

文章编号: 1001- 2486(2010) 02- 0097- 06

## 混合尺寸目标电磁计算的时域伪谱/有限体积混合方法\*

邓 聪, 彭 达, 尹文禄, 柴舜连, 毛钧杰  
(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘 要:** 针对单一算法对混合尺寸目标进行时域电磁分析的困难, 提出一种时域伪谱 (PSTD) 同时域有限体积 (FVTD) 混合方法。FVTD 可方便地分析复杂的几何结构和材料, 但是难以计算电大尺寸的目标, PSTD 则特别适合计算电大尺寸的规则结构, 但在模拟复杂的几何结构尤其是带有曲边结构以及电大、电小共存结构时存在困难。混合方法克服了单独算法的缺点, 融合各自的优势, 提高了算法的求解能力和应用范围。为了减小两种算法连接边界带来的反射, 采用了 FVTD 计算面均值的二次函数重构方法, 给出了交叠网格和非交叠网格两种混合方案。数值试验表明, 混合方法有较高的精度, 具有时域分析混合尺寸目标电磁问题的能力。

**关键词:** 麦克斯韦方程组; 时域伪谱方法; 时域有限体积方法; 混合算法; 非结构化网格

中图分类号: O441. 4 文献标识码: A

A Hybrid PSTD/FVTD Method for Mixed-scale  
Electromagnetic Problems

DENG Cong, PENG Da, YIN Wen-lu, CHAI Shun-lian, MAO Jun-jie

(College of Electronic Science and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** A hybrid technique combining the Pseudo-Spectral Time-Domain method with the Finite-Volume Time-Domain method is presented to solve 3-D mixed-scale problems, which contain both electrically large and relatively homogeneous regions and electrically small fine details in computational electromagnetics. FVTD is suitable for electrically small problem but suffers from large numerical errors for electrically large-scale regions. The PSTD method, on the other hand, is accurate and efficient for regions with large and relatively homogeneous materials, but is low in efficiency for electrically small structures. The hybrid method overcomes disadvantages and unites advantages of either method mentioned and is potentially more useful. A least square based quadratic polynomial reconstruction method is developed for FVTD to reduce the reflection brought by the boundary of the algorithms, then an overlapping grids scheme and a no overlapping grids scheme are presented. Numerical examples demonstrate that the method proposed enjoys high level of precision and strong capability in region analysis.

**Key words:** Maxwell's equations; Pseudo-Spectral Time-Domain (PSTD); Finite-Volume Time-Domain (FVTD); hybrid method; unstructured grid

时域全波分析电大尺寸的电磁问题已经成为计算电磁学 (CEM) 研究的热点, 目前已经发展出一些适于分析电大尺寸电磁问题的时域方法, 例如多分辨率时域 (MRTD)、高阶时域有限差分 (HO-FDTD)、高阶时域有限元 (HO-FEFD)、谱元素 (SETD)、高阶不连续加略金 (DGM) 以及时域伪谱 (PSTD)<sup>[1-3]</sup> 等方法, 而三维电大尺寸目标同有精细结构的电小尺寸目标共存的混合尺寸目标的电磁分析则对现有的任何一种时域求解器提出了挑战。PSTD 能够在较低空间采样密度下获得较高的计算精度, 在分析电大尺寸问题时具有突出的优势。但在计算带有曲边结构时算法的存储需求将急剧增加, 在计算电大、电小结构共存问题时计算效率将大为降低。另一方面, PSTD 在网格生成阶段尚缺乏成熟的软件支持, 高质量的网格生成往往困难和繁琐, 对复杂结构的剖分常需要大量的人工干预, 这在很大程度上限制了算法的应用。针对这些问题, 近年来已有文献提出了 PSTD 同时域有限差分 (FDTD), 交替方向隐式 FDTD (ADI-FDTD), 以及 FDTD 的混合算法<sup>[4-7]</sup>。时域有限体积 (FVTD) 方法是计算流体力学 (CFD) 中一种成熟的数值算法,

\* 收稿日期: 2009- 09- 16

作者简介: 邓聪 (1980—), 男, 博士生。

上世纪90年代初开始被应用于CEM中计算电磁散射和辐射问题。由于其具有直接时域计算、适于计算不规则的复杂几何结构、适于计算有高度介质不连续性的结构、算法通用性强及易于并行实现等优点,迅速地在CEM中得到了发展<sup>[8-16]</sup>。目前,FVTD及其混合算法已经能够分析复杂天线结构、不规则目标散射、微波电路特性和生物电磁剂量等。尽管如此,受到空间采样密度的限制,FVTD多限于计算电小尺寸结构。对混合尺寸目标进行电磁分析,适宜采用空间分治的PSTD/FVTD混合算法,即在电小结构附近用FVTD计算,其余部分用PSTD计算。

