doi:10.11887/j.cn.201503024

http://journal. nudt. edu. cn

浮球式惯性平台连续翻滚自标定自对准方法*

丁智坚1,蔡 洪1,杨华波1,连丁磊2

(1. 国防科技大学 航天科学与工程学院、湖南 长沙 410073; 2. 北京航天控制仪器研究所,北京 1000

摘 要:针对浮球式惯性平台系统的标定与初始对准问题,提出了一种基于姿态角的连续翻滚自标定自对准方法。根据浮球平台工作原理,建立了惯性器件误差模型,推导了浮球平台的姿态动力学方程;设计了平台在重力场连续翻滚的施矩方案;利用分段线性定常系统和输出灵敏度理论分析了系统的可观性。仿真结果表明,该方法可以同时实现平台系统 42 项误差系数的高精度标定与初始对准,有效地提高了系统的测量精度。

关键词:浮球式惯性平台;自标定;自对准;扩展卡尔曼滤波

中图分类号: V448. 12 文献标志码: A 文章编号: 1001 - 2486(2015)03 - 148 - 07

Continuous self-calibration and self-alignment method for floated inertial platform

 $\textit{DING Zhijian}^1 \text{ , } \textit{CAI Hong}^1 \text{ , } \textit{YANG Huabo}^1 \text{ , } \textit{LIAN Dinglei}^2$

(1. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Beijing Institute of Aerospace Control Devices, Beijing 100039, China)

Abstract: A continuous self-calibration and self-alignment method based on attitude angle was proposed for the calibration and initial alignment of floated inertial platform (FLIP) system. According to the working principles of floated platform, the inertial sensor error models were built and the attitude dynamic model for the FLIP was established; in order to make the platform to be rotated in the gravity plane, the torquing policy was designed; using the theory of piece wise constant system (PWCS) and output sensitivity, the observability of system was analyzed. Finally, the proposed method was verified by simulations. The simulation results show that the proposed method can synchronously calibrate and align 42 error coefficients of the FLIP with high accuracy and significantly improve the measurement precision of the system.

Key words: floated inertial platform; self-calibration; self-alignment; extended Kalman filter

浮球式惯性导航平台系统(简称浮球平台)相对于传统框架式惯性平台具有精度高、可靠性强、稳定性好和抗干扰能力突出等优势,常被装备于战略武器型号(如"民兵Ⅲ"和"侏儒"等战略导弹)^[1-2]。不同于传统框架式惯性平台,浮球平台是一种无框架支撑的静压液浮稳定平台,惯性测量单元(Inertial Measurement Unit, IMU)安装在一个球形稳定部件(内球)上,采用静压液浮支撑技术将内球稳定在一个大球(外球)壳内,以此隔离外界运动对内球的干扰,消除了动态条件下轴承之间的摩擦,改善了 IMU 的工作环境,提高了系统的测量精度^[3]。作为制导、导航与控制(Guidance, Navigation and Control, GNC)系统的核心器件,浮球平台的初始对准精度与测量水平关系到整个导弹的打击精度。因此在导弹发射

前,必须对浮球平台进行标定与对准。

目前,惯性平台的标定常采用多位置标定方法^[4-5]。这种方法不需要外界其他设备提供基准信息,运算量小,但易引入器件的安装误差以及对准误差等误差因素,且该方法能够标定的误差系数的个数有限。关于静基座下平台惯导系统初始对准方法主要有基于经典控制理论的频域法和基于现代控制理论的状态空间法两大类^[6-7]。无论采用哪类方法,其初始对准的精度均受制于惯性器件的测量水平。由于这些方法将惯性平台的标定与对准分开进行,使得二者之间相互影响,相互制约,因而无法满足战略武器的高精度要求^[8]。

连续翻滚自标定自对准技术^[9-16]是一种适用于惯性平台系统的自标定自对准方法。该方法以当地重力矢量和地球自转角速度信息为基准,

^{*} 收稿日期:2014-09-14

通过框架系统控制台体在1g 重力场内连续翻滚,同时完成对平台的标定与对准。文献[9-16]针对惯性平台连续翻滚自标定技术展开了深入的研究。但是这些研究都是针对框架式平台系统,关于浮球平台的研究较少。除此以外,大多数文献以平台失准角作为状态量,建立失准角滤波方案。这种方法没有考虑到大失准角的情况,且小角度的假设条件较为苛刻,当模型不准确或标定时间较长时容易导致滤波器发散。文献[16]表明当失准角误差超过0.05°时,失准角滤波方案将无法对平台各项误差系数进行有效的估计。

