

## 离心机试验中惯导平台误差系数辨识方法\*

许永飞, 张士峰

(国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**针对离心机试验中惯导平台误差系数辨识问题,提出一种6位置辨识方案。建立误差系数辨识的非线性模型,再利用扩展卡尔曼滤波估计误差系数。由滤波中的估值方差矩阵计算各误差系数之间的相关系数,用相关系数分析系统的可观性,并将所有相关系数之和最小作为优化指标,利用遗传算法得到最优的位置组合。仿真结果表明,采用该方案可以有效辨识出惯导平台中与加速度高阶项有关的各项误差系数。

**关键词:**惯导平台;离心机试验;相关系数;参数辨识

中图分类号:V448.12 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2017)01-046-05

## Error parameters identification for inertial navigation platform based on centrifuge test

XU Yongfei, ZHANG Shifeng

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** In order to identify the error parameters of inertial navigation platform in the centrifuge testing, a 6-position identification scheme was developed. The non-linear model of the inertial navigation platform for the identification was established, and the extended Kalman filter algorithm was applied to estimate the error parameters. The correlation coefficients among the error parameters calculated with the estimation error covariance matrix in the filter were used to analyze the observability of the system. The minimum sum of all correlation coefficients was considered as the optimization criterion, and then the genetic algorithm was utilized to obtain the optimal position combination. The simulation results show that the scheme is valid to identify all the error coefficients connected with the higher-order acceleration with high precision.

**Key words:** inertial platform; centrifuge test; correlation coefficient; parameter identification

目前,针对惯导平台系统的误差系数辨识,常采用的方法有静态多位置法<sup>[1-2]</sup>和连续翻滚法<sup>[3-5]</sup>。多位置标定方法实现起来简单,运算量小,但能够辨识的误差系数较少;连续翻滚自标定能够标定的误差系数项数多,但耗时长,旋转路径设计是重点和难点。无论是多位置法还是连续翻滚方法,误差系数的辨识都是在1g重力场环境下进行的,由于这种加速度场激励强度的限制,与加速度高阶项有关的误差项得不到充分的激励,往往不能被较好地辨识,这成为惯导平台误差系数辨识中的难点问题<sup>[6]</sup>。在这种情况下,能够提供大加速度激励的精密离心机被用于惯导平台的测试及误差系数辨识。

国外已有利用离心机试验来辨识惯导平台系统误差的研究<sup>[7-8]</sup>,但这些研究主要侧重于可行性的验证而没有给出具体的辨识方案。国内,陈才等<sup>[9]</sup>在离心机试验中采用扩展卡尔曼滤波

(Extended Kalman Filter, EKF)来估计平台的误差系数,结果表明此方案可有效地辨识出惯导平台误差模型中与加速度高阶项有关的误差系数。Su等<sup>[10]</sup>将无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)方法用于惯导平台离心机测试中,并结合具体的模型对UKF算法进行了改进,结果表明,与EKF算法相比,改进的UKF算法能提高惯导平台误差系数的辨识精度,并且更容易实现。文献<sup>[9-10]</sup>的不足之处在于考虑的惯导平台误差模型过于简单,误差项数较少。

### 1 系统数学模型

#### 1.1 基本坐标系及转换关系

在离心机试验中,为了描述各个惯性器件受到的比力,需要用到以下坐标系。

1) 惯性坐标系( $i$ 系):原点位于地心, $x_i$ 轴与 $y_i$ 轴位于赤道面内且 $x_i$ 轴指向春分点, $z_i$ 轴与地

\* 收稿日期:2015-11-10

作者简介:许永飞(1988—),男,河南许昌人,博士研究生,E-mail:xyf\_xyf2008@126.com;

张士峰(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:zhang\_shifeng@hotmail.com

球自转轴方向一致,三个轴构成右手系。

2) 导航坐标系( $n$ 系):以当地地理系作为导航坐标系,即“东-北-天”坐标系。

3) 平台坐标系( $p$ 系): $x_p$ 轴与 $x$ 加速度计的敏感轴平行; $y_p$ 轴平行于 $x$ 和 $y$ 加速度计敏感轴确定的平面并与 $x_p$ 轴垂直; $z_p$ 轴与 $x_p$ 轴、 $y_p$ 轴构成右手直角坐标系。

