

# 基于时频单源点检测和聚类验证技术的欠定混合盲辨识算法\*

王翔, 黄知涛, 任啸天, 周一宇

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:**针对欠定混合盲辨识问题,提出了一种基于时频单源点检测及聚类验证的盲辨识算法。检测各个源信号的时频单源点,利用奇异值分解的方法求解不同单源点集合对应的混合矢量,利用基于 $k$ 均值的聚类验证技术完成源信号数目和混合矩阵的联合估计。算法放宽了已有方法对时频单源区域的假设,不需要假设信号存在时频单源区域,可以完成仅存在离散的时频单源点条件下的欠定混合盲辨识;同时克服了传统算法需要假设源信号个数已知的不足,可以有效地估计源信号数目。仿真结果验证了算法的有效性。

**关键词:**欠定混合;盲辨识;时频变换;单源点;源个数估计;聚类验证

**中图分类号:**TN911 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2013)02-0069-06

## Blind identification of underdetermined mixtures based on detection of time frequency single source point and cluster validation technique

WANG Xiang, HUANG Zhitao, REN Xiaotian, ZHOU Yiyu

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of blind identification of underdetermined mixtures, an underdetermined blind identification algorithm is proposed, based on the detection of time-frequency single source point and cluster validation technique. Firstly, single source point of each source signal was detected. Then the mixing vector in the corresponding single source point set was estimated by Singular Value Decomposition (SVD). Finally the number of the source signals and the mixing matrix simultaneously were estimated by the cluster validation technique based on  $k$ -means clustering algorithm. Compared with the conventional algorithms with single source hypothesis, the proposed algorithm relaxes the sparsity requirement of the source signals and can estimate the mixing matrix under the assumption that there exist disjointed single source points for each source signal. Meanwhile, the proposed algorithm can estimate the number of the source signals while the conventional algorithms require it to be known as a priori. Simulation results display the efficiency of the proposed algorithm.

**Key words:** underdetermined mixing; blind identification; time-frequency transformation; single source point; estimation of the source number; cluster validation

盲源分离(Blind Source Separation, BSS)是信号处理的热点问题,广泛应用于语音识别,生物医学信号处理,通信信号处理等领域。所谓“盲”是指源信号和混合过程事先是未知的。在实际中,由于潜在的源信号个数未知而阵元数目有限,混合信号中源信号的数目往往大于阵元数目,此时盲分离被称为欠定盲分离(Underdetermined BSS, UBSS)。目前,稀疏分量分析(Sparse Component Analysis, SCA)是解决欠定盲分离的主要方法。SCA一般将盲分离分为两个步骤,首先完成混合矩阵的估计,再利用估计得到的混合矩阵完成源信号的估计,本文主要解决第一步,即欠定混合盲辨识问题。

针对欠定混合盲辨识问题,文献[1]提出了

基于 $k$ 均值聚类的盲辨识算法,对归一化后的观测数据进行聚类,聚类结果就是混合矩阵的估计。文献[2]提出的DUET算法以及文献[3]提出的改进DUET算法,首先计算混合信号的时频比获得幅度和相位的联合二维直方图,然后检测峰值数目和位置完成源个数和混合矩阵的估计,但是上述方法都要求源信号在时域或时频域是充分稀疏的。文献[4]和[5]提出了TIFROM算法,放宽了对源信号稀疏性的假设,要求每个源信号至少存在一个时频单源邻域,通过计算时频比方差来确定单源邻域,该方法受信噪比影响大,此后也出现了许多类似的算法<sup>[6]</sup>。文献[7]进一步放宽了稀疏性假设,对于任意源信号只需要存在一些离散时频单源点,就可以完成混合矩阵的估计。文

\* 收稿日期:2012-06-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61072120);教育部新世纪人才支持计划项目

作者简介:王翔(1985—),男,福建福州人,博士研究生,E-mail:christopherwx@163.com;

黄知涛(通信作者),男,教授,博士生导师,E-mail:taldcn@yahoo.com.cn

献[8]的算法则只需要假设每个源信号至少存在一个时频单源点,通过判断混合信号的时频比是否是实数来检测单源点,但上述两种方法都只适用于混合矩阵是实数的情况,然而在实际应用中,由于不同源信号到达不同阵元的时间和幅度衰减不同,延迟衰减混合模型更符合实际<sup>[3,5]</sup>,此时的混合矩阵是复矩阵。

