

惯性平台自标定陀螺仪误差系数可观测度分析*

丁智坚, 蔡洪, 黄帅

(国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:针对惯性平台自标定陀螺仪误差系数的可观测度问题,从可观性定义角度出发,提出一种可观测度分析方法。利用状态量解析表达式中观测量导数的最高阶数定义该状态量的可观测度。在此基础上,研究惯性平台自标定系统可观性与陀螺仪误差系数可观测度,分析系统可观测的状态量及其可观测度,得出陀螺仪本轴一次项误差系数可观测度最差的结论。仿真结果验证了该方法的正确性和有效性,为惯性平台自标定中施矩方案的设计提供了理论依据。

关键词:可观测度;惯性平台;自标定;陀螺仪

中图分类号:V441 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2017)01-040-06

Observable degree analysis of gyroscope error coefficients for inertially stabilized platforms self-calibration

DING Zhijian, CAI Hong, HUANG Shuai

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Aiming at the observable degree of gyroscope error coefficients for inertially stabilized platforms self-calibration system, a novel observable degree analytical method was presented according to the definition of observability. The highest order of measurement derivative in the expression of a state analytical solve was defined as the state observable degree. Based on this, the observability of inertially stabilized platforms self-calibration system was analyzed, highlighting the observable degrees of gyroscope error coefficients. The observable states of system were presented, and it was proved that the observable degrees of the gyroscope biases to sensitivity along the input axes were worst. Simulation results validated the correctness and validity of this approach, which provides a reference for the design of torquing scheme of inertially stabilized platforms self-calibration system.

Key words: observable degree; inertially stabilized platforms; self-calibration; gyroscope

为满足精度要求,惯性平台在使用前需进行自标定^[1]。相对于其他误差,陀螺仪误差是惯性平台主要误差源,也是自标定的重点与难点。众多文献对此进行了深入的研究,并提出了多位置自标定^[2]、多位置静漂^[3]和连续翻滚自标定^[4-10]等自标定方法。

文献[4]利用滤波方差阵 P 分析了系统的可观性;文献[6]依据 Lie 导数理论构建了系统可观测矩阵,进而通过分析可观测矩阵的奇异值讨论了系统可观性;文献[3,10]从系统输出灵敏度角度出发,分析了系统可观性,讨论了状态量的可观测度。然而,上述方法存在以下问题:①计算量大,计算过程复杂。无论是滤波方差阵 P 还是可观测性矩阵奇异值,均需要计算系统 Jacobi 矩阵或是 Lie 导数矩阵。②不适用于非线性系统。③

利用可观测矩阵奇异值表征状态量可观测度的理论不够健全。文献[11]曾就该问题进行了深入的讨论,并给出了反例。④无法揭示系统的本质。上述文献均在确定的平台施矩方案下进行分析系统可观性,并没有讨论或分析状态量可观测度与平台施矩方案之间的内在关系与机理。

针对上述问题,文献[12]从可观性定义出发,通过分析状态量是否存在唯一解来判断系统可观性,并讨论了平台坐标系定义与系统可观性之间的关系。该方法避免了求取系统的可观性矩阵等复杂过程,且分析过程充分地揭示了平台施矩方案与系统可观性之间的内在联系。但其研究内容并没有涉及陀螺仪误差系数的可观性及可观测度。

* 收稿日期:2015-11-05

基金项目:航天科技创新基金资助项目(CASC201105)

作者简介:丁智坚(1988—),男,新疆乌鲁木齐人,博士研究生,E-mail:dzjqe@126.com;

蔡洪(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:hcai@nudt.edu.cn

1 惯性平台自标定系统模型

1.1 坐标系定义

假设三个陀螺仪和石英加速度计以图1所示的方式正交安装于平台台体上。其中: A_x, A_y, A_z , G_x, G_y 与 G_z 分别为三个方向的加速度计和陀螺仪;陀螺仪 I, O, S 分别表示输入轴、输出轴和自旋轴;加速度计 I, P, O 三轴分别表示输入轴、摆轴和输出轴; O_p 为平台几何中心; X_p, Y_p 和 Z_p 为台体坐标系坐标轴(相关定义见后文)。