4)  $j(j=x, y, z)$ 加速度计坐标系( $a_j$ 系):坐标轴分别与 $j$ 加速度计的 $I$ 轴、 $P$ 轴、 $O$ 轴平行。根据定义可以看出 $x$ 加速度计不存在安差, $y$ 加速度计存在1个安装误差角, $z$ 加速度计存在2个安装误差角。假设安装误差角均为小量,根据小角度假设理论有

$$\mathbf{C}_p^{ax} = \mathbf{I}_3 \quad (1)$$

$$\mathbf{C}_p^{ay} = \begin{bmatrix} \theta_{py} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & \theta_{py} & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{C}_p^{az} = \begin{bmatrix} \theta_{pz} & \theta_{oz} & 1 \\ 0 & 1 & -\theta_{oz} \\ -1 & 0 & \theta_{pz} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中: $\mathbf{I}_3$ 表示3阶单位矩阵; $\theta_{py}, \theta_{pz}, \theta_{oz}$ 分别表示3个安装误差角。

5)  $j(j=x, y, z)$ 陀螺仪坐标系( $g_j$ 系):坐标轴分别与 $j$ 陀螺仪的 $I$ 轴、 $O$ 轴和 $S$ 轴平行。由定义易知,每个陀螺仪存在2个安装误差角,假设安装误差角为小量,根据小角度假设理论有

$$\mathbf{C}_p^{gx} = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta_{ox} & -\Delta_{sx} \\ -\Delta_{sx} & 0 & -1 \\ \Delta_{ox} & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{C}_p^{gy} = \begin{bmatrix} \Delta_{oy} & 1 & -\Delta_{sy} \\ 0 & -\Delta_{sy} & -1 \\ -1 & \Delta_{oy} & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{C}_p^{gz} = \begin{bmatrix} \Delta_{sz} & -\Delta_{oz} & 1 \\ 1 & 0 & -\Delta_{sz} \\ 0 & 1 & \Delta_{oz} \end{bmatrix} \quad (6)$$

6) 离心机主轴坐标系( $t$ 系):原点位于离心机主轴中心 $O_t$ , $x_t$ 轴沿离心机转臂方向, $y_t$ 轴在离心机转臂旋转平面内与 $x_t$ 轴垂直, $z_t$ 轴与 $x_t$ 轴、 $y_t$ 轴构成右手系,初始时刻 $t$ 系与 $n$ 系的坐标轴指向一致。

7) 离心机反转平台坐标系( $d$ 系):原点位于离心机反转平台中心 $O_d$ ,坐标系 $O_d x_d y_d$ 与反转平台固联。为方便起见,将 $O_d x_d, O_d y_d$ 轴初始位置定位为沿着 $O_t x_t, O_t y_t$ 方向。

8) 平台基座坐标系( $r$ 系):平台基座安装在

反转台上,基座坐标系与反转台坐标系指向一致。

平台体系与基座坐标系之间通过三个欧拉角相联系,对应的坐标转换关系为

$$\mathbf{C}_r^n = \mathbf{M}_y(\gamma) \mathbf{M}_z(\beta) \mathbf{M}_x(\alpha) \quad (7)$$

式中, $\mathbf{M}_j(\cdot)$ ( $j=x, y, z$ )表示绕 $j$ 轴的基本旋转矩阵。

## 1.2 外施比力的计算

在进行平台基座受力分析前,首先给出各坐标系原点之间的位置关系,如图1所示。

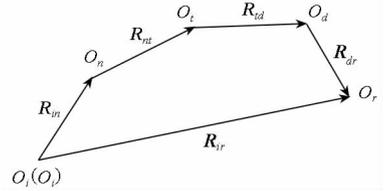


图1 坐标系之间的位置关系图

Fig.1 Vector map of basic coordinate frame

根据相对运动求导法则,可以得到矢量 $\mathbf{R}_{ij}$ 在 $k$ 系( $k$ 系表示前面定义的任意一个坐标系)下的二阶导数为

$$\left. \frac{d^2 \mathbf{R}_{ij}}{dt^2} \right|_k = \left. \frac{d^2 \mathbf{R}_{ij}}{dt^2} \right|_i + \left. \frac{d \boldsymbol{\omega}_{ki}}{dt} \right|_i \times \mathbf{R}_{ij} + 2 \boldsymbol{\omega}_{ki} \times \left. \frac{d \mathbf{R}_{ij}}{dt} \right|_i + \boldsymbol{\omega}_{ki} \times (\boldsymbol{\omega}_{ki} \times \mathbf{R}_{ij}) \quad (8)$$