## 1 时域求解 Maxwell 方程组的 DG-PSTD 和 FVTD 方法

### 1.1 DG-PSTD 方法

计算区域  $D \subset R^3$ ,  $D = \cup_i V_i$ ,  $V_i$  为曲边六面体子域。假设在  $V_i$  内  $\varepsilon$ 、 $\mu$ 、 $\sigma$  不依赖空间坐标,且  $\exists V_i, V_j (i \neq j)$  有  $V_i \cap V_j \subset \{S_{ik}, \cong\}$ ,  $S_{ik}$  为子域  $V_i$  的第  $k$  个面。映射  $\Psi_i: V_i \rightarrow I_i = [-1, 1]^3$  将  $x \in V_i$  映射为  $\xi \in I_i$ 。采用 Rankine-Hugoniot 跳跃条件<sup>[2,8]</sup>来连接两相邻子域  $V_i$  和  $V_j$  边界上的场:

$$\hat{n} \times E^* = \frac{\hat{n} \times [(YE - \hat{n} \times H)^i + (YE + \hat{n} \times H)^j]}{Y^i + Y^j} \quad (1(a))$$

$$\hat{n} \times H^* = \frac{\hat{n} \times [(ZH + \hat{n} \times E)^i + (ZH - \hat{n} \times E)^j]}{Z^i + Z^j} \quad (1(b))$$

其中,  $\hat{n}$  为  $S_{ik}$  的单位外法向矢量,  $Z = Y^{-1} = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ , 上标  $i, j$  表示媒质参数和电磁场取子域  $V_i$  或子域  $V_j$  中的值。用检验函数  $p_{lmn}(\xi)$  对曲线坐标系  $\xi$  下的 Maxwell 方程组的旋度方程做内积, 将  $I$  上的电磁场  $q(\xi, t)$  用 Gauss-Lobatto-Legendre (GLL) 多项式展开, 得到  $q$  在各网格点上的半离散形式<sup>[2]</sup>:

$$\begin{aligned} \frac{\partial q(\xi_{lmn})}{\partial t} + \frac{1}{|J_{lmn}|} \left[ \sum_{i=0}^I D_{li}^{(I)} (AJq)_{imn} + \sum_{j=0}^J D_{mj}^{(J)} (BJq)_{lmn} + \sum_{k=0}^K D_{nk}^{(K)} (CJq)_{lmn} \right] + \left( \frac{\delta_{l,I} - \delta_{l,0}}{w_l^{(I)}} \right) \\ * \begin{pmatrix} \xi_1 \times (E^* - E)/\mu \\ -\xi_1 \times (H^* - H)/\varepsilon \end{pmatrix}_{lmn} + \left( \frac{\delta_{m,J} - \delta_{m,0}}{w_j^{(J)}} \right) * \begin{pmatrix} \xi_2 \times (E^* - E)/\mu \\ -\xi_2 \times (H^* - H)/\varepsilon \end{pmatrix}_{lmn} \\ + \left( \frac{\delta_{n,K} - \delta_{n,0}}{w_k^{(K)}} \right) * \begin{pmatrix} \xi_3 \times (E^* - E)/\mu \\ -\xi_3 \times (H^* - H)/\varepsilon \end{pmatrix}_{lmn} + (mq)_{lmn} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

限于篇幅,有关 DG-PSTD 的详细论述可参见文献[2]。文中 DG-PSTD 金属边界的设置采用文献[8]中的方法,时间积分采用 2 步 2 阶 Runge-Kutta 方法,截断边界采用 Well-Posed PML<sup>[16]</sup>。

### 1.2 FVTD 方法

同 DG-PSTD 不同的是, FVTD 要求对计算区域  $D$  用多面体剖分。记体积元  $V_i$  的体积为  $|V_i|$ , 其  $n_i$  个面记为  $S_{ik} (k = 1, 2, \dots, n_i)$ , Maxwell 方程组的旋度方程在  $V_i$  内积分, 得到  $q$  在  $V_i$  内的体平均值  $\langle q \rangle_i$  的半离散形式:

$$\frac{\partial \langle q \rangle_i}{\partial t} = \alpha_i^{-1} \left[ \frac{-1}{|V_i|} \sum_{k=1}^{m_i} A_k \langle q^* \rangle_{ik} \right] - \varepsilon_i m_i \langle q \rangle_i \quad (3)$$