针对上述问题,以浮球平台为研究对象,开展了浮球平台连续翻滚自标定自对准的研究。仿真结果表明,利用本文所提的方法,陀螺误差系数的标定精度可优于(1E-3)(°)/h,加速度计误差系数的标定精度小于(1E-6)g,对准精度优于1″,满足高精度战略武器的精度要求。

1 浮球平台姿态动力学模型

1.1 相应坐标系及相互关系

假设浮球平台由三个三浮陀螺仪和三个石英 加速度计组成,各仪表的安装取向如图1所示。

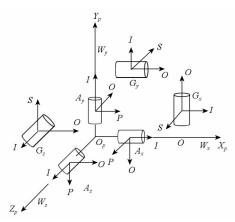


图 1 平台几何结构 Fig. 1 Platform geometry

与框架式平台系统不同,浮球平台的内球内 并没有六面体基准,本文以 X 石英加速度计的敏 感轴为基准,建立内球坐标系,描述 IMU 与内球 之间的安装关系。

- 1)导航系(n 系):以当地地理系作为导航坐标系,即"北-天-东"坐标系。
- 2)内球坐标系(p 系):取内球几何中心 O 为原点; OX_p 轴与 X 石英加速度计的敏感轴平行; OY_p 轴平行于 X 和 Y 石英加速度计的敏感轴所确定的平面,并与 OX_p 轴垂直; OZ_p 轴与 OX_p 轴

和 OY_P 轴构成右手坐标系。

3) i(i = X, Y, Z) 加速度计坐标系(a_i 系),坐标轴分别与 i 石英加速度计的 I 轴、P 轴和 O 轴平行。根据定义可以看出 X 加速度计不存在安装误差,Y 加速度计存在 1 个安装误差角,Z 加速度计存在 2 个安装误差角。假设安装误差角均为小量,根据小角度假设理论,有

$$C_{p}^{a_{x}} = I_{3}$$
 (1)
$$C_{p}^{a_{y}} = M_{2}(\pi)M_{3}(\pi/2)M_{3}(\theta_{yz}) \approx \begin{bmatrix} -\theta_{oy} & 1 & 0\\ 1 & \theta_{oy} & 0\\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$
 (2)

$$\mathbf{C}_{p}^{a_{z}} = \mathbf{M}_{1}(-\pi/2)\mathbf{M}_{2}(\pi/2)\mathbf{M}_{2}(\theta_{pz})\mathbf{M}_{1}(\theta_{oz})$$

$$\approx \begin{bmatrix} \theta_{pz} & -\theta_{oz} & 1\\ 1 & 0 & -\theta_{pz}\\ 0 & 1 & \theta \end{bmatrix} \tag{3}$$

其中: I_3 为 3 阶单位矩阵; M_1 , M_2 , M_3 分别为 3 个方向的姿态转移矩阵。

4)加速度计敏感轴坐标系(as 系),是非正交坐标系,其坐标轴与三个石英加速度计的敏感轴平行,与p 系的关系如图 2 所示。根据小角度假设理论,从p 系到 as 系的转换矩阵可写为

$$\boldsymbol{T}_{p}^{as} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\theta_{oy} & 1 & 0 \\ \theta_{pz} & -\theta_{oz} & 1 \end{bmatrix}$$

$$(4)$$

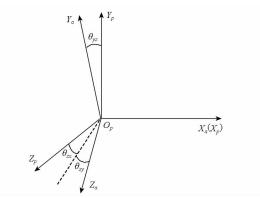


图 2 加速度计敏感轴坐标系

Fig. 2 Accelerometer sensitivity axis axes frame

5) i 陀螺仪坐标系(g_i 系),坐标轴分别与 i 陀螺仪的 I 轴、O 轴和 S 轴平行。由定义易知,每个陀螺仪存在两个安装误差角(如图 3 所示)。假设安装误差角为小量,根据小角度假设理论,有

$$\boldsymbol{C}_{p}^{g_{x}} = \boldsymbol{M}_{3} (\Delta_{xz}) \boldsymbol{M}_{2} (\Delta_{xy}) \simeq \begin{bmatrix} 1 & \Delta_{xy} & -\Delta_{xz} \\ -\Delta_{xy} & 1 & 0 \\ \Delta_{xz} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(7)