针对上述方法的不足,本文假设不同源信号存在若干离散的时频单源点,通过直方图统计的方法检测出同一源信号的时频单源点并估计对应的混合矢量;然后利用基于 $k$ 均值的聚类验证算法对混合矢量集合进行聚类分析,实现源个数和混合矩阵的联合估计。

## 1 问题描述

设 $N$ 个窄带信号远场通信信号 $s(t) = [s_1(t), \dots, s_N(t)]^T$ 入射到 $M$ 个阵元组成的天线阵上,信号混合的一般模型可以写为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}s(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_M(t)]^T$ 表示 $M$ 个阵元的输出即观测信号,混合矩阵 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_N]$ ,其第 $(i, k)$ 个元素 $a_{ik} = b_{ik}e^{-j2\pi f_k \tau_{ik}}$ 。 $b_{ik}, \tau_{ik}$ 分别为信号 $s_k(t)$ 到达第 $i$ 个阵元的幅度衰减和时间延迟, $f_k$ 为信号 $s_k(t)$ 的频率。 $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), \dots, n_M(t)]^T$ 为阵元的输出噪声。由于大多数通信信号的幅度服从亚高斯分布,在时域并不满足可分的稀疏性条件。为了使源信号尽可能地稀疏化,可以找出一个合适的线性变换使混合信号在变换域中是稀疏的,然后在变换域中完成混合矩阵的估计<sup>[1]</sup>。本文采用短时傅立叶变换(STFT)对信号进行稀疏表示。式(1)的STFT为

$$\mathbf{X}(t, f) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t, f) + \mathbf{N}(t, f), (t, f) \in \Omega \quad (2)$$

其中, $\mathbf{X}(t, f) = [X_1(t, f), \dots, X_M(t, f)]^T$ 、 $\mathbf{S}(t, f) = [S_1(t, f), \dots, S_N(t, f)]^T$ 和 $\mathbf{N}(t, f) = [N_1(t, f), \dots, N_M(t, f)]^T$ 分别为观测信号、源信号和噪声的STFT变换结果。 $\Omega$ 表示整个时频平面。本文首先给出如下定义:

定义1(时频支撑点): $\forall (t, f) \in \Omega$ ,如果满足 $\|\mathbf{X}(t, f)\|_2^2 > 0$ ,则 $(t, f)$ 是 $\mathbf{X}(t, f)$ 的时频支撑点;反之,如果 $(t, f)$ 不是 $\mathbf{X}(t, f)$ 的时频支撑点,则满足 $\|\mathbf{X}(t, f)\|_2^2 = 0$ 。 $\|\cdot\|_2$ 表示2范数。

定义2(时频单源点)<sup>[5]</sup>:对于时频域混合信号 $\mathbf{X}(t, f)$ , $\forall (t, f) \in \Omega$ ,如果满足 $S_k(t, f) \gg S_i(t, f)$ , $\forall k \neq i$ ,则认为在时频点 $(t, f)$ 上只存在

源信号 $S_k(t, f)$ , $(t, f)$ 是 $S_k(t, f)$ 的时频单源点。

定义3(时频单源邻域)<sup>[5]</sup>:设 $\Delta\Omega$ 是以时频点 $(t_0, f_0)$ 为中心的时频邻域,即 $\Delta\Omega = \{(t, f) \mid |t - t_0| < \Delta t, |f - f_0| < \Delta f\}$ 。如果 $\forall (t, f) \in \Delta\Omega$ ,都是 $X(t, f)$ 的时频单源点,则 $\Delta\Omega$ 为 $X(t, f)$ 的时频单源邻域;反之,如果 $\Delta\Omega$ 不是 $X(t, f)$ 的时频单源邻域,则一定存在 $(t, f) \in \Delta\Omega$ ,不是 $X(t, f)$ 的时频单源点。

为了完成欠定混合盲辨识,本文作出如下假设:

假设1:任意源信号都存在多个离散的时频单源点。

## 2 基于单源点检测的混合矩阵估计算法

### 2.1 传统的时频单源邻域检测算法的不足

传统的时频单源邻域检测算法一般先把观测信号 $\mathbf{X}(t, f)$ 的时频平面 $\Omega$ 划分为时频宽度分别为 $K_1$ 和 $K_2$ 的 $H(H \gg N)$ 个相邻的时频区域,即 $\Omega = \Delta\Omega_1 \cup \dots \cup \Delta\Omega_H$ ,其中 $\Delta\Omega_i = \{(t_i + k_1 T, f_i + k_2/T) \mid |k_1| \leq K_1, |k_2| \leq K_2\}$ , $T$ 为STFT窗长。划分结果如图1所示。其中,矩形区域表示被划分成的不同时频邻域,不同颜色分别表示混合信号的单源邻域,多源邻域以及没有信号的邻域。传统的方法就是检测出所有的时频单源邻域,并求解对应的混合矢量,通过对混合矢量集合进行聚类分析完成混合矩阵的估计。这类方法对时频邻域的划分提出了严格的要求,即划分结果要能满足源信号在时频域上存在单源邻域的假设条件。因此,不是任意划分都能满足这个假设。而在实际中,源信号在时频域上的混叠程度是不同的,不一定存在如图1所示的理想划分结果。因此,为了提高欠定混合盲辨识算法的适应能力,必须研究能适应离散时频单源点的盲辨识算法。

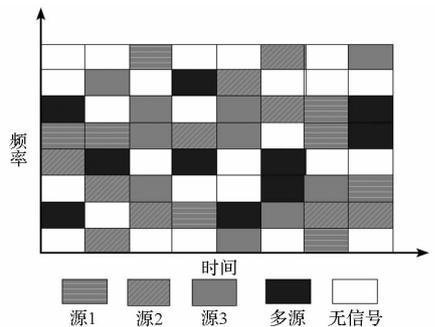


图1 混合信号的时频划分示意图  
Fig. 1 Partition of the time-frequency domain of the observed signals

## 2.2 时频支撑点选取

为了减少估计过程的计算量,首先从所有时频点中确定混合信号的时频支撑点。根据定义1,如果时频点 $(t, f)$ 是 $\mathbf{X}(t, f)$ 的时频支撑点,则满足 $\|\mathbf{X}(t, f)\|_2^2 > 0$ ,考虑到噪声的影响,可以通过下式来判定时频支撑点

$$\|\mathbf{X}(t, f)\|_2^2 > \xi \quad (3)$$

其中, $\xi$ 是与噪声相关的门限值。不妨设满足式(3)的时频点数目为 $L$ ,记混合信号的时频支撑点集合为 $\Theta = \cup_{i=1}^L (t_i, f_i)$ 。由假设1可知,所有源信号都存在多个时频单源点。因此,如果能分别检测出不同源信号的时频单源点就可以完成对应的混合矢量的估计。

## 2.3 时频单源点检测和混合矢量估计

假设源信号 $S_k(t, f)$ 的时频单源点集合为 $\Lambda_k = \cup_{i=1}^{L_k} (t_{k_i}, f_{k_i}) \subset \Theta$ , $L_k$ 表示对应的时频单源点数目。则 $\forall (t_{k_i}, f_{k_i}) \in \Lambda_k, \mathbf{X}(t, f)$ 可以表示为

$$\mathbf{X}(t, f) = \mathbf{a}_k S_k(t, f) + \mathbf{N}(t, f) \quad (4)$$

暂时忽略噪声的影响, $\forall m \in \{1, \dots, M\}$ ,计算各通道观测信号与第 $m$ 个通道观测信号的时频比,可以得到

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= \left[ \frac{X_1(t, f)}{X_m(t, f)}, \dots, \frac{X_{m-1}(t, f)}{X_m(t, f)}, 1, \frac{X_{m+1}(t, f)}{X_m(t, f)}, \dots, \frac{X_M(t, f)}{X_m(t, f)} \right]^T \\ &= \left[ \frac{a_{k1}}{a_{km}}, \dots, \frac{a_{k(m-1)}}{a_{km}}, 1, \frac{a_{k(m+1)}}{a_{km}}, \dots, \frac{a_{kM}}{a_{km}} \right]^T = \frac{1}{a_{km}} \mathbf{a}_k \quad (5) \end{aligned}$$

式(5)表明,混合信号 $\mathbf{X}(t, f)$ 在单源点处的时频比是一个常数。因此,只要找到所有时频点 $(t, f) \in \Lambda_k$ ,就可以利用下式完成源信号 $S_k(t, f)$ 对应的混合矢量的估计

$$\hat{\mathbf{a}}_k = \left[ \frac{1}{L_k} \sum_{i=1}^{L_k} \frac{X_1(t_{k_i}, f_{k_i})}{X_m(t_{k_i}, f_{k_i})}, \dots, \frac{1}{L_k} \sum_{i=1}^{L_k} \frac{X_M(t_{k_i}, f_{k_i})}{X_m(t_{k_i}, f_{k_i})} \right]^T \quad (6)$$