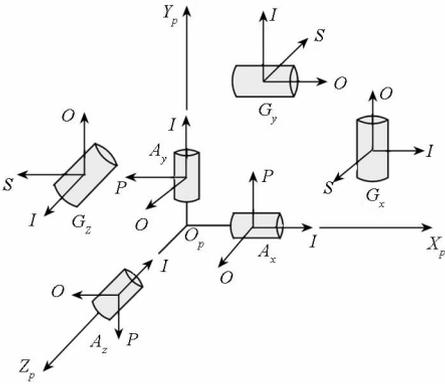


图1 平台几何构型

Fig.1 Platform geometrical configuration

为了简便地分析问题,定义下述坐标系。

1) 导航系(n 系):选取当地地理系(北-天-东坐标系)作为导航坐标系。

2) 台体坐标系(p 系):由文献[12]可知,为了确保系统可观,以加速度计输入轴为基准进行定义,即 X_p 轴与 X 加速度计输入轴平行; Y_p 轴平行于 X 和 Y 加速度计输入轴所确定的平面,并与 X_p 轴垂直; Z_p 轴与 X_p 轴和 Y_p 轴构成右手坐标系。

3) 计算平台坐标系(c 系):该坐标系主要用于控制平台姿态。理想条件下,该坐标系与 p 系完全重合。实际上,由于平台初始对准偏差和陀螺仪误差的存在,该坐标系与 p 系存在一定差异。短时间内,二者之间的关系可用误差角矢量表示,即

$$C_c^p = I_3 - [\psi \times] \quad (1)$$

其中: C_i^j 表示从 i 系到 j 系的方向余弦矩阵; I_3 表示3阶单位矩阵; ψ 为平台误差角矢量; $[\cdot \times]$ 表示矢量的叉乘形式。

1.2 系统模型

由于研究对象为陀螺仪误差系数,故在后续建模与分析中不考虑陀螺力矩系数、仪表安装误差和加速度计误差。

1.2.1 系统动力学模型

根据文献[12],惯性平台自标定模型为:

$$\dot{\psi} = [\psi \times] \omega_c + \varepsilon \quad (2)$$

其中: ω_c 为指令角速度; ε 为陀螺仪漂移。

陀螺仪误差模型^[13]为:

$$\varepsilon_x = D_{Fx} + D_{Ix} a_{gxI} + D_{Ox} a_{gxO} + D_{Sx} a_{gxS} + w_x \quad (3)$$

其中: D_{Fx}, D_{Ix}, D_{Ox} 和 D_{Sx} 分别为陀螺仪零次项和一次项误差系数; a_{gxI}, a_{gxO} 和 a_{gxS} 为 X 陀螺仪 I, O, S 三轴方向的比力; w_x 为陀螺仪噪声。若平台始终处于 $1g$ 条件下,忽略 ψ 与 ε 间乘积项,则有

$$[a_{gxI} \ a_{gxO} \ a_{gxS}]^T = C_n^c(-g^n) \quad (4)$$

其中: g^n 为重力矢量在 n 系下的投影。

1.2.2 系统观测模型

忽略加速度自身误差,其输出^[12]为:

$$Z_a = C_n^p(-g^n) = -C_n^c g^c \quad (5)$$

其中: Z_a 表示经过补偿后的加速度计输出; g^c 为重力矢量在 c 系下的投影。

式(5)两边同时加 g^c ,构造新的观测量 Z ,即

$$Z = -(I_3 - [\psi \times]) g^c + g^c = -[g^c \times] \psi \quad (6)$$

综上所述,式(2)~(6)共同构成了惯性平台自标定系统模型。

2 可观测度分析

2.1 可观测度定义

对于非线性时变系统,影响状态量可观测度的主要因素主要为系统输入和系统结构特性。对于惯导系统,系统输入主要指载体机动方案。不同的机动方案对状态量产生不同的激励,进而影响状态量的可观测度。与系统输入不同,系统结构对状态量可观测度的影响是决定性的,且是无法改变的。当系统模型确定时,系统状态量的可观测性也就随之确定,无法变更。这种影响主要表现在观测量与状态量的解之间的关系中。

根据可观性的定义^[14],状态量可观意味着有能够根据系统输入与观测量唯一确定的解,即存在唯一解。若状态量可观,则其解的表达式中必然包含观测量及其导数。对于任何系统,系统观测量均含有一定程度的随机噪声,系统观测模型与真实模型之间存在一定程度的偏差。故对观测量的求导会将观测量中的噪声放大,降低信噪比,进而导致状态量估计所需的观测时间愈长,估计精度受观测误差的影响也就愈大。因此,根据状态量解中所包含的观测量导数的最高阶数对状态量的可观测度进行定义。

定义 若系统可观且状态量激励充分,则状态量的可观测度与其解中包含的观测量最高阶数的阶数成反比。

2.2 可观测度分析

惯性平台自标定系统的输入为平台指令角速度 ω_c 。从系统动力学方程(2)中可看出,陀螺仪零次项激励始终为 1,与 ω_c 和 g 无关;陀螺仪一次项误差系数的主要激励为重力矢量 g 。其中, ω_c 并不能直接对陀螺仪误差系数产生激励,但通过设计 ω_c ,改变平台姿态,可使陀螺仪误差系数得到重力场充分激励。根据陀螺仪误差模型(3)可知,当 g^c 中某个分量大小为 1,其余两个分量为 0 时,对应的陀螺仪一次项误差系数将获得最大的激励。