$$\mathbf{C}_{p}^{gy} = \mathbf{M}_{1}(\boldsymbol{\pi})\mathbf{M}_{3}(\boldsymbol{\pi}/2)\mathbf{M}_{1}(\boldsymbol{\Delta}_{yx})\mathbf{M}_{3}(\boldsymbol{\Delta}_{yz}) \\
\approx \begin{bmatrix} -\boldsymbol{\Delta}_{yx} & 1 & \boldsymbol{\Delta}_{yz} \\ 1 & \boldsymbol{\Delta}_{yx} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\Delta}_{yz} & -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{p}^{gz} = \mathbf{M}_{1}(-\boldsymbol{\pi}/2)\mathbf{M}_{2}(-\boldsymbol{\pi}/2)\mathbf{M}_{2}(\boldsymbol{\Delta}_{zx})\mathbf{M}_{1}(\boldsymbol{\Delta}_{zx}) \\
 \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Delta}_{zy} & -\boldsymbol{\Delta}_{zx} & 1 \end{bmatrix}$$

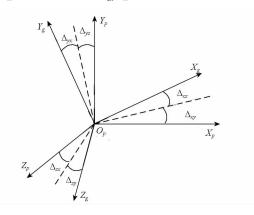


图 3 陀螺仪坐标系

Fig. 3 Gyroscope axes frame

6) 陀螺仪敏感轴坐标系(gs 系),是非正交坐标系,坐标轴与三个陀螺仪的敏感轴平行。根据小角度假设,从 p 系到 gs 系的转换矩阵可写为

$$\boldsymbol{T}_{p}^{gs} \approx \begin{bmatrix} 1 & \Delta_{xy} & -\Delta_{xz} \\ -\Delta_{yx} & 1 & \Delta_{yz} \\ \Delta_{zy} & -\Delta_{zx} & 1 \end{bmatrix}$$
(8)

此外,本文以常见的"321"转序定义从p系到n系的欧拉角转序,对应的欧拉角分别为 γ , β , α ,即:

$$C_p^n = M_1(\alpha)M_2(\beta)M_3(\gamma)$$
 (9)

1.2 惯性器件误差模型

1) 陀螺仪误差模型。以 X 陀螺仪为例,目前 最常用的陀螺仪静态误差模型为^[17]

$$\begin{split} \varepsilon_{x} &= k_{g0x} + (k_{g11x} \dot{W}_{Xgx} + k_{g12x} \dot{W}_{Xgy} + k_{g13x} \dot{W}_{Xgz}) + \\ k_{g31x} \dot{W}_{Xgx} \dot{W}_{Xgy} + k_{g32x} \dot{W}_{Xgx} \dot{W}_{Xgz} + k_{g33x} \dot{W}_{Xgy} \dot{W}_{Xgz} + n_{x} \end{split}$$

$$(10)$$

式中: ε_x 表示 X 陀螺仪的静态漂移; k_{g0x} 为陀螺仪零偏; k_{g11x} , k_{g12x} , k_{g13x} 为陀螺仪一次项; k_{g32x} , k_{g32x} 和 k_{g33x} 为交叉项; n_x 表示零均值高斯白噪声; \dot{W}_{Xgx} , \dot{W}_{Xgy} 和 \dot{W}_{Xgz} 表示比力在 X 陀螺仪坐标系中的投影,即:

$$\begin{bmatrix} \dot{W}_{igx} & \dot{W}_{igy} & \dot{W}_{igz} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{C}_{p}^{g_{i}} \boldsymbol{C}_{n}^{p} (-\boldsymbol{g}^{n}) \quad i = x, y, z$$
(11)

2)加速度计误差模型。以 X 加速度计为例, 其测量模型为 $^{[17]}$

 $A_x = k_{a0x} + (1 + k_{a1x})\dot{W}_{Xax} + k_{a2x}\dot{W}_{Xax}^2 + \nu_x$ (12) 式中: A_x 为加速度计的输出; k_{a0x} 为加速度计零偏; k_{a1x} 为加速度计刻度因子误差; k_{a2x} 为加速度计二次项; ν_x 为观测噪声; \dot{W}_{Xax} 表示比力在 X 加速度计输入轴的分量。

1.3 内球姿态动力学方程

根据欧拉动力学方程,有

$$\boldsymbol{\omega}_{np}^{p} = \boldsymbol{M}_{1}(\alpha) \boldsymbol{M}_{2}(\beta) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} + \boldsymbol{M}_{1}(\alpha) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\beta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\beta \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha\cos\beta \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha\cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix}$$
(13)

