & -\sin x_6 \\ 1 & \tan x_5 \sin x_6 & \tan x_5 \cos x_6 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (k_4 + 2k_8 \tan x_5 + k_7 x_1) \sec x_5 \\ k_5 - k_6 x_1 - k_6^2 \tan x_5 \\ k_1 + (k_4 + k_7 x_1) \tan x_5 + k_8 (1 + 2 \tan^2 x_5) \end{bmatrix} \quad (12)$$

利用式(7)给出 $\Phi(\mathbf{x})$ 反变换的形式(13), 以便于两个系统参数之间的转换。

$$\Phi^{-1}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_2^3 - \xi_2^1 \sin^2 \xi_1 \\ \xi_2^1 \cos \xi_1 \sin^2 \xi_3 + \xi_2^2 \cos \xi_3 \\ \xi_2^1 \cos \xi_1 \cos \xi_3 - \xi_2^2 \sin \xi_3 \\ \xi_1^1 \\ \xi_1^2 \\ \xi_1^3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

3 姿态控制终端滑模控制器的设计

3.1 切换面的设计

利用终端滑模控制算法^[13]实现姿态控制问题。取误差向量

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \xi - \xi_d = [e^T, \mathbf{e}^T, \dots, e^{(n-1)T}]^T \\ \mathbf{e} &= \xi_1 - \xi_{1d} = [e_1, e_2, \dots, e_m]^T \end{aligned} \quad (14)$$

则滑模面方程可以设计为

$$\begin{aligned} \sigma(\xi, t) &= \mathbf{C}\mathbf{E} - \mathbf{W}(t) \\ \mathbf{C} &= [\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \dots, \mathbf{C}_n], \quad \mathbf{C}_i = [c_{i1}, c_{i2}, \dots, c_{im}] \\ c_{ij} &> 0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, m \\ \mathbf{W}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{P}(t) \\ \mathbf{P}(t) &= [p(t)^T, \mathbf{p}(t)^T, \dots, p^{(n-1)}(t)^T]^T \\ \mathbf{p}(t) &= [p_1(t), p_2(t), \dots, p_m(t)]^T \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $p_i(t)$ 满足假设: $p_i(t): \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}, p_i(t) \in C^n[0, \infty), p_i^{(j)}(t) \in L^\infty$, 对于某个常数 $T > 0$, $p_i(t)$ 在时间段 $[0, T]$ 上有界, 并且 $p_i(0) = e_i(0), \dots, p_i^{(n)}(0) = e_i^{(n)}(0)$ 。取函数 $p_i(t)$ 为

$$p_i(t) = \begin{cases} \text{Sum}_1 + \text{Sum}_2, & t \in [0, T] \\ 0, & t > T \end{cases} \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} \text{Sum}_1 &= \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} e_i(0)^{(k)} t^k \\ \text{Sum}_2 &= \sum_{j=0}^n \left[\sum_{l=0}^n \frac{r_{jl}}{T^{j-l-n+1}} e_i(0)^{(l)} \right] t^{j-n+1} \end{aligned}$$

参数 r_{jl} 由假设条件确定。

3.2 终端滑模控制器的设计

取控制律为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t) &= -\mathbf{A}(\xi, t)^{-1} \left\{ [\mathbf{b}(\xi, t) - \xi_{1d}^{(n)} - \mathbf{p}(t)^{(n)} \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{C}_n^{-1} \sum_{k=1}^{n-1} \mathbf{C}_k (e^{(k)} - \mathbf{p}(t)^{(k)}) \right\} + \frac{\mathbf{C}_n^T \sigma}{\|\mathbf{C}_n^T \sigma\|} (F(\xi, t) + \mathbf{D}(t) + \mathbf{K}) \end{aligned} \quad (17)$$

其中 $K > 0$, 定义 Lyapunov 函数 $V = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma$, 由式(5)、式(17)可以证明 $\dot{V} < 0$, 故采用控制律(17)可以实现

控制系统的渐近稳定。为了减弱抖动, 将控制输入中的 $\frac{\mathbf{C}_n^T \sigma}{\|\mathbf{C}_n^T \sigma\|}$ 替换为连续函数向量 $\mathbf{S}_\delta = \frac{\mathbf{C}_n^T \sigma}{\|\mathbf{C}_n^T \sigma\| + \delta}, \delta$