为使陀螺仪误差系数获得较为充分且稳定的激励,令 $\omega_c = C_n^c \omega_{ie}^n$,故有

$$\begin{cases} \dot{\omega}_{nc}^c = \omega_c - C_n^c \omega_{ie}^n = \mathbf{0} \\ \dot{\omega}_{nc}^c = \mathbf{0} \\ \dot{C}_c^n = \mathbf{0} \\ C_c^n(t) = C_c^n(0) \\ g^c = C_c^n(t) g^n = C_c^n(0) g^c \\ \dot{g}^c = \mathbf{0} \end{cases} \quad (7)$$

其中: $\mathbf{0}$ 表示 3×1 的零矢量; 0 表示初始时刻, t 表示 t 时刻。

根据式(7),系统方程可重写为:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}^n &= C_c^n(0) ([\psi \times] C_n^c \omega_{ie}^n + \varepsilon) \\ &= [\psi^n \times] \omega_{ie}^n + \varepsilon^n \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} Z &= -C_n^c(0) [g^n \times] C_n^c(0) \psi \\ &= -C_n^c(0) [-\psi_z^n \quad 0 \quad \psi_x^n]^T \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $[\psi_x^n \quad \psi_y^n \quad \psi_z^n]^T = C_c^n(0) \psi$, $\varepsilon^n = C_c^n(0) \varepsilon_0$ 。

对式(9)两边同时求导,有

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= [\dot{\psi} \times] g^c = [g^c \times] [\omega_c \times] \psi - [g^c \times] \varepsilon \\ &= C_n^c(0) [g^n \times] [\omega_{ie}^n \times] C_n^c(0) \psi - [g^c \times] \varepsilon \\ &= C_n^c(0) \begin{bmatrix} \omega_{ieU} \psi_x^n - \omega_{ieN} \psi_y^n + \varepsilon_z^n \\ 0 \\ \omega_{ieU} \psi_z^n - \varepsilon_x^n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

其中: $[\varepsilon_x^n \quad \varepsilon_y^n \quad \varepsilon_z^n]^T = C_c^n(0) \varepsilon$; $[\omega_{ieN} \quad \omega_{ieU} \quad 0]^T = \omega_{ie}^n$, ω_{ieN} 与 ω_{ieU} 分别为地球自转角速度在北向和天向的分量。

根据式(3)、式(4)和式(7),忽略陀螺仪一次项与失准角的小量乘积,可知:

$$\dot{\varepsilon} = \mathbf{0} \quad (11)$$

考虑到式(11),对式(10)求导,有

$$\begin{aligned} \ddot{Z} &= -C_n^c(0) [g^n \times] [\omega_{ie}^n \times] C_n^c(0) [\omega_c \times] \psi + \\ &C_n^c(0) [g^n \times] [\omega_{ie}^n \times] C_n^c(0) \varepsilon \end{aligned}$$

$$= C_n^c(0) \begin{bmatrix} -(\omega_{ieN}^2 + \omega_{ieU}^2) \psi_z^n + \omega_{ieU} \varepsilon_x^n - \omega_{ieN} \varepsilon_y^n \\ 0 \\ \omega_{ieU}^2 \psi_x^n - \omega_{ieU} \omega_{ieN} \psi_y^n + \omega_{ieU} \varepsilon_z^n \end{bmatrix} \quad (12)$$

根据式(9),利用 Z 可获得 $\hat{\psi}_x^n$ 与 $\hat{\psi}_z^n$,即

$$\hat{\psi}_x^n = -Z_3^n \quad (13)$$

$$\hat{\psi}_z^n = Z_1^n \quad (14)$$

其中, $[Z_1^n \quad Z_2^n \quad Z_3^n]^T = C_n^c(0) Z$,上标 $\hat{\cdot}$ 表示估计值。

根据式(10)与式(12),利用 $\hat{\psi}_x^n(t)$ 和 $\hat{\psi}_z^n(t)$ 及 \dot{Z} 与 \ddot{Z} ,可依次计算出 $\hat{\varepsilon}_x^n$ 与 $\hat{\varepsilon}_y^n$,即

$$\hat{\varepsilon}_x^n = \omega_{ieU} \hat{\psi}_z^n - \dot{Z}_3^n \quad (15)$$

$$\hat{\varepsilon}_y^n = \frac{\omega_{ieU} \hat{\varepsilon}_x^n - \ddot{Z}_1^n - (\omega_{ieN}^2 + \omega_{ieU}^2) \hat{\psi}_z^n}{\omega_{ieN}} \quad (16)$$