式中, $\boldsymbol{\omega}_{np}^{r}$ 表示内球相对导航系的角速度在内球坐标系的投影。

将式(13)改写为

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-\cos\gamma}{\cos\beta} & \frac{-\sin\gamma}{\cos\beta} & 0 \\ \sin\gamma & -\cos\gamma & 0 \\ \frac{-\cos\gamma}{\cos\beta}\sin\beta & \frac{-\sin\gamma}{\cos\beta}\sin\beta & -1 \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{np}^{p}$$

$$\triangleq \boldsymbol{T}\boldsymbol{\omega}_{np}^{p} = \boldsymbol{T}(\boldsymbol{\omega}_{ip}^{p} - \boldsymbol{\omega}_{in}^{p}) = \boldsymbol{T}(\boldsymbol{\omega}_{ip}^{p} - \boldsymbol{C}_{n}^{p}\boldsymbol{\omega}_{in}^{n})$$
(14)

其中: ω_{ip}^n 表示内球的绝对角速度; ω_{in}^n 为地球自转角速度。

根据惯性平台的工作原理^[8],内球的绝对角运动主要由陀螺仪输出信号和相应的稳定回路决定^[3],主要包括指令角速度信息、陀螺仪漂移、稳定回路误差等,即:

$$\boldsymbol{\omega}_{ip}^{p} = \boldsymbol{\omega}_{\text{emd}}^{p} + \boldsymbol{\varepsilon}^{p} + \delta \boldsymbol{\omega}_{\text{servo}}$$
 (15)

式中: ε^p 表示陀螺仪的静态漂移在 p 系下的投影; $\delta\omega_{\text{servo}}$ 为由平台稳定回路造成的不确定偏差; ω^p_{end} 为指令角速度在 p 系下的投影。

考虑到平台工作原理和陀螺仪的安装误差以 及陀螺仪力矩器线性偏差,式(15)可写为

$$\boldsymbol{\omega}_{ip}^{p} = \boldsymbol{T}_{sg}^{p} (\boldsymbol{K}_{G} \boldsymbol{\omega}_{\text{cmd}} + \boldsymbol{\varepsilon}) + \delta \boldsymbol{\omega}_{\text{servo}}$$
 (16)

式中: $\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_x & \boldsymbol{\varepsilon}_y & \boldsymbol{\varepsilon}_z \end{bmatrix}^T$, $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ 由式(10)决定; \boldsymbol{K}_c 为 陀螺仪力矩器刻度因子。假设陀螺仪刻度因子只有线性偏差,即 $\boldsymbol{K}_c = \boldsymbol{I}_3 + \Delta \boldsymbol{K}_c$, 为陀螺仪刻度因子误差。

将式(16)代入式(14),有

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = T \left[T_{sg}^{p} \left(\boldsymbol{\omega}_{cmd} + \Delta K_{G} \boldsymbol{\omega}_{cmd} + \boldsymbol{\varepsilon} \right) + \delta \boldsymbol{\omega}_{servo} - C_{n}^{p} \boldsymbol{\omega}_{in}^{n} \right]$$

(17)

式(17)描述了内球相对于导航系的姿态角变化过程,其中陀螺仪漂移和指令角速度是引起内球绝对角运动的主要因素。

2 浮球平台自标定自对准方案

从上一节姿态动力学的推导过程中可以看出,加速度计输出中包含内球的姿态信息,而内球的姿态又与陀螺仪漂移相关。因此,可以将加速度计的输出作为观测量,通过 Kalman 滤波器估计出加速度计和陀螺仪的各项误差系数及内球的姿态角信息。

2.1 滤波模型

选取陀螺仪各项误差系数(包括陀螺仪零偏、一次项、交叉项和安装误差)、加速度计各项误差系数(包含加速度计零次项、刻度因子偏差、二次项和安装误差)、陀螺仪力矩系数偏差以及浮球平台姿态角作为系统状态变量,即:

$$X \triangleq [\alpha \quad \beta \quad \gamma \quad \mathbf{k}_{g0} \quad \mathbf{k}_{g1} \quad \mathbf{k}_{a0} \quad \mathbf{k}_{a1} \quad \mathbf{\Delta}_{g} \quad \mathbf{\theta}_{a} \quad \Delta \mathbf{K}_{G} \quad \mathbf{k}_{a2} \quad \mathbf{k}_{gjc}]^{\mathrm{T}}$$

$$(18)$$

为了简化滤波方程,忽略部分高阶小量乘积, 将式(17)改写为

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \approx T \left[\boldsymbol{\omega}_{\text{emd}} + \left(\Delta T_{sg}^p + \Delta K_G \right) \boldsymbol{\omega}_{\text{emd}} + \boldsymbol{\varepsilon} - C_n^p \boldsymbol{\omega}_{in}^n \right]$$

(19)