$= \delta_0 + \delta_1 \|e\|$, δ_0 、 δ_1 为正常数。

3.3 姿控系统的切换面参数求解

由于姿态控制系统的相变量形式相当于三个 2 阶单输入系统, 故由切换面设计中的假设条件可以得到方程

$$MR = S \quad (18)$$

其中

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 12 & 20 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} r_{00} & r_{01} & r_{02} \\ r_{10} & r_{11} & r_{12} \\ r_{20} & r_{21} & r_{22} \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -0.5 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

于是 $p_i(t)$ 函数中的系数 r_{jl} 定义如下:

$$R = (r_{jl}) = M^{-1}S = \begin{bmatrix} -10.0 & -6.0 & -1.5 \\ 15.0 & 8.0 & 1.5 \\ -6.0 & -3.0 & -0.5 \end{bmatrix} \quad (19)$$

4 仿真计算

取 $J_x = J_y = J_z = 1000 \text{kg/m}^2$, $\delta_0 = 0.03$, $\delta_1 = 5$, $C_1 = C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, T 分别取 10s、20s、30s。假设目标为圆轨道且姿态对地定向, 轨道角速度 $\omega = 0.001 \text{rad/s}$, 则目标在惯性空间姿态角有 $\theta_d = \omega t$ 、 $\Psi_d = 0$ 、 $\gamma_d = 0$, 由式(8)可以得到 Σ_2 中的参数 ξ_{1d}^1 、 ξ_{1d}^2 、 ξ_{1d}^3 。取追踪器相对于惯性空间的初始状态为 $\theta_0 = 0.5236 \text{rad}$, $\Psi_0 = -\theta_0$, $\gamma_0 = 0.5\theta_0$, 模型误差取 $\Delta b = 0.005 \sin t [1, 1, 1]^T$ 。由终端滑模控制所得三个通道的跟踪曲线结果如图 1~3 所示。

通过选取不同的终止时间 T , 仿真给出了 10s、20s、30s 三组结果。图 1 表明追踪器可以实现对目标俯仰角的跟踪, 在给定的终止时间下, 终端 ($t = T$) 跟踪误差小于 0.003rad 。图 2、图 3 分别是追踪器偏航和滚动通道跟踪效果, 偏航通道的终端跟踪误差基本为 0, 而滚动通道的终端跟踪误差小于 0.002rad 。由此可见姿态角都能在给定时间内实现对目标姿态的跟踪, 且终端跟踪误差较小, 满足对接初始条件的要求。从控制量的变化曲线可见, 在控制的初始阶段, 控制力矩有较大波动, 在 T 时刻之后, 控制力矩在 0 值上下做小幅波动, 这表明控制力矩对姿态角在起始阶段具有明显的控制效果, 在 T 时刻之后, 则能够一直保持对给定姿态角的跟踪。由于系统是在含有模型误差条件下进行的仿真, 而仿真结果仍能保证对目标姿态的跟踪, 这说明控制器对模型误差具有一定的鲁棒性。