其中, $[\dot{Z}_1^n \quad \dot{Z}_2^n \quad \dot{Z}_3^n]^T = C_n^c(0) \dot{Z}$, $[\ddot{Z}_1^n \quad \ddot{Z}_2^n \quad \ddot{Z}_3^n]^T = C_n^c(0) \ddot{Z}$ 。

另一方面,由式(10)与式(12)可知:

$$\omega_{ieN} \hat{\psi}_y^n - \hat{\varepsilon}_z^n = \omega_{ieU} \hat{\psi}_x^n - \dot{Z}_1^n \quad (17)$$

$$(\omega_{ieN} \hat{\psi}_y^n - \hat{\varepsilon}_z^n) \omega_{ieU} = \omega_{ieU}^2 \hat{\psi}_x^n - \ddot{Z}_3^n \quad (18)$$

式(17)、式(18)表明通过观测值 \dot{Z} 与 \ddot{Z} ,无法将 ψ_y^n 和 ε_z^n 分离。

假设 c 系到 n 系的姿态矩阵 C_c^n 可写为:

$$C_c^n = M_x(\alpha) M_y(\beta) M_z(\gamma) \quad (19)$$

其中: M_x , M_y 和 M_z 为欧拉转移矩阵; α , β 和 γ 为对应的欧拉角。

根据式(19),重力矢量 g^c 可表示为:

$$g^c = C_n^c g^n = \begin{bmatrix} \sin\gamma \cos\alpha - \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma \\ -\cos\alpha \cos\gamma - \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \\ -\sin\alpha \cos\beta \end{bmatrix} \quad (20)$$

将式(20)代入式(3)中,有

$$\begin{cases} \varepsilon_x = D_{FX} + D_{IX} (\sin\gamma \cos\alpha - \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma) + \\ \quad D_{SX} (\cos\alpha \cos\gamma + \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma) + \\ \quad D_{OX} \sin\alpha \cos\beta \\ \varepsilon_y = D_{FY} - D_{IY} (\cos\alpha \cos\gamma + \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma) - \\ \quad D_{SY} (\sin\gamma \cos\alpha - \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma) + \\ \quad D_{OY} \sin\alpha \cos\beta \\ \varepsilon_z = D_{FZ} + D_{OZ} (\sin\gamma \cos\alpha - \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma) - \\ \quad D_{SZ} (\cos\alpha \cos\gamma + \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma) - \\ \quad D_{IZ} \sin\alpha \cos\beta \end{cases} \quad (21)$$

考虑到式(19)和式(21), ε_x^n 与 ε_y^n 可分别

写为:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^n = & D_{FX} \cos\beta \cos\gamma + D_{FY} \cos\beta \sin\gamma - D_{FZ} \sin\beta + \\ & (D_{SZ} \cos\gamma - D_{OZ} \sin\gamma) \cos\alpha \sin\beta + \\ & (D_{OZ} \cos\gamma + D_{SZ} \sin\gamma) \sin\alpha \sin^2\beta + \\ & (D_{OX} \cos\gamma + D_{OY} \sin\gamma) \sin\alpha \cos^2\beta - \\ & (D_{SX} \cos^2\gamma + D_{SY} \sin^2\gamma) \cos\alpha \cos\beta - \\ & (D_{SX} - D_{SY}) \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \cos\beta \cos\gamma - \\ & (D_{IX} - D_{IZ}) \sin\alpha \sin\beta \cos\beta + \\ & (D_{IX} - D_{IY}) (\cos\alpha \cos\gamma + \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma) \cdot \\ & \cos\beta \sin\gamma \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_y^n = & D_{FX} (\cos\gamma \sin\alpha \sin\beta - \cos\alpha \sin\gamma) + \\ & D_{FZ} (\cos\alpha \cos\gamma + \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma) + \\ & D_{FZ} \cos\beta \sin\alpha + \\ & (D_{OX} \cos\gamma + D_{OY} \sin\gamma) \sin^2\alpha \sin\beta \cos\beta - \\ & (D_{OX} \sin\gamma - D_{OY} \cos\gamma) \sin\alpha \cos\beta \sin\beta - \\ & (D_{SZ} \sin\gamma + D_{OZ} \cos\gamma) \cos\beta \sin^2\alpha \sin\beta - \\ & (D_{SZ} \cos\gamma - D_{OZ} \sin\gamma) \sin\alpha \cos\beta \cos\alpha - \\ & (D_{IX} \sin^2\gamma + D_{IY} \cos^2\gamma) \cos^2\alpha - \\ & (D_{IX} \cos^2\gamma + D_{IY} \sin^2\gamma) \sin^2\alpha \sin^2\beta - \\ & D_{IZ} \sin^2\alpha \cos^2\beta + \\ & (D_{SX} - D_{SY}) (\cos\alpha \cos\gamma + \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma) \cdot \\ & (\cos\alpha \sin\gamma - \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma) + \\ & 2(D_{IX} - D_{IY}) \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \cos\alpha \cos\gamma \end{aligned} \quad (23)$$