式中, $\Delta T_{sg}^p = T_{sg}^p - I_{3\circ}$

根据简化后的浮球平台姿态动力学方程式 (19)和加速度计的输出方程式(12),建立系统方 程和观测方程

$$\dot{X} \triangle f(X) = \begin{bmatrix} T[\boldsymbol{\omega}_{\text{end}} + (\Delta T_{sg}^{r} + \Delta K_{G})\boldsymbol{\omega}_{\text{end}} + \boldsymbol{\varepsilon} - C_{n}^{r}\boldsymbol{\omega}_{in}^{n}] \\ \boldsymbol{\varrho}_{42 \times 1} \end{bmatrix}$$
(20)

$$\mathbf{Z} \underline{\triangle} \boldsymbol{h} (\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} k_{a0x} + (1 + k_{a1x}) \dot{W}_{Xax} + k_{a2x} \dot{W}_{Xax}^2 + \nu_x \\ k_{a0y} + (1 + k_{a1y}) \dot{W}_{Yax} + k_{a2y} \dot{W}_{Yax}^2 + \nu_y \\ k_{a0z} + (1 + k_{a1z}) \dot{W}_{Zax} + k_{a2z} \dot{W}_{Zax}^2 + \nu_z \end{bmatrix}$$

与传统失准角模型不一样,所建的系统模型和观测模型均为时变非线性模型。由于用姿态角代替了失准角,这种模型可以有效地避免由失准角过大导致模型失效的问题,增强了模型的真实

性和鲁棒性,减小了模型的偏差,但同时也增加了运算量。为了计算方便,采用扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)非线性滤波算法辨识误差系数。

2.2 施矩方案

1.2 节中的 IMU 误差模型反映了部分误差系数的激励大小与其所受的比力相关。为了保证所有误差系数都可观,必须设计合理的施矩方案,以确保 p 系的三个轴均有在 1g 重力场内翻滚的时间段,从而确保施矩方案能够激励出所有误差系数。此外,合理的施矩方案不仅可以提高系统的可观测性,而且可以加快误差系数的收敛速度。

为了减小杆臂效应对加速度计输出的影响,要求指令角速度不得太大。但过慢的转速会降低陀螺力矩系数和陀螺仪安装误差角的可观性,且会延长标定所需的时间。与此同时,为了简化对平台的操作,避免因多轴同时旋转带来的平台"飞转",采取单轴依次旋转的旋转方案。此外,文献[10]指出绕垂直于重力矢量方向的旋转能够最大限度地激励惯导平台各项误差系数。考虑了上述的约束条件,本文采用的施矩方案如下:

Step1 平台归零,与导航系统进行粗对准; **Step2** 以 0.1 (°)/s 的 速 率 绕 地 理 南 旋 转 1800s;

Step3 以 0.1 (°)/s 的速率绕地理东旋转900s;

Step4 以 0.1 (°)/s 的速率绕地理南旋转1800s;

Step5 以 0.1 (°)/s 的速率绕地理东旋转900s。

上述施矩方案能够确保内球绕每个轴均转动了 180°左右,且所有的转动均是在重力矢量平面内进行的。根据文献[10]的结论,这种施矩方案具有较好的可观性,且方便实验员对内球的转动直接地进行观察,以便判断内球是否按照设计轨迹旋转。

2.3 系统可观测性分析

对于非线性系统的可观测性分析目前尚无成熟的理论可供参考。文献[16]采用 Lie 导数和奇异值理论分析了系统的可观测性。文献[15-16]采用灵敏度方法分析了状态参数的激励特性。从理论角度来看,参数的激励程度与参数的可观测性不能——对应,但能在一定程度上反应出参数的可观测性。

由于所建立的滤波模型维数较高(45 维),很

难利用 Lie 导数计算系统的信息矩阵 M。考虑到指令角速度较小,采样周期较短(2ms),内球在采样周期内姿态变化不大,故可认为系统在采样周期内为线性定常系统。基于上述假设,利用分段线性定常系统(Piece Wise Constant System,PWCS)理论分析系统的可观测性。结果表明,系统信息矩阵 M 的秩为 45,与系统的维数相同,因此所设计的施矩方案是可观的。