式中, $\boldsymbol{\omega}_{ki}$ 表示 $i$ 系相对于 $k$ 系的角速度。

由式(8)及图1中的矢量关系,并且认为 $\mathbf{R}_{nt} = \mathbf{R}_{dr} = \mathbf{0}$ ,可以得到平台受到的比力为

$$\mathbf{A}_{ir} = \boldsymbol{\omega}_{ni} \times (\boldsymbol{\omega}_{ni} \times \mathbf{R}_{ir}) + 2 \boldsymbol{\omega}_{in} \times (\boldsymbol{\omega}_{ni} \times \mathbf{R}_{ir}) - \mathbf{g} \quad (9)$$

式中: $\boldsymbol{\omega}_{ni}$ 表示 $t$ 系相对于 $n$ 系的角速度; $\boldsymbol{\omega}_{in}$ 表示 $n$ 系相对于 $i$ 系的角速度; $\mathbf{R}_{ir}$ 表示 $O_t$ 到 $O_r$ 的矢径; $\mathbf{g}$ 为当地重力加速度。

假设离心机的旋转角速度为 $\boldsymbol{\omega}_c$ ,平台在离心机上的位置距主轴的距离为 $r_o$ ,则可以得到基座受到的比力在基座系下的投影为

$$\mathbf{A}_{ir} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{\omega}_c^2 r_o \cos(\boldsymbol{\omega}_c t) - 2 \boldsymbol{\omega}_c r_o \boldsymbol{\Omega}_D \cos(\boldsymbol{\omega}_c t) \\ -\boldsymbol{\omega}_c^2 r_o \sin(\boldsymbol{\omega}_c t) - 2 \boldsymbol{\omega}_c r_o \boldsymbol{\Omega}_D \sin(\boldsymbol{\omega}_c t) \\ 2 \boldsymbol{\omega}_c r_o \boldsymbol{\Omega}_N \sin(\boldsymbol{\omega}_c t) - g \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中, $\boldsymbol{\Omega}_D$ 表示地球自转角速度在天向的分量, $\boldsymbol{\Omega}_N$ 表示地球自转角速度在北向的分量。

## 1.3 陀螺仪误差模型

以 $x$ 陀螺为例,其静态误差模型为<sup>[7]</sup>

$$\boldsymbol{\varepsilon}_x = D_{Fx} + D_{Ix} A_{GxI} + D_{Ox} A_{GxO} + D_{Sx} A_{GxS} + D_{Ixx} A_{GxI}^2 + D_{Oox} A_{GxO}^2 + D_{Ssx} A_{GxS}^2 + D_{IOx} A_{GxI} A_{GxO} + D_{ISx} A_{GxI} A_{GxS} + D_{OSx} A_{GxO} A_{GxS} \quad (11)$$

式中： $D_{Fx}$  表示常值漂移； $D_{Ix}, D_{Ox}, D_{Sx}$  表示与加速度一次项有关的系数； $D_{Ixx}, D_{Oox}, D_{Ssx}, D_{Iox}, D_{Isx}, D_{Oosx}$  表示与加速度二次项有关的系数； $A_{Gxl}, A_{Gxo}, A_{Gxs}$  表示沿  $x$  陀螺  $I$  轴、 $O$  轴、 $S$  轴的比力，有

$$[A_{Gxl} \ A_{Gxo} \ A_{Gxs}]^T = C_p^{gi} C_r^p A_{ir}^r \quad (12)$$

### 1.4 加速度计误差模型

以  $x$  加速度计为例，其输出方程为<sup>[7]</sup>：

$$A_x = k_{0x} + (1 + k_{1x})A_{AxI} + k_{2x}A_{AxI}^2 + k_{3x}A_{AxI}^3 + k_{IPx}A_{AxI}A_{AxP} \quad (13)$$

式中： $k_{0x}$  表示零偏； $k_{1x}$  表示刻度因子误差； $k_{2x}, k_{3x}$  表示非线性误差系数， $k_{IPx}$  表示交叉非线性系数； $A_{AxI}, A_{AxP}$  表示沿  $x$  加速度计  $I$  轴、 $P$  轴的比力。

### 1.5 系统动力学方程

根据式(7)，由欧拉动力学方程可以得到

$$\omega_{rp}^p = M_z(\gamma) M_y(\beta) \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + M_z(\gamma) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\beta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta\cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\cos\beta\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ \sin\beta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中， $\omega_{rp}^p$  表示台体角速度在  $p$  系中的投影。由式(14)可以得到