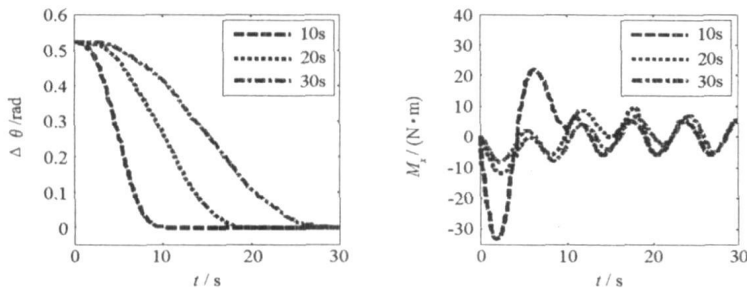


图 1 俯仰通道跟踪误差及控制量变化曲线

Fig. 1 Tracking errors and control curves of pitch channel

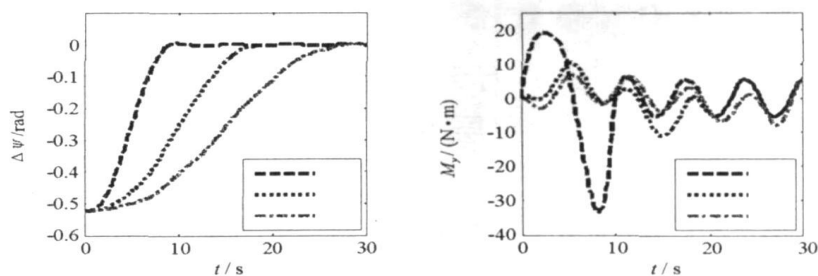


图2 偏航通道跟踪误差及控制量变化曲线

Fig. 2 Tracking errors and control curves of yaw channel

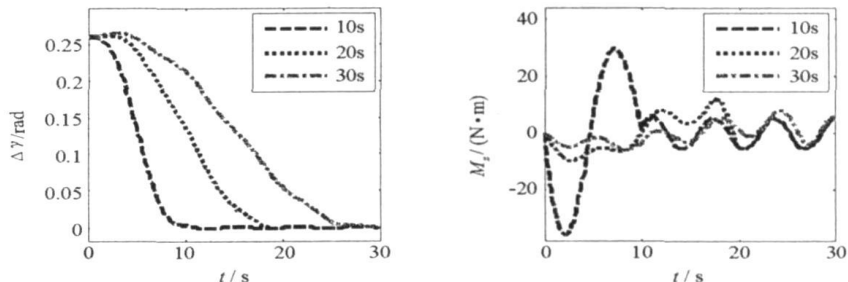


图3 滚动通道跟踪误差及控制量变化曲线

Fig. 3 Tracking errors and control curves of roll channel

5 结论

采用非线性控制方法实现相对姿态控制问题非常复杂, 为此, 本文将逼近段相对姿态控制问题转化为相对于惯性空间的姿态跟踪问题。在此简化下可将具有非线性特性的姿态运动方程转化为具有简单结构的相变量形式。考虑随机噪声和系统扰动误差, 通过对终端滑模控制律的设计, 可以解决跟踪控制问题。这种方法控制误差小、收敛时间可控, 当模型误差和过程误差有界时系统具有较好的鲁棒性。

参考文献:

- [1] 王丰尧. 滑模变结构控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 1995.
- [2] Man ZH, Yu XH. Terminal Sliding Mode Control of MIMO Linear Systems[C]//Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control, Kobe, Japan, 1996.
- [3] Yu XH, Man ZH. Fast Terminal Sliding-mode Control Design for Nonlinear Dynamical Systems[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 2002, 49(2): 261- 264.
- [4] Zong G D, Wu Y Q. Finite Time Terminal Sliding Mode Control for a Class of Time Delay Systems[C]//Proceedings of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation, Hangzhou, China, 2004.
- [5] Feng Y, Yu X H, Zheng J F. Nonsingular Terminal Sliding Mode Control of Uncertain Multivariable Systems[C]//Proceedings of the 2006 International Workshop on Variable Structure Systems. Alghero, Italy, 2006.
- [6] Feng Y, Li L, Han X W. Second-order Nonsingular Terminal Sliding Mode Control of Uncertain MIMO Linear Systems[C]//1st International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics, Harbin, China, 2006.
- [7] Massey T, Shtessel Y. Satellite Formation Control Using Traditional and High Order Sliding Modes[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Providence, Rhode Island, 2004.
- [8] Yu J Y, Zhang Y A, Gu W J. An Approach to Integrated Guidance and Autopilot Design for Missiles Based on Terminal Sliding Mode Control[C]//Proceedings of the Third International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Shanghai, China, 2004.
- [9] McGeoch D J, McGookin E W. MIMO Sliding Mode Attitude Command Flight Control System For A Helicopter[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, San Francisco, California, 2005.
- [10] 于占东, 王庆超. 飞行器姿态的一种鲁棒自适应模糊解耦控制[J]. 宇航学报, 2003, 24(4): 368- 373.
- [11] 王庆超, 李达. 基于反馈线性化的动能拦截器姿态控制研究[J]. 宇航学报, 2005, 26(3): 358- 361.
- [12] 胡跃明. 非线性控制系统理论与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005.
- [13] 庄开宇. 变结构控制理论若干问题研究及其在应用[D]. 杭州: 浙江大学, 2002.