利用输出灵敏度理论对误差系数的激励特性 进行了分析,结果如图 4~7 所示(限于篇幅,这 里给出部分误差系数的输出灵敏度曲线)。

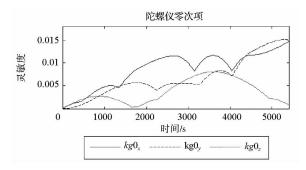


图 4 陀螺仪零偏的灵敏度曲线

Fig. 4 The sensitivity curves of gyroscope biases

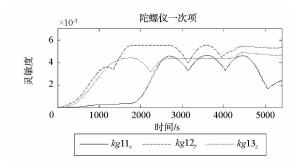


图 5 X 陀螺仪一次项的灵敏度曲线

Fig. 5 The sensitivity curves for first items of X gyroscope

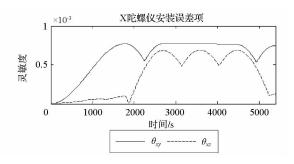


图 6 X 陀螺仪安装误差项的灵敏度曲线

Fig. 6 The sensitivity curves for X gyroscope misalignments

从图 5~7 中可以看出,不同误差系数由于激励大小存在差异,系数的输出灵敏度不同,但是均有相对较高输出灵敏度的时间段。这说明了所设计的施矩方案能够确保所有误差系数得到充分有

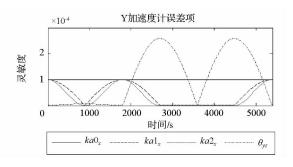


图 7 Y加速度计误差项的灵敏度曲线 Fig. 7 The sensitivity curves for Y accelerometer error coefficients

效的激励。

此外,从式(20)中可以看出,指令角速度是激励陀螺安装误差和陀螺力矩系数的主要因素。由于设计的指令角速度较小,因此,相对于其他参数,陀螺仪安装误差与陀螺力矩系数的可观性较差。

3 仿真分析

3.1 仿真条件

误差系数的仿真真值按照正态分布随机生成,其均值与标准差如表 1 所示。其中姿态角单位为(°)/h,一次项单位为(°)/h,一次项单位为(°)/(h· g^2),所有安装误差单位为角秒,加速度计刻度因子误差和陀螺力矩系数误差单位为 ppm,加速度计零偏单位为 μg ,加速度计二次项单位为 μg^2 。如果不作特殊说明,后文采用相同的单位。

假设陀螺仪随机漂移和加速度计测量噪声均为零均值高斯白噪声,其标准差分别为 0.05(°)/h和 $1\mu g$;系统采样周期 2ms,加矩指令周期 1s,滤波周期 0.2s;滤波变量初值为 0。

加速度计杆臂矢量为

$$\begin{cases}
\mathbf{r}_{x} = \begin{bmatrix} 5 \,\mathrm{cm} & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \\
\mathbf{r}_{y} = \begin{bmatrix} 0 & 5 \,\mathrm{cm} & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \\
\mathbf{r}_{z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 \,\mathrm{cm} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}
\end{cases} (22)$$

加速度计杆臂效应可以描述为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{W}}_{ia} = \boldsymbol{C}_{p}^{a_{i}} \boldsymbol{C}_{n}^{p} (-\boldsymbol{g}^{n}) + \delta \boldsymbol{a}_{i} \\ \delta \boldsymbol{a}_{i} = \boldsymbol{\omega}_{ip}^{p} \times (\boldsymbol{\omega}_{ip}^{p} \times \boldsymbol{r}^{i}) \end{cases}$$
(23)

在仿真中,观测值由式(9)、式(12)、式(17) 与式(23)生成,滤波模型采用式(20)与式(21), 所有积分过程采用4阶龙格库塔积分算法。

3.2 仿真结果与分析

为了验证自标定与自对准方法的鲁棒性,采 用蒙特卡洛仿真。滤波初值均为0,其他参数根 据惯性器件性能相应地设计。滤波结束后,取最后 100s(此时滤波已经稳定)数据的平均值作为当次误差系数标定的结果,对 500 次仿真的标定误差与对准偏差进行统计分析,结果如表 1 所示。其中姿态角的估计偏差的单位为角秒。

从表 1 中可以看出,姿态角的估计偏差小于 1";陀螺仪零偏的估计偏差小于 (1E-3)(°)/h; 陀螺仪一次项估计偏差小于 $(0.01(°)/(h \cdot g))$; 交叉项估计偏差小于 $(0.005(°)/(h \cdot g^2))$;加速度 计零偏估计偏差小于 (1E-6)g; 陀螺仪安装误差 角估计偏差小于 (1E-6)g; 陀螺仪安装误差 角估计偏差小于 (1E-6)g; 陀螺仪安装误差 角估计偏差小于 (1E-6)g); 心螺仪方矩系数估计偏差小于