$\hat{\mathbf{a}}_k$ 和 $\mathbf{a}_k$ 仅相差一个复系数,由于盲分离存在固有的幅度模糊,这并不影响混合矩阵的估计结果。考虑噪声的影响,混合信号在时频单源点处的时频比不会是一个常数,但具有明显的聚类特性,本文采用直方图统计的方法检测时频单源点。算法具体描述如下。

Step1:令 $m = 1$ ,计算 $\Theta$ 的时频比矩阵

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \frac{X_2(t_1, f_1)}{X_1(t_1, f_1)} & \frac{X_2(t_2, f_2)}{X_1(t_2, f_2)} & \dots & \frac{X_2(t_L, f_L)}{X_1(t_L, f_L)} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{X_M(t_1, f_1)}{X_1(t_1, f_1)} & \frac{X_M(t_2, f_2)}{X_1(t_2, f_2)} & \dots & \frac{X_M(t_L, f_L)}{X_1(t_L, f_L)} \end{bmatrix} \quad (7)$$

由于 $\mathbf{W}$ 是 $M \times L$ 的复矩阵,需要分别对 $\mathbf{W}$ 的实部 $\mathbf{R}$ 和虚部 $\mathbf{I}$ 进行直方图统计。

Step2(实部统计):假设 $\mathbf{R}$ 的第 $n$ 行( $n \neq 1$ )的元素取值范围为 $\text{Re} \left[ \frac{X_n(t_i, f_i)}{X_1(t_i, f_i)} \right] \in [r_n, R_n]$ 。将

$[r_n, R_n]$ 划分为 $M_1$ 段,把 $\text{Re} \left[ \frac{X_n(t_i, f_i)}{X_1(t_i, f_i)} \right]$ 划分成 $M_1$ 组,各组对应的列矢量构成 $M_1$ 个子矩阵 $\mathbf{R}_j$ ( $j = 1, \dots, M_1$ ),剔除其中列数目少于 $K_1$ 的矩阵,则剩余 $N_1$ 个矩阵 $\mathbf{R}_{j_k}$ ( $k = 1, \dots, N_1$ )。其对应的时频点集合分别为 $\Lambda_{j_1}, \dots, \Lambda_{j_{N_1}}$ 。

Step3(虚部统计):对Step2得到的不同时频点集合对应的虚部矩阵 $\mathbf{I}(\Lambda_{j_k})$ ( $k = 1, \dots, N_1$ )分别进行直方图统计。假设 $\mathbf{I}(\Lambda_{j_k})$ 第 $n$ 行的元素取值范围为 $\text{Im} \left[ \frac{X_n(t_i, f_i)}{X_1(t_i, f_i)} \right] \in [i_n, I_n]$ 。将 $[i_n, I_n]$ 划分为

$M_2$ 段,把 $\text{Im} \left[ \frac{X_n(t_i, f_i)}{X_1(t_i, f_i)} \right]$ 划分成 $M_2$ 组,各组对应的列矢量构成 $M_2$ 个子矩阵 $\tilde{\mathbf{I}}_j$ ( $k = 1, \dots, M_2$ ),剔除其中列数目小于 $K_2$ 的矩阵,则剩余的 $\tilde{N}_{j_k}$ 个矩阵可表示为 $\tilde{\mathbf{I}}_{j_k}$ ( $k = 1, \dots, \tilde{N}_{j_k}$ )。其对应的时频点集合分别为 $\tilde{\Lambda}_{j_k}^{(1)}, \dots, \tilde{\Lambda}_{j_k}^{(\tilde{N}_{j_k})}$ 。

Step4(混合矢量估计):对所有的 $\mathbf{I}(\Lambda_{j_k})$ ( $k = 1, \dots, N_1$ )完成Step3的直方图统计后,共得到 $\sum_{k=1}^{N_1} \tilde{N}_{j_k}$

个时频点集 $\{\tilde{\Lambda}_i\}$ ( $i = 1, \dots, \sum_{k=1}^{N_1} \tilde{N}_{j_k}$ ) =  $\{\tilde{\Lambda}_{j_1}^{(1)}, \dots, \tilde{\Lambda}_{j_1}^{(\tilde{N}_{j_1})}, \tilde{\Lambda}_{j_2}^{(1)}, \dots, \tilde{\Lambda}_{j_{N_1}}^{(1)}, \dots, \tilde{\Lambda}_{j_{N_1}}^{(\tilde{N}_{j_{N_1}})}\}$ ,每个时频点集就对应某一个源信号的时频单源点集合,对应的时频比矩阵可以表示为