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos\gamma}{\cos\beta} & 0 & \frac{\sin\gamma}{\cos\beta} \\ -\sin\gamma & 0 & \cos\gamma \\ \tan\beta\cos\gamma & 1 & \tan\beta\sin\gamma \end{bmatrix} \omega_{rp}^p \triangleq T \omega_{rp}^p \quad (15)$$

由于平台起到隔离基座角运动和提供稳定性的作用，因此平台伺服回路使平台的角速度为与陀螺输出角速度  $\omega_o$  大小相等方向相反的量，即

$$\omega_{rp} = -\omega_o + \delta\omega_{SERVO} \quad (16)$$

式中： $\omega_{rp}$  表示平台系  $p$  相对于平台基座系  $r$  的角速度； $\delta\omega_{SERVO}$  表示由平台伺服回路引起的平台角速度误差。陀螺输出角速度由三部分构成，一是陀螺自身的漂移角速度  $\varepsilon$  (在  $g_j$  系中描述方便)，二是施加的指令角速度  $\omega_{cmd}$  (在  $g_j$  系中描述方便)，三是平台基座角速度  $\omega_{ir}$  (在  $r$  系中描述方便)，即

$$\omega_o = \varepsilon + \omega_{cmd} + \omega_{ir} \quad (17)$$

将这三部分角速度投影到  $p$  系中，并且不考虑伺服回路的误差，得到

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = -T[(C_p^g)^T(\omega_{cmd}^{g_j} + \varepsilon^{g_j}) + C_r^p \omega_{ir}^r] \quad (18)$$

式中， $C_p^g$  表示由  $C_p^{gx}, C_p^{gy}, C_p^{gz}$  第一行构成的矩阵。式(18)给出了由平台姿态角描述的系统动力学方程。

### 1.6 误差系数之间的冗余性分析

在离心机试验中，虽然惯导平台受到的是时变的比力，但其大小却是几乎不变的，这是因为

$$\|A_{ir}\|^2 = (\omega_c^2 r_o)^2 + g^2 + (\omega_c^2 r_o) \cdot 8\omega_c r_o \Omega_D + 4g\omega_c r_o \Omega_D \sin(\omega_c t) + (\omega_c^2 r_o) \cdot 4r_o \Omega_N^2 \sin^2(\omega_c t) \quad (19)$$

在试验中， $\omega_c, r_o$  一般为定值，且  $\omega_c \gg \Omega_D, \omega_c \gg \Omega_N$ ，本试验中取  $\omega_c = 180^\circ/s, r_o = \frac{10g}{\omega_c^2}$ ，因此有

$$\|A_{ir}\|^2 = 100g^2 + g^2 + 0.01g^2 + 0.0005g^2 \sin(\omega_c t) + 1.6 \times 10^{-7} g^2 \sin^2(\omega_c t) \approx 101g^2 \quad (20)$$

以  $x$  陀螺为例，就有

$$A_{Gxl}^2 + A_{Gxo}^2 + A_{Gxs}^2 = \|C_p^{gx} C_r^p A_{ir}\|^2 = \|A_{ir}\|^2 \approx 101g^2 \quad (21)$$

这样根据陀螺的误差方程有

$$D_{Fx} + D_{Ix}A_{Gxl}^2 + D_{Oox}A_{Gxo}^2 + D_{Ssx}A_{Gxs}^2 = (D_{Fx} + D_{Oox} \cdot 101g^2) + (D_{Ix} - D_{Oox})A_{Gxl}^2 + (D_{Ssx} - D_{Oox})A_{Gxs}^2 \quad (22)$$

由式(22)可以看出， $D_F, D_{Ix}, D_{Oo}, D_{Ss}$  这 4 个误差系数是有冗余的，相当于改变了常值漂移项而略去了一个二次项。要解决这个问题有两种方法：一是忽略一个参数(实际工程中往往忽略  $D_{Oo}$ )；二是改变外施比力的幅值，通过多次辨识得到所有的误差系数。在本文中选择了第一种方法。