这里的  $q = q(x, t)$ ,  $\langle q^* \rangle_{ik}$  代表  $q$  在  $S_{ik}$  上的面平均值。  $|S_k|$  是  $S_{ik}$  的面积。同样采用式(1)来计算  $V_i$  和  $V_j$  边界上的场, 则

$$A_k \langle q^* \rangle_{ik} = \alpha_i T^i A(a_{ik})^i \langle q^* \rangle_{ik} + \alpha_j T^j A(a_{jk})^j \langle q^* \rangle_{ik} \quad (4)$$

其中  $\langle q^* \rangle_{ik}$  表示  $q$  在  $S_{ik}$  临  $V_i$  或  $V_j$  一侧的面平均值,  $T^i$  为同  $V_i$  内媒质参数相关的矩阵。有关 FVTD 的详细论述可参见文献[8, 10, 13]。通常对面平均值  $\langle q^* \rangle_{ik}$  的估计采用线性函数重构方法<sup>[8,13]</sup>, 即假设  $q$  在  $V_i$  及其附近成线性分布, 此时  $\langle q^* \rangle_{ik}$  等同于  $S_{ik}$  质心处的值,  $\langle q \rangle_i$  等同于  $V_i$  质心处的值, 因此可用式(5)来计算面平均值  $\langle q^* \rangle_{ik}$ :

$$\langle q^* \rangle_{ik} = \langle q \rangle_i + \dots q_i \cdot (r_{ik} - r_i) \quad (5)$$

式中  $r_{ik}$  和  $r_i$  分别是  $S_{ik}$  面心和  $V_i$  质心的位置矢量,  $\nabla \cdot q_i$  是  $q$  在  $r_i$  处的梯度。这里 FVTD 使用非结构化的四面体剖分网格, 金属边界的设置及时间积分策略同上一小节。

## 2 PSTD/FVTD 混合算法

两种算法分别用 Rankine-Hugoniot 跳跃条件来连接子域之间和体积元之间的场, 因此可以直接在两种算法计算区域的交界面上应用式(1)交互信息。研究表明, 用式(5)的线性重构函数计算面积分均值时两种算法交界面处会有较大的反射, 主要是式(5)使得 FVTD 表现出较强的数值耗散性, 而交界面另一侧的 DG-PSTD 并没有这种特性。这里用基于二次函数重构的面均值计算, 这种方法可以改善算法的耗散性, 从而大大减小算法交界面处的反射。

### 2.1 基于二次函数重构的面均值计算

$\exists V_i \in D$ , 选择满足以下两个条件的四面体  $V_k \in D (k \neq i)$  作为插值模板来构造二次重构函数  $q_{V_i}(x, y, z) \in \text{span}\{x^l y^m z^n; l, m, n \geq 0; l+m+n \leq 2\}$ : (1)  $V_k$  同  $V_i$  至少有一个公共顶点。(2)  $V_k$  同  $V_i$  有相同的媒质参数且它们质心之间的连线不穿越具有不同种类媒质的网格。记满足条件的单元为  $V_k (k = n_{i1}, n_{i2}, \dots, n_{iN_i})$ , 根据具体的计算模型以及网格剖分质量的不同, 三维情况  $N_i$  通常在 10~150, 在它们构成的联通区域内用多项式  $q_{V_i}$  逼近  $q$ 。将  $q_{V_i}$  在体积元  $V_k (k = n_{i1}, n_{i2}, \dots, n_{iN_i})$  和  $V_i$  内积分后相减, 可以得到方程:

$$\begin{aligned} & b_1(\langle x \rangle_k - \langle x \rangle_i) + b_2(\langle y \rangle_k - \langle y \rangle_i) + b_3(\langle z \rangle_k - \langle z \rangle_i) + b_4(\langle xy \rangle_k - \langle xy \rangle_i) + b_5(\langle xz \rangle_k - \langle xz \rangle_i) \\ & + b_6(\langle yz \rangle_k - \langle yz \rangle_i) + b_7(\langle x^2 \rangle_k - \langle x^2 \rangle_i) + b_8(\langle y^2 \rangle_k - \langle y^2 \rangle_i) + b_9(\langle z^2 \rangle_k - \langle z^2 \rangle_i) \\ & = (\langle q \rangle_k - \langle q \rangle_i), (k = n_{i1}, n_{i2}, \dots, n_{iN_i}) \end{aligned} \quad (6)$$