$$\tilde{\mathbf{W}}_i = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \frac{X_2(\tilde{t}_1, \tilde{f}_1)}{X_1(\tilde{t}_1, \tilde{f}_1)} & \frac{X_2(\tilde{t}_2, \tilde{f}_2)}{X_1(\tilde{t}_2, \tilde{f}_2)} & \dots & \frac{X_2(\tilde{t}_{\hat{N}_i}, \tilde{f}_{\hat{N}_i})}{X_1(\tilde{t}_{\hat{N}_i}, \tilde{f}_{\hat{N}_i})} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{X_M(\tilde{t}_1, \tilde{f}_1)}{X_1(\tilde{t}_1, \tilde{f}_1)} & \frac{X_M(\tilde{t}_2, \tilde{f}_2)}{X_1(\tilde{t}_2, \tilde{f}_2)} & \dots & \frac{X_M(\tilde{t}_{\hat{N}_i}, \tilde{f}_{\hat{N}_i})}{X_1(\tilde{t}_{\hat{N}_i}, \tilde{f}_{\hat{N}_i})} \end{bmatrix} \quad (\tilde{t}_j, \tilde{f}_j) \in \tilde{\Lambda}_i, j = 1, \dots, \hat{N}_i \quad (8)$$

其中, $\hat{N}_i$ 表示时频单源点集 $\tilde{\Lambda}_i$ 中的时频点数目。利用式(6)就可以得到对应的混合矢量的估计,即

$$\hat{\mathbf{e}}_i = \left[ \frac{1}{\hat{N}_i} \sum_{t=1}^{\hat{N}_i} \tilde{\mathbf{W}}_i(1, t), \dots, \frac{1}{\hat{N}_i} \sum_{t=1}^{\hat{N}_i} \tilde{\mathbf{W}}_i(M, t) \right]^T \quad (9)$$

可以利用奇异值分解的方法进一步提高混合矩阵的估计精度。在时频点集 $\tilde{\Lambda}_i$ 上的混合信号可

以表示为

$$\tilde{X}_i = \begin{bmatrix} X_1(\tilde{t}_1, \tilde{f}_1) & X_1(\tilde{t}_2, \tilde{f}_2) & \cdots & X_1(\tilde{t}_{\hat{N}_i}, \tilde{f}_{\hat{N}_i}) \\ X_2(\tilde{t}_1, \tilde{f}_1) & X_2(\tilde{t}_2, \tilde{f}_2) & \cdots & X_2(\tilde{t}_{\hat{N}_i}, \tilde{f}_{\hat{N}_i}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_M(\tilde{t}_1, \tilde{f}_1) & X_M(\tilde{t}_2, \tilde{f}_2) & \cdots & X_M(\tilde{t}_{\hat{N}_i}, \tilde{f}_{\hat{N}_i}) \end{bmatrix}$$

$$(\tilde{t}_j, \tilde{f}_j) \in \tilde{\Lambda}_i, j = 1, \dots, \hat{N}_i \quad (10)$$

计算  $\tilde{X}_i$  的自相关阵  $\tilde{\mathbf{R}}_i = E\{\tilde{X}_i \tilde{X}_i^H\}$ , 对  $\tilde{\mathbf{R}}_i$  进行特征值分解, 得  $\tilde{\mathbf{R}}_i = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{U}^H$ ,  $\mathbf{S}$  表示奇异值矩阵,  $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_M]$  是酉矩阵, 文献[9]证明了在只存在一个源信号的情况下,  $\tilde{\mathbf{R}}_i$  最大奇异值对应的奇异向量是混合矢量的估计, 即

$$\hat{e}_i = \mathbf{u}_1 \quad (11)$$

Step5: 改变  $m$  的取值, 重复 Step1 ~ Step4 的过程 (其中  $n \neq m$ ), 可以得到一组新的混合矢量估计。

### 3 源信号个数和混合矩阵联合估计

假设 2.3 节估计得到的混合矢量集合为  $\tilde{e} = \{\tilde{e}_i\} (i = 1, \dots, N_0)$ , 每个列矢量  $\tilde{e}_i$  都是混合矩阵  $\mathbf{A}$  的某一列的估计。同时, 由于对不同的  $m$  进行多次估计,  $\mathbf{A}$  的各个列矢量均被估计多次。因此, 只要对  $\tilde{e}$  进行聚类分析, 就可以完成混合矩阵的估计。传统的聚类算法, 如 k 均值, 模糊 C 等, 需要假设源信号个数已知并作为算法的输入参数, 然而在实际中, 源信号个数往往无法事先获取。针对这一不足, 本文提出了基于 k 均值的聚类验证算法, 可以完成源信号个数和混合矩阵的联合估计。