从式(22)可看出,通过设计 α, β 与 γ ,可将 $D_{FX}, D_{FY}, D_{FZ}, (D_{SZ} \cos\gamma - D_{OZ} \sin\gamma), (D_{OZ} \cos\gamma + D_{SZ} \sin\gamma), (D_{OX} \cos\gamma + D_{OY} \sin\gamma), (D_{SX} \cos^2\gamma + D_{SY} \sin^2\gamma), (D_{SX} - D_{SY}), (D_{IX} - D_{IZ})$ 与 $(D_{IX} - D_{IY})$ 从 ε_x^n 中分离,进而通过设计 γ ,估计出 $D_{SZ}, D_{OZ}, D_{OX}, D_{OY}, D_{SX}, D_{SY}, D_{FX}, D_{FY}$ 与 D_{FZ} 。但是,由于 D_{IX}, D_{IY}, D_{IZ} 无法从 $(D_{IX} - D_{IZ})$ 与 $(D_{IX} - D_{IY})$ 中分离,故仅靠 ε_x^n 无法标定 D_{IX}, D_{IY}, D_{IZ} 。同理,由不同的 α, β 与 γ ,可将 $D_{IZ}, (D_{IX} \cos^2\gamma + D_{IY} \sin^2\gamma), (D_{IX} - D_{IY})$ 与 $(D_{IX} \sin^2\gamma + D_{IY} \cos^2\gamma)$ 从 ε_y^n 中分离,进而由不同的 γ 值估计出 D_{IX}, D_{IY}, D_{IZ} 。

上述分析过程表明,除本轴一次项误差系数外,陀螺仪各误差系数的解只包含 \mathbf{Z} 及其一阶导数 $\dot{\mathbf{Z}}$,而本轴一次项误差系数 D_{IX}, D_{IY} 和 D_{IZ} 均需利用观测量二阶导数 $\ddot{\mathbf{Z}}$ 获得。根据2.1节中可观测度的定义可知,与其他误差系数相比,陀螺仪本轴一次项误差系数可观测度较差。

此外,利用式(13)和式(14)即可获得 ψ_x^n 与 ψ_z^n 。另一方面,由式(19)可知:

$$\begin{cases} \psi_x = \psi_x^n \cos\beta \cos\gamma + \psi_y^n (\sin\alpha \sin\beta \cos\gamma - \cos\alpha \sin\gamma) + \\ \quad \psi_z^n (\sin\alpha \sin\gamma + \cos\alpha \cos\gamma \sin\beta) \\ \psi_y = \psi_x^n \cos\beta \sin\gamma + \psi_y^n (\sin\alpha \sin\beta \sin\gamma + \cos\alpha \cos\gamma) + \\ \quad \psi_z^n (\cos\alpha \sin\beta \sin\gamma - \sin\alpha \cos\gamma) \\ \psi_z = -\psi_x^n \sin\beta + \psi_y^n \sin\alpha \cos\beta + \psi_z^n \cos\alpha \cos\beta \end{cases} \quad (24)$$

式(24)表明 ψ_x, ψ_y 和 ψ_z 均与 ψ_y^n 有关。而根据2.1节的分析结果可知, ψ_y^n 无法从 $\mathbf{Z}, \dot{\mathbf{Z}}$ 和 $\ddot{\mathbf{Z}}$ 中分离出。故通过设计 α, β 与 γ ,令 ψ_y^n 项系数为零,从而获得 ψ_x, ψ_y 与 ψ_z 。另外,由式(24)可知, ψ_x, ψ_y 与 ψ_z 中 ψ_y^n 项的系数不能同时为零。因此,若想保证 ψ 可观,至少需要两个不同位置下的观测信息。

此外,由式(8)可知:

$$\dot{\psi}_y^n = \omega_{ieN} \psi_z^n + \varepsilon_y^n \quad (25)$$

由于 ψ_z^n 与 ε_y^n 可估计,通过式(25)即可估计出 $\dot{\psi}_y^n$ 。

考虑到式(17),有

$$\varepsilon_z^n - \psi_y^n(0) \omega_{ieN} = \dot{Z}_1^n + \dot{\psi}_y^n t \omega_{ieN} - \omega_{ieU} \psi_x^n \quad (26)$$