用最小平方方法解出式(6)中的待定系数  $b_1 \sim b_9$ , 即得到  $V_i$  上的二次重构函数  $q_{V_i}$ 。为了保证算法的稳定性, 设定限制条件:  $N_i \geq N_0$ , 其中, 整数  $N_0$  可取 18~25。对每个满足  $N_i \geq N_0$  的体积元  $V_i$  可以构造一个重构二次多项式  $q_{V_i}$ , 对不符合限制条件的那些体积元仍然采用式(5)的方法计算面积分均值。事实上, 在大多数情况下, 整个计算区域中 99% 以上的体积元都满足该限制条件。为了减小计算量, 设  $d_{ik} = |r_i - r_k| (k = n_{i1}, n_{i2}, \dots, n_{iN_i})$ , 将这  $N_i$  个单元按照  $d_{ik} (k = n_{i1}, n_{i2}, \dots, n_{iN_i})$  升序排列, 可仅取其中前  $\min(N_i, N_s)$  作为插值模板,  $N_s$  可取 30~60。这样, 式(4)中的面积分均值可用式(7)的三角形上的高斯数值积分<sup>[29]</sup> 求出, 其中  $p$  为积分点数,  $G_q$  为  $S_{ik}$  上的高斯点,  $\omega_q$  为加权系数。

$$\langle q^* \rangle_i = \sum_{q=1}^p \omega_q q_{V_i}(G_q) \quad (7)$$

### 2.2 非交叠网格混合算法和交叠网格混合算法

FVTD 采用四面体网格剖分, 而 PSTD 用六面体网格剖分, 一种方案是在四、六面体之间增加了一层五面体过渡网格实现 FDTD/FVTD 混合算法, 但是这样网格剖分过程将变得复杂。这里直接使用 Rankine-Hugoniot 跳跃条件来连接两种算法之间的电磁场, 避免生成过渡网格。图 1 示出了非交叠网格的混合算法, 图中实心圆点代表 FVTD 算法中的各面的高斯积分点, 空心圆点代表 PSTD 算法中电磁场的采样点。假设已知  $n$  时刻 PSTD 各子域内采样点上的电磁场  $q$  以及 FVTD 各体积元内的电磁场体平均值  $\langle q \rangle_i$ , 两种算法各自计算区域电磁场的更新按照以下步骤进行(为了表达简洁, 以下步骤未考虑本文中数值结果部分实际采用的 2 步 2 阶 Runge-Kutta 积分策略): (1) 确定并记录算法交界面上所有的 PSTD 节点所对应的四面体编号(如果某节点属于两个或以上的四面体, 这里认为其对应于质心同其距离最近的四面体); (2) 以算法交界面上 PSTD 节点的电磁场为插值模板, 通过二维拉格朗日插值确定算法交界面下侧各高斯积分点所对应位置的  $n$  时刻的电磁场; (3) 对算法交界面上的 PSTD 节点, 假设其对应于体积元  $V_i$ , 利用二次重构函数  $q_{V_i}$  (如果无法求得  $q_{V_i}$  则按照式(5)) 计算出算法交界面上侧该

PSTD 节点所对应位置的  $n$  时刻的电磁场; (4) 按照式 (5), FVTD 计算  $n+1$  时刻其计算区域内的电磁场; (5) 按照式 (4), PSTD 计算  $n+1$  时刻其计算区域内的电磁场; 回到步骤 (2) 循环。

事实上, 在非交叠网格的混合算法中, 步骤 (3) 是通过外插得到 PSTD 需要的场值。为了提高计算精度, 可以采用交叠网格的混合算法, 即两种算法的计算区域有一段交叠, 如图 2 所示, 交叠深度要保证用 FVTD 的重构函数计算 PSTD 边界电磁场时能够用到该边界两侧的 FVTD 体积元作为插值模板, 以防损失精度。为了避免耗时的三维插值计算, FVTD 计算区域的边界需要对齐到 PSTD 子域的某一层节点上。实现步骤类似上一小节, 其中步骤 (2) 中的插值模板应换成位于 FVTD 计算区域边界面上的那些 PSTD 节点。插值需要在两个不同的边界面上进行。