5ppm。各项误差系数估计偏差的标准差与估计偏差均值大小量级一致。此外,从仿真结果还可以看出,加速度计的误差系数估计效果是最好的,这是由于加速度计输出作为观测值,使得加速度计的误差系数可观性较强引起的。对比陀螺仪安装误差和陀螺力矩系数与其他参数的估计效果可以看出,陀螺仪安装误差和陀螺力矩系数估计效果相对较差,这与之前的可观性分析结果一致。另外,从姿态角的跟踪结果中可以看出,姿态角滤波方案能在初始姿态最大误差角为5°条件下实现对惯性平台的有效标定,减轻了标定对初始条件的依赖。上述仿真结果充分地验证了本文所提的自标定自对准方法的稳定性和有效性。

表 1 状态初值与仿真结果

Tab. 1 Initial state values and simulation results

参数	真值		估计偏差		A.W	真值		估计偏差	
	均值	标准差	均值	标准差	参数	均值	标准差	均值	标准差
α	2	0. 1	0. 762 3	0. 658 2	η_{yx}	120	20	0. 446 2	0. 320 2
$oldsymbol{eta}$	3	0. 1	0. 956 1	0.756 2	$oldsymbol{\eta}_{yz}$	120	20	1.476 0	1. 160 1
γ	5	0. 1	0. 681 2	0. 621 3	$oldsymbol{\eta}_{zx}$	120	20	0. 220 5	0. 182 3
k_{g0x}	1	0. 2	0.0003	0.0002	$oldsymbol{\eta}_{zy}$	120	20	0. 329 2	0. 323 1
$k_{ m g0y}$	1	0. 2	0.0004	0.000 3	$ heta_{yz}$	120	20	0.032 3	0.029 1
k_{g0z}	1	0. 2	0.0009	0.0009	$ heta_{zx}$	120	20	0.0514	0.0367
k_{g11x}	0.5	0. 1	0.003 3	0.0027	$ heta_{zy}$	120	20	0.0427	0.048 0
k_{g11y}	0. 5	0. 1	0.003 3	0.003 2	ΔK_{Gx}	400	50	1. 465 7	0. 259 6
k_{g11z}	0.5	0. 1	0.0049	0.005 8	ΔK_{Gy}	400	50	4. 829 7	0.6462
k_{g12x}	0.5	0. 1	0.0008	0.000 5	ΔK_{Gz}	400	50	2. 077 9	0.4802
k_{g12y}	0.5	0. 1	0.001 1	0.0007	k_{a2x}	100	10	0. 243 1	0.038 7
k_{g12z}	0.5	0. 1	0.005 0	0.003 0	k_{a2y}	100	10	0. 217 3	0.045 7
k_{g13x}	0.5	0. 1	0.000 5	0.000 3	k_{a2z}	100	10	0. 364 8	0.048 1
k_{g13y}	0.5	0. 1	0.000 5	0.0004	k_{g31x}	0.01	0.005	0.0039	0.003 0
k_{g13z}	0.5	0. 1	0.0047	0.003 0	$k_{\rm g31y}$	0.01	0.005	0.004 3	0.003 7
k_{a0x}	100	10	0. 257 6	0.042 5	k_{g31z}	0.01	0.005	0.0018	0.0016
k_{a0y}	100	10	0. 237 8	0.048 6	$k_{{\scriptscriptstyle g32x}}$	0.01	0.005	0.0012	0.0008
k_{a0z}	100	10	0. 334 4	0.045 3	$k_{\rm g32y}$	0.01	0.005	0.0013	0.001 1
k_{a1x}	100	10	0. 103 9	0.015 7	$k_{\rm g32z}$	0.01	0.005	0.0024	0.001 5
k_{a1y}	100	10	0.069 5	0.0127	$k_{{\scriptscriptstyle g33x}}$	0.01	0.005	0.0008	0.0007
k_{a1z}	100	10	0.0680	0.0126	$k_{\rm g33y}$	0.01	0.005	0.0029	0.0020
$oldsymbol{\eta}_{\scriptscriptstyle xy}$	120	20	1. 222 0	1.054 3	k_{g33z}	0.01	0.005	0.0026	0.0019
$\eta_{\scriptscriptstyle xz}$	120	20	2. 402 5	1. 651 6					

4 结论

针对浮球平台的自标定与自对准问题,提出了一种基于内球姿态角的自标定自对准方法。该方法能同时标定出 42 项平台误差系数并实现平台初始对准。仿真结果表明,利用该方法陀螺仪的标定精度小于 5E - 3,加速度计标定精度优于1E - 6,姿态角对准精度高于 1"。相对于传统的平台标定与初始对准方法,该方法适用于浮球平台的高精度标定和初始对准,整个过程无须外界设备提供辅助信息,标定与对准的精度较高,是一种具有良好工程应用前景的自标定与自对准方法。

参考文献(References)