## 2 辨识方案设计

### 2.1 滤波模型

在试验中，惯性平台工作在跟踪惯性系的状态，因此有  $\omega_{cmd} = 0$ ，而由文献[5]可知，陀螺仪安装误差主要是由  $\omega_{cmd}$  来激励的，因此在本文中不考虑陀螺仪安装误差。选取陀螺仪的各项误差系数(包括零偏、一次项、二次项、交叉项，但不包括  $D_{Oo}$  项)、加速度计各项误差系数(包括零次项、一次项、二次项、三次项、交叉项和安装误差)以及 3 个姿态角作为系统状态变量，即

$$X \triangleq [D_F \ D_I \ D_S \ D_{II} \ D_{SS} \ D_{IO} \ D_{IS} \ D_{OS} \ k_0 \ k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_{IP} \ \theta \ \alpha \ \beta \ \gamma]^T \quad (23)$$

由此可以得到非线性的系统状态方程与观测方程分别为

$$\dot{X} = f(X) = \begin{bmatrix} 0_{42 \times 1} \\ -T[C_s^p(\omega_{cmd} + \varepsilon) - C_r^p \omega_{ir}^r] \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\mathbf{Z} = \mathbf{h}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} k_{0x} \\ k_{0y} \\ k_{0z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (1+k_{1x})A_{AxI} \\ (1+k_{1y})A_{AyI} \\ (1+k_{1z})A_{AzI} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{2x}A_{AxI}^2 \\ k_{2y}A_{AyI}^2 \\ k_{2z}A_{AzI}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{3x}A_{AxI}^3 \\ k_{3y}A_{AyI}^3 \\ k_{3z}A_{AzI}^3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{IPx}A_{AxI}A_{AxP} \\ k_{IPy}A_{AyI}A_{AyP} \\ k_{IPz}A_{AzI}A_{AzP} \end{bmatrix} + \mathbf{v} \quad (25)$$

式中,  $\mathbf{v}$  表示三维的高斯白噪声。

## 2.2 系统可观性分析方法

对于非线性系统的可观性分析目前尚无理论可供参考。文献[4]采用 Lie 导数和奇值理论分析了系统的可观性。对于本文所采用的 48 维滤波模型来说,利用 Lie 导数来计算系统总的可观性矩阵的难度很大。文献[11]采用灵敏度方法分析了状态参数的激励特性,然而灵敏度适合于定性分析,难以据此确定最优准则用于辨识方案的优化设计。事实上,针对卡尔曼滤波中状态可观性的定量分析问题,估计误差矩阵可以提供非常有用的信息。文献[11]将状态变量的可观性指标定义为估计误差传递矩阵的对角线元素,从估计误差衰减角度定义了可观性指标。文献[7]指出,有些状态变量在滤波中估计效果不好是由于状态变量之间的相关性造成的,而相关系数由估计误差矩阵得到,即

$$\rho_{ij} = \frac{\text{Cov}(x_i, x_j)}{\sigma_i \sigma_j} \quad (26)$$

其中  $\text{Cov}(x_i, x_j)$  表示状态变量  $x_i$  与  $x_j$  的协方差,即滤波方差阵第  $i$  行第  $j$  列的元素,  $\sigma_i$  表示  $x_i$  的估计标准差,由滤波方差阵的对角线元素开方得到。 $|\rho_{ij}|$  ( $0 < |\rho_{ij}| < 1$ ) 越大,表明状态变量  $x_i$  与  $x_j$  之间的相关性越强,即  $x_i$  与  $x_j$  的可观性越差。

## 2.3 方案优化

根据 2.2 节的分析,将所有相关系数之和作为目标函数,即

$$J = \sum \rho_{ij} \quad (27)$$

然后采用遗传算法对多位置方案进行优化。对于位置数目的选择,并没有相应的理论,唯一的原则就是在能辨识出所有的误差系数的前提下越少越好。在本文中,通过多次仿真发现,6 个位置的方案较好。需要指出的是,为了防止溢出现象,限制了  $\beta$  的转动,  $\alpha, \gamma$  的约束条件为  $\alpha, \gamma \in [0, 2\pi]$ 。经

过优化后,得到的最优 6 位置方案如表 1 所示。

表 1 最优 6 位置方案  
Tab. 1 Optimal 6-position scheme

位置编号	$\alpha/(\circ)$	$\beta/(\circ)$	$\gamma/(\circ)$
1	45	0	167
2	350	0	325
3	209	0	182
4	134	0	141
5	106	0	338
6	142	0	269