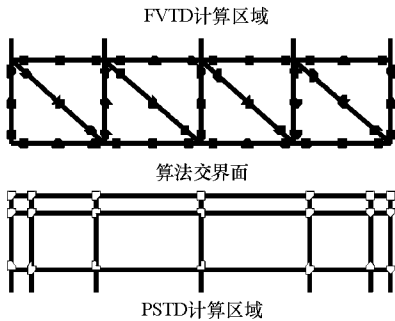


图 1 非交叠网格的混合算法示意

Fig. 1 Hybrid algorithm without overlapped grids

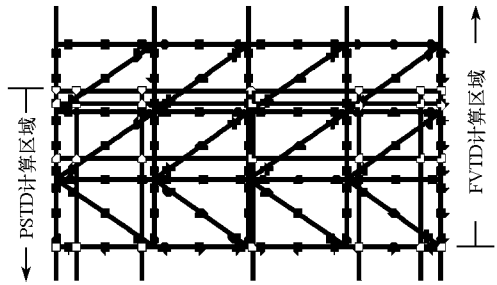


图 2 交叠网格的混合算法示意

Fig. 2 Hybrid algorithm with overlapped grids

### 3 数值结果

本节针对若干算例来验证混合方法的有效性、计算精度和计算能力, 所有计算结果都是在一台 CPU 为 Penryn T9400(主频 2.53GHz), 内存为 2GB 的笔记本电脑上求得的,  $N_s$  取为 50,  $N_0$  取 22。

算例 1 计算一空气填充的矩形金属谐振腔的前 5 个(不同的)谐振频点, 谐振腔  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三个方向上尺寸为  $6\text{m} \times 3\text{m} \times 4\text{m}$ 。FVTD 剖分四面体平均棱边尺寸为  $0.38\text{m}$ 。沿  $x$  方向划分两算法的计算区域, 对非交叠网格的混合算法, PSTD 仅用一个子域, 计算区域为  $[-3, 0]$ , FVTD 计算区域为  $[0, 3]$ , 体积元总数为 6115; 对交叠网格的混合算法, FVTD 计算区域扩展为  $[-0.48, 3]$ , 体积元总数为 7121。PSTD 单独计算时用两个相同的子域, FVTD 单独计算时体积元总数为 12 230。表 1 列出了算例 1 中各算法的性能比较, 可见对于单独的算法, FVTD 需要的存储空间和计算时间远多于 PSTD 算法, 因此混合算法需要的存储空间和计算时间主要取决于 FVTD 算法, 当然, 算法交界面处的插值过程也占用了较多的计算时间。交叠网格算法较之非交叠网格情况计算精度有一定提高, 但交叠的计算区域降低了计算效率, 也使建模过程变得复杂, 因此以下几个算例仅考虑了非交叠网格的混合算法。

算例 2 计算金属球的双站 RCS, 金属球直径为  $0.4\text{m}$ , 激励源为微分高斯脉冲函数:

$$f(t) = E_0(t - t_0) \exp(-4\pi(t - t_0)^2 / \tau^2) \quad (8)$$

其中  $t_0 = 6 \times 10^{-9}\text{s}$ ,  $\tau = 2.5 \times 10^{-9}\text{s}$ 。时间步长取为  $2.67 \times 10^{-12}\text{s}$ 。设球心为坐标原点, FVTD 单独计算时计算区域为  $[-0.3\text{m}, 0.3\text{m}]^3$ , 四面体平均棱边为  $0.036\text{m}$ , 体积元总数为 38 338, 采用 Silver-Miller 截断边界<sup>[15,21]</sup>。混合计算时, PSTD 计算区域为  $[-1.5\text{m}, 1.5\text{m}]^3 \setminus [-0.3\text{m}, 0.3\text{m}]^3$ , 共分为  $5^3 - 1$  个子域。图 3 给出了 300MHz 时计算值与 Mie 解的比较, 由图可见, FVTD 单独计算时误差很大, 主要是由于截断边界精度较差且距散射体过近产生的反射造成的。混合计算时, 在 FVTD 原有网格上加上了两层 PSTD 子域, 即相当于 PSTD 为 FVTD 提供截断边界, 一方面由算法交界面带来的反射较小, 另一方面 Well-Posed PML 自身的截断效果较好, 这使计算精度大为提高。表 2 给出了 FVTD 单独及混合计算的一些性能参数。

算例 3 计算金属双球的双站 RCS, 两金属球直径均为  $0.9\text{m}$ , 球心坐标分别为  $(\pm 4.5\text{m}, 0, 0)$ , 入射波矢量为  $(0, 0, 1)$ , 电场极化矢量为  $(1, 0, 0)$ , 时域形式同上一算例, 时间步长取  $6.33 \times 10^{-12}\text{s}$ 。混合算法