首先假设最大可能的类数目为  $c_{\max}$ , 分别利用 k 均值聚类算法 (或其他聚类算法) 将混合矢量集合  $\tilde{e}$  聚成  $c (c = 1, \dots, c_{\max})$  类  $\Psi = \{\Psi_1, \dots, \Psi_c\}$ , 假设每个类中的元素数目为  $H_i (i = 1, \dots, c)$ , 类心为  $\hat{\mathbf{A}}_c = \{\hat{\mathbf{a}}_1, \dots, \hat{\mathbf{a}}_c\}$ 。借鉴文献[10]提出的聚类验证技术, 定义同一类类间的紧密程度为

$$\text{scat}(c) = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^c \sigma_{\Psi_i} / \sigma_e \quad (12)$$

其中,

$$\sigma_e = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} (\tilde{e}_i - \bar{e})^2 \quad (13)$$

$$\bar{e} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} \tilde{e}_i \quad (14)$$

$$\sigma_{\Psi_i} = \frac{1}{H_i} \sum_{i=1}^{H_i} (\tilde{e}_{i_i} - \hat{\mathbf{a}}_i)^2, \tilde{e}_{i_i} \in \Psi_i \quad (15)$$

同一类间的元素越接近,  $\text{scat}(c)$  的取值越小。定义不同类之间的可分离程度为

$$\text{sep}(c) = \frac{d_{\max}^2}{d_{\min}^2} \sum_{i=1}^c \left( \sum_{j=1}^c (\hat{\mathbf{a}}_i - \hat{\mathbf{a}}_j)^2 \right)^{-1} \quad (16)$$

其中,

$$d_{\max} = \max_{i \neq j} |\hat{\mathbf{a}}_i - \hat{\mathbf{a}}_j| \quad (17)$$

$$d_{\min} = \min_{i \neq j} |\hat{\mathbf{a}}_i - \hat{\mathbf{a}}_j| \quad (18)$$

聚类结果可分离性越好,  $\text{sep}(c)$  的取值越小。定义类验证函数为

$$V(\tilde{e}, \Psi, c) = \text{scat}(c) + \frac{\text{sep}(c)}{\text{sep}(c_{\max})} \quad (19)$$

使得  $V(\tilde{e}, \Psi, c)$  取得最小的  $c$  就是源个数的估计结果, 即

$$\hat{N} = \arg \min_c V(\tilde{e}, \Psi, c) \quad (20)$$

类数目取  $\hat{N}$  时的聚类结果的类心就是混合矩阵的估计  $\hat{\mathbf{A}} = \{\hat{\mathbf{a}}_1, \dots, \hat{\mathbf{a}}_{\hat{N}}\}$ 。

## 4 仿真分析

### 4.1 评价准则

为了对盲辨识的效果进行评估, 采用混合矩阵估计误差  $E_A$  作为估计出的混合矩阵与真实混合矩阵之间的差异性的评价。 $E_A$  定义如下:

$$E_A = 10 \lg \left( \frac{1}{N} \|\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}}\|_F \right) \quad (21)$$

其中,  $\hat{\mathbf{A}}$  为混合矩阵  $\mathbf{A}$  的估计,  $\|\cdot\|_F$  表示 Frobenius 范数。 $E_A$  越小说明混合矩阵的估计精度越高。

### 4.2 仿真实验

设源信号为 4 个 QPSK 信号, 信息速率均为 200kbps, 其他参数见表 1。接收天线为 3 阵元的均匀线阵, 相邻阵元之间距离为半个波长, 采样率为 2MHz。时频支撑点检测门限  $\xi$ , 直方图分段统计参数  $M_1, M_2$  以及剔除子矩阵的列数目下限  $J_1, J_2$  与噪声水平相关, 不同的信噪比条件下可以通过多次试验确定, 以保证时频单源点检测后的混合信号时频比矩阵具有明显的聚类特性。

表 1 源信号参数

Tab. 1 Parameters of the source signals

源信号	频率 (kHz)	持续时间 (ms)	入射角 ( $^\circ$ )
1	400	0-5.3; 8.6-12.4; 15.6-17.2	20.5
2	405	4.1-7.8; 9.1-16.4 2.6-5.7; 6.5-8.7;	60
3	410	13.5-15.5; 17.8-18.9	-18
4	400	0-1.9; 6.7-7.8; 15.2-16.3; 18.7-20	-65