需要指出的是,表 1 中的角度都是经过取整得到的,没有经过其他处理。

## 3 仿真分析

### 3.1 仿真条件

误差系数的仿真真值参照文献[7]。需要指出的是,与加速度高阶项相关的误差系数(二次项、三次项、交叉项)远小于常值项和一次项,这也是 1g 重力场下无法辨识这些系数的原因。陀螺零偏单位为  $(\circ)/h$ ,一次项单位为  $(\circ)/(h \cdot g)$ ,二次项及交叉项单位为  $(\circ)/(h \cdot g^2)$ ;加速度计零偏单位为  $\mu g$ ,一次项单位为  $\mu g/g$ ,二次项及交叉项单位为  $\mu g/g^2$ ,三次项单位为  $\mu g/g^3$ ;加速度计安装误差单位为  $(\prime)$ 。

假设系统噪声和测量噪声均为零均值高斯白噪声;系统采样周期为 5 ms,滤波周期为 20 ms;滤波变量初值均为 0。

### 3.2 仿真结果及分析

在给定的辨识方案下,平台 45 项误差系数的辨识结果见表 2,其中相对误差的定义为

$$e = \frac{\hat{\mu} - \mu}{\mu} \times 100\% \quad (28)$$

式中,  $\mu$  为真值,  $\hat{\mu}$  为估计值。

从表 2 中可以看出,陀螺误差系数估计相对误差最大为 2.67%,而与加速度高阶项相关的二次项及交叉项误差系数的绝对误差在数值上几乎都小于 0.001,估计精度较高。加速度计零偏的估计误差均小于  $1\mu g$ ,一次项的估计偏差除  $k_{1z}$  外都小于  $1\mu g/g$ ,而二阶项误差系数和三阶项误差系数的估计偏差分别小于  $0.05\mu g/g^2$  和  $0.01\mu g/g^3$ ;所有系数估计相对误差最大为 1%,估计精度较高。

表 2 误差系数辨识结果

Tab.2 Identification results of error parameters

系数	真值	估计值	误差	相对误差/%	系数	真值	估计值	误差	相对误差/%
$D_{Fx}$	7.370	7.380 7	0.010 7	0.15	$D_{I_{Sx}}$	0.045	0.044 7	-0.000 3	-0.67
$D_{Fy}$	7.821	7.762 8	-0.058 2	-0.74	$D_{O_{Sx}}$	0.045	0.044 5	-0.000 5	-1.11
$D_{Fz}$	1.654	1.611 1	-0.042 9	-2.59	$D_{O_{Sy}}$	0.045	0.045 5	0.000 5	1.11
$D_{Ix}$	1.083	1.080 0	-0.003 0	-0.28	$D_{O_{Sz}}$	0.045	0.045 8	0.000 8	1.78
$D_{Iy}$	1.023	1.030 5	0.007 5	0.73	$k_{0x}$	3500	3499.83	-0.170 0	0.00
$D_{Iz}$	0.933	0.935 7	0.002 7	0.29	$k_{0y}$	4250	4249.09	-0.910 0	-0.02
$D_{Ox}$	1.083	1.089 6	0.006 6	0.61	$k_{0z}$	6310	6310.41	0.410 0	0.01
$D_{Oy}$	1.023	1.017 1	-0.005 9	-0.58	$k_{1x}$	160	159.75	-0.250 0	-0.16
$D_{Oz}$	0.933	0.950 0	0.017 0	1.82	$k_{1y}$	100	100.22	0.220 0	0.22
$D_{Sx}$	1.083	1.073 9	-0.009 1	-0.84	$k_{1z}$	1100	1101.31	1.310 0	0.12
$D_{Sy}$	1.023	1.032 5	0.009 5	0.93	$k_{2x}$	12	12.02	0.020 0	0.17
$D_{Sz}$	0.933	0.926 9	-0.006 1	-0.65	$k_{2y}$	12	12.02	0.020 0	0.17
$D_{I_{Ix}}$	0.060	0.060 3	0.000 3	0.50	$k_{2z}$	12	11.99	-0.010 0	-0.08
$D_{I_{Iy}}$	0.060	0.060 3	0.000 3	0.50	$k_{3x}$	3	2.99	-0.010 0	-0.33
$D_{I_{Iz}}$	0.060	0.060 6	0.000 6	1.00	$k_{3y}$	3	3.00	0.000 0	0.00
$D_{SSx}$	0.060	0.060 6	0.000 6	1.00	$k_{3z}$	3	3.01	0.010 0	0.33
$D_{SSy}$	0.060	0.060 9	0.000 9	1.50	$k_{IPx}$	5	5.00	0.000 0	0.00
$D_{SSz}$	0.060	0.060 3	0.000 3	0.50	$k_{IPy}$	5	4.98	-0.020 0	-0.40
$D_{I_{Ox}}$	0.045	0.044 8	-0.000 2	-0.44	$k_{IPz}$	5	4.95	-0.050 0	-1.00
$D_{I_{Oy}}$	0.045	0.046 2	0.001 2	2.67	$\theta_{py}$	305	304.98	-0.020 0	-0.01
$D_{I_{Oz}}$	0.045	0.045 1	0.000 1	0.22	$\theta_{pz}$	305	305.10	0.100 0	0.03
$D_{I_{Sx}}$	0.045	0.044 6	-0.000 4	-0.89	$\theta_{oz}$	260	259.95	-0.050 0	-0.02
$D_{I_{Sy}}$	0.045	0.045 1	0.000 1	0.22					