总计算区域为 $[-7\text{m}, 7\text{m}] \times [-2.5\text{m}, 2.5\text{m}]^2$ , 其中 FVTD 计算区域为 $[4\text{m}, 5\text{m}] \times [-0.5\text{m}, 0.5\text{m}]^2 \cup [-5\text{m}, -4\text{m}] \times [-0.5\text{m}, 0.5\text{m}]^2$ , 四面体平均棱边为  $0.048\text{m}$ , 体积元总数为  $110\ 396$ 。PSTD 计算区域划分为  $14 \times 5 \times 5 - 2$  个子域。图 4 给出了  $300\text{MHz}$  时计算值与 MOM 结果的比较, 可见两者吻合得非常好。在该算例中, 混合计算所占用存储空间为  $558.18\text{MB}$ , 单步迭代耗时为  $1970\text{ms}$ 。

表 1 算例 1 中各算法的性能比较

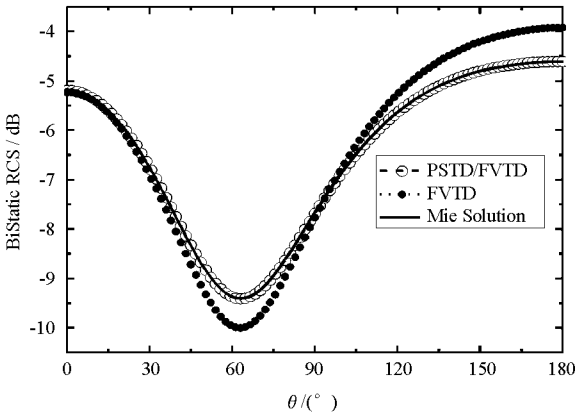
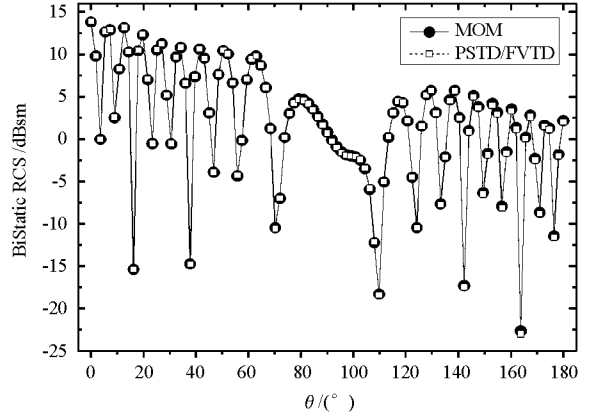
Tab. 1 Performance of the algorithms in test 1

算法	存储空间 (MB)	单步迭代 时间(ms)	平均百分 误差(%)
PSTD	2.38	0.79	0.068
FVTD	31.06	80.4	0.083
交叠网格 混合算法	19.23	63.2	0.083
非交叠网格 混合算法	16.94	55.2	0.096