图 2(a)(b)分别为单源检测前混合信号实部和虚部的散布图,从图中可以看出,在源信号时频混叠的情况下,其实部和虚部没有聚类特性。图 3 给出了信噪比为 20dB 时,时频单源点检测过程中时频比矩阵实部和虚部的散布结果。其中,图 3(a)给出了时频比矩阵  $W$  实部的第二行元素的取值,在未进行时频单源点检测之前,未表现出聚类特性;图 3(b)给出了完成时频单源点检测算法 Step2 后的时频比矩阵  $W$  实部的第二行剩余元素的分布,从图中可以看出,剩余的元素呈现了明显的“直线”聚类特性,每条“直线”的纵坐标就是源信号对应的混合矢量第二个元素实部的估计。图 3(c)~(i)分别是图 3(b)不同“直线”对应的时频点集合处的虚部矩阵  $I(\Lambda_{jk})$  的第二行元素的取值,图 3(d)~(j)分别给出了单源点检测算法 Step3 的输出,从图中可以看出, $I(\Lambda_{jk})$  第二行剩余的元素也呈现了明显的直线聚类特性,每条“直线”的纵坐标就是源信号对应的混合矢量第二个元素虚部的估计。从图 3 可以看出,本文算法可有效检测出不同源信号对应的离散的时频单源点。对不同源信号集合对应的混合矢量估计结果应用第 3 节提出的基于 k 均值的聚类验证算法就可以得到源信号个数和混合矩阵的估计。

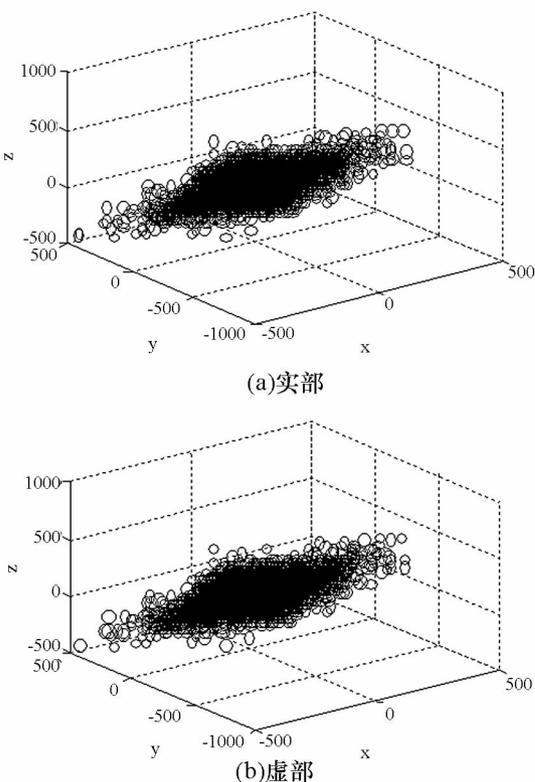


图 2 时频域混合信号实部和虚部散布图

Fig. 2 The scatter plot of the real/imag part of the observed signals in time-frequency domain