其中, t 表示时间。

利用 $\dot{Z}_1^n, \omega_{ieN}, \dot{\psi}_y^n, t, \omega_{ieU}$ 与 ψ_x^n 的估计值即可计算出 $\varepsilon_z^n - \psi_y^n(0) \omega_{ieN}$ 。根据可观测度定义, $\varepsilon_z^n - \psi_y^n(0) \omega_{ieN}$ 的可观测度与陀螺仪零偏可观测度一致,均高于陀螺仪本轴一次项误差系数。

综上所述,可得到以下结论:

结论1 惯性平台自标定中,可观的系统状态变量及其组合为 $\psi_x^n, \psi_z^n, \varepsilon_x^n, \varepsilon_y^n, \dot{\psi}_y^n(t)$ 以及 $\omega_{ieN} \psi_y^n(0) - \varepsilon_z^n$,其中: ψ_x^n, ψ_z^n 可观测度最高; $\varepsilon_x^n, \dot{\psi}_y^n(t)$ 与 $\omega_{ieN} \psi_y^n(0) - \varepsilon_z^n$ 次之; ε_y^n 最差。

结论2 无论施矩方案如何,陀螺仪本轴一次项误差系数的可观测度始终较差。

3 仿真

根据系统方程(8)与式(10),利用扩展卡尔曼滤波器对平台失准角、陀螺仪零次与一次误差项系数等进行估计,以此验证理论分析结果的正确性。

3.1 仿真条件

初始失准角为 $[0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T$,陀螺仪零次项误差系数为 $[11^\circ/\text{h} \ 12^\circ/\text{h} \ 13^\circ/\text{h}]^T$,一次项误差系数均为 $5^\circ/\text{h}$,随机漂移为 $0.01^\circ/\text{h}$,加速度计测量噪声为零均值高斯白噪声,标准差为 $1 \times 10^{-5} g$ 。滤波初值均为0,滤波周期为10 s,其余参数根据系统模型设置,采用4阶龙格库塔积

分算法。

3.2 施矩方案

令平台在两个水平位置跟踪地理系,即

$$\boldsymbol{\omega}_c = \mathbf{C}_n^c \boldsymbol{\omega}_{ie}^n$$

其中两个位置的欧拉角分别为

$$p_1 = (0^\circ \quad 0^\circ \quad 0^\circ), p_2 = (180^\circ \quad 0^\circ \quad 0^\circ)$$

惯性平台在两个位置跟踪地理系的时间段分别为(0,1000 s)(时间段 1),(1001 s,2000 s)(时间段 2)。

根据式(22)与式(23),惯性平台在位置 p_1 下陀螺仪漂移量为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_x^n = D_{FX} - D_{SX} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_y^n = D_{FY} - D_{IY} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_z^n = D_{FZ} - D_{SZ} \end{cases} \quad (27)$$

在位置 p_2 下陀螺仪漂移量为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_x^n = D_{FX} + D_{SX} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_y^n = -(D_{FY} + D_{IY}) \\ \boldsymbol{\varepsilon}_z^n = -(D_{FZ} + D_{SZ}) \end{cases} \quad (28)$$

3.3 仿真结果与分析

图 2~10 描述了系统部分状态变量的滤波曲线,其中实线代表真值,虚线代表估计值。

根据第 2 节的结论,在时间段 1 内, ψ_x, ψ_z 的滤波曲线可以快速跟踪至真值。由于 ψ_y 可观,因此 ψ_y 的滤波曲线仅能够跟踪真值曲线的变化趋势,与真值曲线之间相差 $\psi_y(0)$ 。在时间段 2 内, $\boldsymbol{\psi}$ 的变化趋势与时间段 1 内的相同。图 2~4 中 ψ_x, ψ_y 与 ψ_z 的滤波曲线示意图验证了上述理论分析结果。

另外,在时间段 1 内, $D_{FX}, D_{FY}, D_{FZ}, D_{SX}, D_{IY}$ 与 D_{SZ} 均存在激励,但无法相互分离。在时间段 2 内,由于 \mathbf{g}^c 的变化, D_{FX} 与 D_{SX}, D_{SZ} 会迅速收敛至真值, D_{FZ} 也会迅速收敛。但 $\psi_y(0)$ 的不可观性导致 D_{FZ} 的滤波曲线与真值之间存在一定误差,误差约为 $\boldsymbol{\omega}_{ie}^n \boldsymbol{\psi}_y(0)$ 。上述分析结果与图 5~10 的滤波曲线示意图一致,再次验证了理论分析结果的正确性。