表 2 算例 2 中算法的性能参数

Tab. 2 Performance of the algorithms in test 2

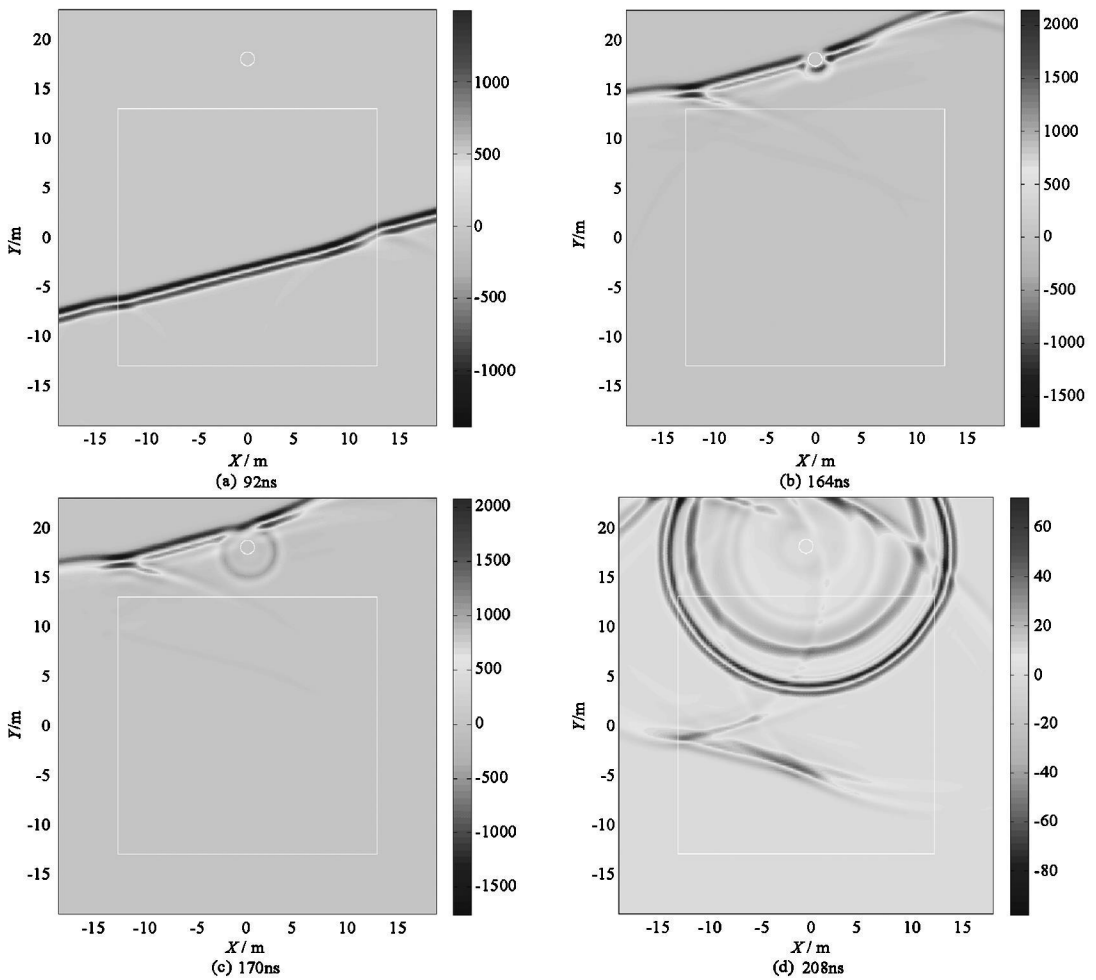
算法	存储空间 (MB)	单步迭代 时间(ms)	最大百分 误差(%)
FVTD	93.53	308	17.3
非交叠网格 混合算法	204.84	605	0.62

图 3 金属球双站 RCS,  $\theta$  极化Fig. 3 The bistatic RCS of a PEC sphere,  $\theta$  polarized图 4 金属双球双站 RCS,  $\theta$  极化Fig. 4 The bistatic RCS of double PEC spheres,  $\theta$  polarized

**算例 4** 计算一个电大尺寸的介质方块附近存在一个电小尺寸的金属圆柱, 在平面波照射下的电磁场分布。介质方块置于 $[-13\text{m}, 13\text{m}]^3$ ,  $\epsilon_r = 1.10$ 。金属圆柱轴向沿  $z$  方向, 半径为  $0.7\text{m}$ , 高度  $1.4\text{m}$ , 中心坐标为  $(0\text{m}, 18\text{m}, 4\text{m})$ 。入射波矢量为  $(-1, 3.732, 0)$ , 电场极化矢量为  $(0, 0, 1)$ , 时域形式为式 (8), 其中  $t_0 = 6.75 \times 10^{-9}\text{s}$ ,  $\tau = 1.55 \times 10^{-8}\text{s}$ ,  $E_0 = 1.48 \times 10^{12}\text{V/m}$ , 对应的最小真空中波长  $\lambda$  为  $0.92\text{m}$  (按频谱幅度降到最大值的 10% 计算)。总计算区域为 $[-21\text{m}, 21\text{m}] \times [-21\text{m}, 25\text{m}] \times [-21\text{m}, 21\text{m}]$  (包括一个子域厚度的 PML 区域), 即约为  $45\lambda \times 50\lambda \times 45\lambda$ , 其中 FVTD 计算区域为 $[-1\text{m}, 1\text{m}] \times [17\text{m}, 19\text{m}] \times [3\text{m}, 5\text{m}]$ , 四面体平均棱边尺寸为  $0.09\text{m}$ , 体积元总数为  $76\ 164$ 。PSTD 计算区域划分为  $21 \times 23 \times 21 - 1$  个子域。时间步长取为  $2.0 \times 10^{-11}\text{s}$ 。图 5 示出了  $z = 4$  平面上若干时刻电场  $E_z$  的分布, 由图中可以明显地看出, 电波在介质块内传播速度减慢, 从而造成了波前的折线, 由金属圆柱产生的反射波在考察的截面中近似为圆形, 图 5(d) 再次反映出介质块对该反射波的影响, 表明了计算结果的有效性。该算例计算所占用存储空间为  $1764.81\text{MB}$ , 单步迭代耗时为  $6080\text{ms}$ 。若用单一的低频算法分析这样电大、电小混合尺寸的问题, 在单机下完成将有一定困难。