- [1] Hanching G W, Thomas C W. High-accuracy inertial stabilized platform for hostile [J]. IEEE Control Systems, 2008, 2: 65-85.
- [2] 张宗美. 浮球平台[J]. 导弹与航天器运载技术, 1991, 4: 1-22. ZHANG Zongmei. Floated inertial platform [J]. Missile and

Space Vehicles, 1991, 4: 1-22. (in Chinese)

- [3] 李安梁, 蔡洪, 白锡斌. 浮球式惯导平台的自适应模糊滑模稳定控制[J]. 国防科技大学学报, 2013, 35(6): 41-45.
 LI Anliang, CAI Hong, BAI Xibin. Adaptive fuzzy sliding
 - mode stabilization control for floated inertial platform [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2013, 35(6): 41-45. (in Chinese)
- [4] 包为民,申功勋,李华滨. 惯性平台在系统中多位置翻滚自标定方法[J]. 北京航空航天大学学报,2011,37(4):462-465.
 BAO Weimin, SHEN Gongxun, LI Huabin. Investigation on
 - Inertial platform multi-position rolling self-calibration [J].

 Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,
 2011, 37(4): 462-465. (in Chinese)
- [5] 杨华波, 蔡洪, 张士峰. 高精度惯性平台误差自标定方法[J]. 上海航天, 2006,23(2): 33-36.
 YANG Huabo, CAI Hong, ZHANG Shifeng. Calibration for the errors of a high accurate inertial platform [J]. Aerospace Shanghai, 2006, 23(2): 33-36. (in Chinese)
- [6] Grewal M S, Henderson V D, Miyasako R S. Application of Kalman filtering to the calibration and alignment of inertial navigation systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1991, 36(1): 4-13.

- [7] 万德钧,房建成. 惯性导航初始对准[M]. 南京:东南大学 出版社,1995:36-45. WAN Dejun, FANG Jiancheng. Initial alignment of inertial navigation [M]. Nanjing: Southeast University Press, 1990: 36-45. (in Chinese)
- [8] 陆元九. 惯性器件[M]. 北京: 中国宇航出版社, 1993: 369-437.

 LU Yuanjiu. Inertial sensors[M]. Beijing: China Astronautics Publishing House, 1993: 369-437. (in Chinese)
- [9] Andrew D J. Continuous calibration and alignment techniques for an all-attitude inertial platform [C]. AIAA Guidance and Control Conference, Key Biscayne, Florida, USA, 1973.
- [10] Sifter D J, Henderson V D. An advanced software mechanization for calibration and alignment of the advanced inertial reference sphere [C]//Proceedings of 8th Guidance Test Symposium, Holloman Air Force Base, New Mexico, USA, 1977.
- [11] 杨华波,蔡洪,张士峰,等。高精度惯性平台连续自标定自对准技术[J]. 宇航学报,2006,27(4):600-604. YANG Huabo, CAI hong, ZHANG Shifeng, et al. Continuous calibration and alignment techniques for a high precision inertial platform [J]. Journal of Astronautics, 2006,27(4):600-604. (in Chinese)
- [12] Strunce R R. Calibration and alignment studies [R]. AIAA 0173 – 11433, Florida, 1973, 7: 56 – 78.
- [13] 曹渊,张士峰,杨华波,等. 惯导平台误差快速自标定方法研究[J]. 宇航学报,2011,32(6):1281-1287.
 CAO Yuan, ZHANG Shifeng, YANG Huabo, et al. Research on rapid self-calibration method for inertial platform [J].
 Journal of Astronautics, 2011, 32(6):1281-1287. (in Chinese)
- [14] Hellings F J. Application of extended Kalman filtering to a dynamic laboratory calibration of an inertial navigation system [R]. Aerospace Corp el Segundo ca Engineering Science Operations, 1973.
- [15] 曹渊,张士峰,杨华波,等. 一种新的惯性平台快速连续旋转自对准方法[J]. 兵工学报,2011,32(12):1468-1473.
 CAO Yuan, ZHANG Shifeng, YANG Huabo, et al. Fast self-alignment method for inertial platform through continuous rotation [J]. Acta Armamentarii, 2011,32(12):1468-1473. (in Chinese)
- [16] Cao Y, Cai H, Zhang S F, et al. A new continuous self-calibration scheme for a gimbaled inertial measurement unit[J]. Measurement Science and Technology, 2012, 23(1): 385-394.
- [17] Titterton D H, Weston J L. Strapdown inertial navigation technology [M]. 2nd ed. UK: the Institution of Engineering and Technology, 2004: 41 - 128.