此外,从图 5~10 的滤波曲线中可以看出,相对于 D_{FX}, D_{FZ}, D_{SX} 与 D_{SZ}, D_{FY} 与 D_{IY} 的滤波效果较差,对应的滤波曲线收敛速度较慢,收敛精度较低。这与 $\boldsymbol{\varepsilon}_y^n$ 可观测度较差有关,与理论分析结果相吻合。

综上所述,上述仿真结果验证了可观测度分析方法的正确性与有效性,同时可以看出,可观测度分析方法能够预测系统状态变量滤波效果,为

施矩方案设计提供理论支撑。

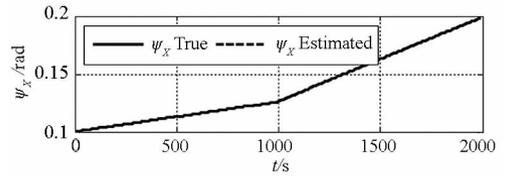


图 2 ψ_x 的滤波曲线示意图

Fig. 2 True and fitting curves of ψ_x

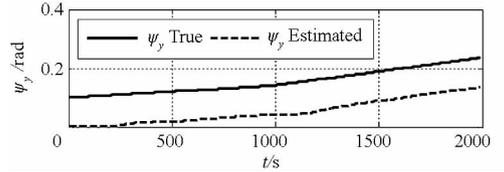


图 3 ψ_y 的滤波曲线示意图

Fig. 3 True and fitting curves of ψ_y

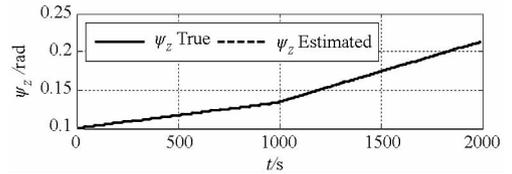


图 4 ψ_z 的滤波曲线示意图

Fig. 4 True and fitting curves of ψ_z

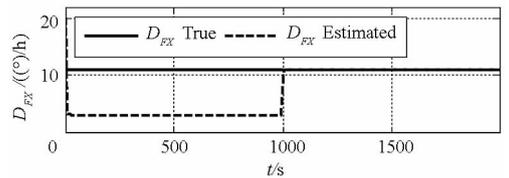


图 5 D_{FX} 的滤波曲线示意图

Fig. 5 True and fitting curves of D_{FX}

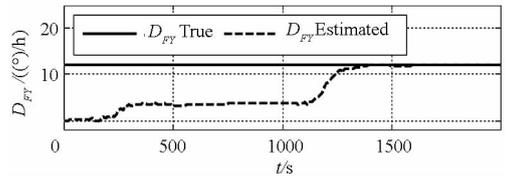


图 6 D_{FY} 的滤波曲线示意图

Fig. 6 True and fitting curves of D_{FY}

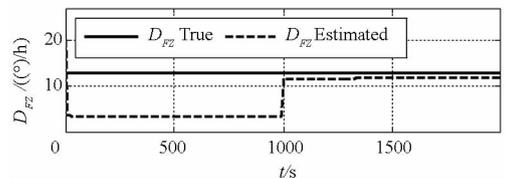
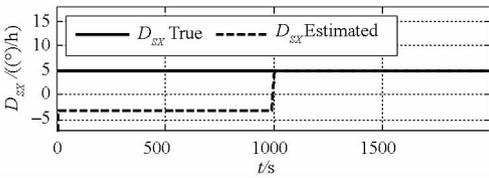
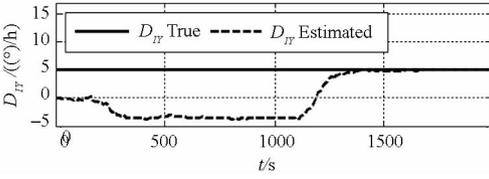
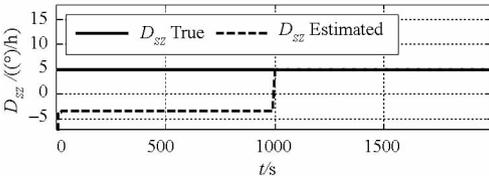


图 7 D_{FZ} 的滤波曲线示意图

Fig. 7 True and fitting curves of D_{FZ}

图8 D_{sx} 的滤波曲线示意图Fig. 8 True and fitting curves of D_{sx} 图9 D_{ry} 的滤波曲线示意图Fig. 9 True and fitting curves of D_{ry} 图10 D_{sz} 的滤波曲线示意图Fig. 10 True and fitting curves of D_{sz}

4 结论

本文研究了惯性平台自标定中陀螺仪误差系数可观测度问题,基于系统状态量求解所需观测量导数的阶数大小,提出了一种可观测度评估方法。利用该方法对惯性平台自标定系统中陀螺仪各项误差系数可观测度进行了分析。理论与仿真结果表明:

1) 惯性平台自标定系统中可观的状态变量及其组合有: $\psi_x^n, \psi_z^n, \varepsilon_x^n, \varepsilon_y^n, \dot{\psi}_y^n(t)$ 以及 $\omega_{ieN}\psi_y^n(0) - \varepsilon_z^n$ 。其中: ψ_x^n, ψ_z^n 可观测度最高; $\varepsilon_x^n, \dot{\psi}_y^n(t)$ 与 $\omega_{ieN}\psi_y^n(0) - \varepsilon_z^n$ 次之; ε_y^n 最差。

2) 相对于其他陀螺仪误差系数,陀螺仪本轴一次项误差系数可观测度始终较差。

与传统方法相比,该方法具有简单、明了等特点,能够揭示影响状态量可观测度的根本原因,且分析结果适用于所有施矩方案。该方法对设计惯性平台自标定中最优施矩方案的设计具有重要的意义。

参考文献 (References)

[1] Wang H G, Williams T C. Strategic inertial navigation systems-high-accuracy inertially stabilized platforms for hostile environments [J]. IEEE Control Systems, 2008, 28(1): 65-85.

[2] 包为民,申功勋,李华滨. 惯性平台在系统中多位置翻滚自标定方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2011, 37(4): 462-465.

BAO Weimin, SHEN Gongxun, LI Huabin. Investigation on inertial platform multi-position rolling self-calibration [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37(4): 462-465. (in Chinese)

[3] Fu Z X, Deng Z L, Pei T G. Continuous calibration of inertial platform drifting error parameters [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2000, 7(3): 24-26.

[4] Jackson A D. Continuous calibration and alignment techniques for an all-attitude inertial platform [C]// Proceedings of AIAA Guidance and Control Conference, Key Biscayne, Florida, USA, 1973.

[5] Sifter D J, Henderson V D. An advanced software mechanization for calibration and alignment of the advanced inertial reference sphere [C]// Proceedings of the Eighth Guidance Test Symposium, New Mexico, USA, 1977.

[6] Cao Y, Cai H, Zhang S F, et al. A new continuous self-calibration scheme for a gimballed inertial measurement unit [J]. Measurement Science and Technology, 2012, 23(1): 385-394.

[7] Li C, Zhang S F, Cao Y. One new onboard calibration scheme for gimballed IMU [J]. Measurement, 2013, 46(8): 2359-2375.

[8] 杨华波,蔡洪,张士峰. 高精度惯性平台误差自标定方法[J]. 上海航天, 2006, 23(2): 33-36.

YANG Huabo, CAI Hong, ZHANG Shifeng. Calibration for the errors of a high accurate inertial platform [J]. Aerospace Shanghai, 2006, 23(2): 33-36. (in Chinese)

[9] 曹渊,张士峰,杨华波,等. 一种新的惯性平台快速连续旋转自对准方法[J]. 兵工学报, 2011, 32(12): 1468-1473.

CAO Yuan, ZHANG Shifeng, YANG Huabo, et al. Fast self-alignment method for inertial platform through continuous rotation [J]. ACTA Armamentarii, 2011, 32(12): 1468-1473. (in Chinese)

[10] 丁智坚,蔡洪,杨华波,等. 浮球式惯性平台连续翻滚自标定自对准方法[J]. 国防科技大学学报, 2015, 37(3): 148-154.

DING Zhijian, CAI Hong, YANG Huabo, et al. Continuous self-calibration and self-alignment method for floated inertial platform [J]. Journal of National University Defense Technology, 2015, 37(3): 148-154. (in Chinese)

[11] 马艳红,胡军. 基于SVD理论的可观测度分析方法的几个反例[J]. 中国惯性技术学报, 2008, 16(4): 448-452.

MA Yanhong, HU Jun. Counter examples for degree of observability analysis method based on SVD theory [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2008, 16(4): 448-452. (in Chinese)

[12] 丁智坚,蔡洪,张文杰. 惯性平台自标定中惯性仪表安装误差可观测性分析[J]. 国防科技大学学报, 2016, 38(5): 127-136.

DING Zhijian, CAI Hong, ZHANG Wenjie. Observability analysis for misalignments of inertial sensors in inertial platform self-calibration [J]. Journal of National University Defense Technology, 2016, 38(5): 127-136. (in Chinese)

[13] IEEE Standard for Inertial Sensors Terminology [EB/OL]. (2001-11-29) [2015-09-27]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/iel5/7672/20968/00972830.pdf>.

[14] Chen C T. Linear system theory and design [M]. 3rd ed. New York, USA: Oxford University Press, 1999.