## 4 结论

混合方法能够克服单独算法的缺点, 大大提高了算法的求解能力和应用范围。文中提出的交叠网格和非交叠网格两种混合方案, 前者精度较高, 而后者实现方便。数值结果验证了混合算法的有效性和计算精度, 展示了混合算法的计算能力。下一步将发展 PSTD/DGM/FVTD 混合算法及其并行算法, 以进一步提高算法应用的灵活性。

图5 电场  $E_z$  随时间的分布Fig.5  $E_z$  component distributing with time marching

## 参考文献:

- [1] Liu Q H. The PSTD Algorithm: A Time-domain Method Requiring Only Two Cells Per Wavelength[J]. Microwave Opt. Technol. Lett., 1997, 15(3): 158-165.
- [2] Taflov A, Hagness S C. Computational Electrodynamics the Finite-difference Time Domain Method[M]. 3<sup>rd</sup> edition. Norwood: Artech House Incorporated, 2005.
- [3] 姜永金, 田立松, 杨虎, 等. MPSTD 算法在波导分析中的应用[J]. 国防科技大学学报, 2006, 28(2): 48-53.
- [4] Fan Y J, Ooi B L, Leong M S. A Novel Hybrid TDFEM-PSTD Method with Stability Consideration[J]. Microwave Opt. Technol. Lett., 2005, 47(2): 195-197.
- [5] Chai M, Xiao T, Zhao G, et al. A Hybrid PSTD/ADI-CFDTD Method for Mixed-scale Electromagnetic Problems[J]. IEEE Trans. Antennas Propag., 2007, 55(5): 1398-1406.
- [6] Chai M, Liu Q H. A Hybrid PSTD-FDTD Method for Indoor Wireless Communication Systems[C]//2007 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, Honolulu, HI, June 10-15, 2007: 5371-5374.
- [7] Kantantzis N V, Tsihoukis T D. A Hybrid Lattice-adaptable FDTD/PSTD Method for the Design of Composite Bi-isotropic Absorbers in EMC Anechoic Chambers[J]. IEEE Trans. Mag., 2009, 45(3): 1642-1645.
- [8] Bonnet P, Perrieres X, Issac F, et al. Time Domain Electromagnetics[M]. San Diego: Academic Press, 1999.
- [9] 路占波, 侯新宇, 等. 采用 FDTD/FVTD 混合算法分析蝶形微带天线[J]. 电波科学学报, 2007, 22(3): 527-532.
- [10] Fumeaux C, Sankaran K, Vahldiek R. Spherical Perfectly Matched Absorber for Finite-volume 3-D Domain Truncation[J]. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 2007, 55(12): 2773-2781.
- [11] Firsov D K, Lovetri J. FVTD-integral Equation Hybrid for Maxwell's Equations[J]. Int. J. Numer. Model., 2007, 21(1): 29-42.
- [12] 张兆, 沈孟育, 张涵信. 基于非结构网格 Cartesian 网格的电磁散射场计算[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2007, 47(11): 2065-2068.
- [13] Shi Y, Liang C H. The Finite-volume Time-domain Algorithm Using Least Square Method in Solving Maxwell's Equations[J]. J. Computat. Phys., 2007, 226(2): 1444-1457.
- [14] 张兆. 基于雷达散射截面约束的气动优化设计[J]. 空气动力学学报, 2008, 26(1): 8-13.
- [15] Hemeline F, Layouni S, Omnes P. A Finite Volume Method for the Approximation of Maxwell's Equations in Two Space Dimensions on Arbitrary Meshes[J]. J. Computat. Phys., 2008, 227(22): 9365-9388.
- [16] 邓聪, 尹文禄, 柴舜连, 等. 两种适用于时域有限体积方法的截断边界[J]. 电波科学学报, 2009, 24(3): 537-540.
- [17] Volakis J L. Quadrature Rules for Numerical Integration over Triangles and Tetrahedra[J]. IEEE Antennas Propag. Mag., 1996, 38(3): 100-102.