### 4 结论

针对离心机试验中惯导平台误差系数辨识问题,根据误差系数之间的相关系数之和最小这一原则优化得到了一组 6 位置方案。仿真结果表明,利用该方案可以有效辨识出与加速度相关的各阶误差系数且辨识精度较高。另外,利用相关系数分析来分析系统可观测性为可观测性分析提供了新的思路。

### 参考文献 (References)

[1] 肖正林, 钱培贤, 徐军辉. 三轴平台快速自标定与自对准方法探讨[J]. 宇航学报, 2006, 27(2): 222 - 226.  
XIAO Zhenglin, QIAN Peixian, XU Junhui. Research on rapid auto-calibration and auto-alignment method for three axis platform[J]. Journal of Astronautics, 2006, 27(2): 222 - 226. (in Chinese)

[2] 包为民, 申功勋, 李华滨. 惯性平台在系统中多位置翻滚自标定方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2011, 37(4): 462 - 465.  
BAO Weimin, SHEN Gongxun, LI Huabin. Investigation on inertial platform multi-position rolling self-calibration [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2011, 37(4): 462 - 465. (in Chinese)

[3] 曹渊, 张士峰, 杨华波, 等. 惯导平台误差快速自标定方法[J]. 宇航学报, 2011, 32(6): 1281 - 1287.  
CAO Yuan, ZHANG Shifeng, YANG Huabo, et al. Research on rapid self-calibration method for inertial platform [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(6): 1281 - 1287. (in Chinese)

[4] Cao Y, Cai H, Zhang S F, et al. A new continuous self-calibration scheme for a gimbaled inertial measurement unit[J]. Measurement Science and Technology, 2012,

23(1): 015103.

[5] 丁智坚, 蔡洪, 杨华波, 等. 浮球式惯性平台连续翻滚自标定自对准方法[J]. 国防科技大学学报, 2015, 37(3): 148 - 154.  
DING Zhijian, CAI Hong, YANG Huabo, et al. Continuous self-calibration and self-alignment method for floated inertial platform [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2015, 37(3): 148 - 154. (in Chinese)

[6] Wang H G, Williams T C. Strategic inertial navigation systems-high-accuracy inertially stabilized platforms for hostile environments [J]. IEEE Control Systems, 2008, 28(1): 65 - 85.

[7] Hellings F J. Application of extended Kalman filtering to a dynamic laboratory calibration of an inertial navigation system[R]. AD763718, 1973.

[8] Silver M. Optimum filtering techniques applied to centrifuge testing of missile inertial platforms[C]//Proceedings of AIAA Test Effectiveness in the 70's Conference, 1970.

[9] 陈才, 郭刚, 苏宝库. 基于离心机测试的惯导平台误差系数辨识研究[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(8): 1737 - 1740.  
CHEN Cai, GUO Gang, SU Baoku. Research on error model identification of inertial navigation platform based on centrifuge testing [J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(8): 1737 - 1740. (in Chinese)

[10] Su B K, Chen C, Guo G. Application of unscented Kalman filter in identification of INS error parameters based on centrifuge test [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2010, 18(3): 382 - 386.

[11] 陈雨, 赵剡, 李群生. 一种可观度分析方法及在传递对准中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2013, 21(4): 467 - 471.  
CHEN Yu, ZHAO Yan, LI Qunsheng. Observable degree analysis method and its application in transfer alignment [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2013, 21(4): 467 - 471. (in Chinese)