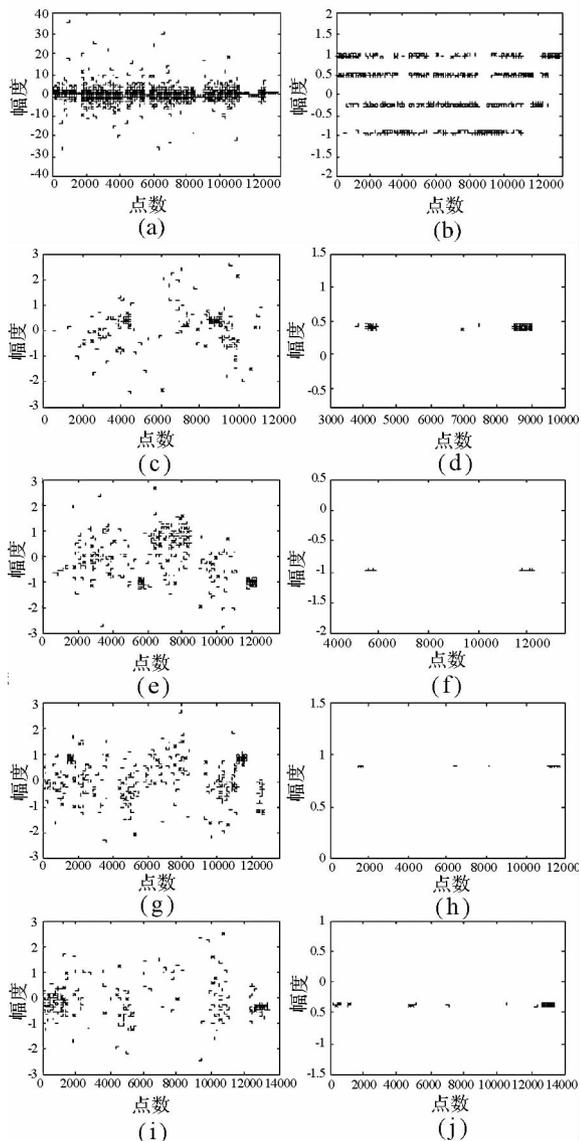


图 3 单源检测过程中时频比矩阵实部和虚部散布图  
Fig. 3 The scatter plot of the time-frequency ratio matrix during the single source detection process

图 4 给出了不同信噪比条件下,本文算法源个数估计结果的成功率,可以看出,本文算法对源个数估计准确率高且信噪比适应能力较强。

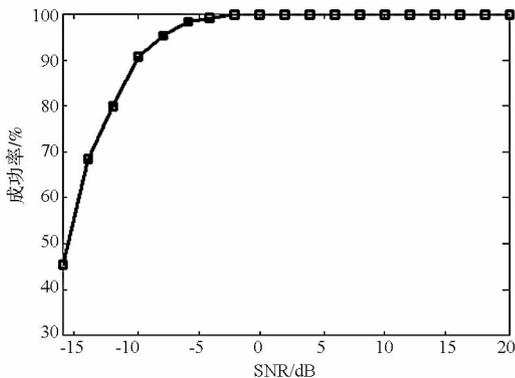


图 4 源个数估计结果随信噪比变化曲线  
Fig. 4 Estimation performance of number of sources versus varying SNRs

## 5 结论

针对欠定混合盲辨识问题,提出了一种时频单源点检测算法,利用基于  $k$  均值的聚类验证算法对不同单源点集对应的混合矢量估计结果进行聚类分析,实现了源信号个数和混合矩阵的联合估计。本文算法扩展了基于时频单源假设的盲辨识算法的适应范围,只需要假设存在若干离散的时频单源点就能完成混合矩阵估计。此外,本文算法克服了传统算法要求已知源信号数目的不足。仿真表明,本文算法可有效估计源信号个数且具有很好的混合矩阵估计性能。

## 参考文献 (References)

- [1] Li Y Q, Cichocki A, Amari S-I. Analysis of sparse representation and blind source separation [J]. *Neural Computation*, 2004, 16: 1193 - 1234.
- [2] Jourjine A, Rickard S, et al. Blind separation of disjoint orthogonal signals: Demixing N sources from 2 mixtures[C]. ICASSP, Istanbul, Turkey, June 5 - 9, 2000: 2985 - 2988.
- [3] Yilmaz Ö, Richard S. Blind separation of speech mixtures via time-frequency masking [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2004, 52(7): 1830 - 1847.
- [4] Abrard F, Deville Y. A time-frequency blind signal separation method applicable to underdetermined mixtures of dependent sources[J]. *Signal Processing*, 2005, 85: 1389 - 1403.
- [5] Puigt M, Deville Y. Time-frequency ratio-based blind separation methods for attenuated and time-delayed sources[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2005, 19(6): 1348 - 1379.
- [6] 肖明,谢胜利,傅予力,等. 基于频域单源区间的具有延迟的欠定盲分离[J]. *电子学报*, 2007, 35(12): 2279 - 2283.  
XIAO Ming, XIE Shengli, FU Yuli. Underdetermined blind delayed source separation based on single source intervals in frequency domain [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(12): 2279 - 2283. (in Chinese)
- [7] Li Y Q, Amari S-I, Cichocki A, et al. Underdetermined blind source separation based on sparse representation [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2006, 54(2): 423 - 437.
- [8] Kim S G, Yoo C D. Underdetermined blind source separation based on subspace representation [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2009, 57(7): 2604 - 2614.
- [9] 陆风波,黄知涛,姜文利. 基于时频域单源区域的延迟欠定混合非平稳信号盲分离[J]. *电子学报*, 2011, 39(4): 854 - 858.  
LU Fengbo, HUANG Zhitao, JIANG Wenli. Underdetermined blind separation of time-delayed non-stationary signal based on single source region in the time-frequency domain [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(4): 854 - 858. (in Chinese)
- [10] Pakhira M K, Bandyopadhyay S, Maulik U. Validity index for crisp and fuzzy clusters [J]. *Pattern Recognition*, 2004, 37: 487 - 501.