doi:10.11887/j.cn.201704030

http://journal. nudt. edu. cn

装备外壳结构周期设计及其振动特性。

李雁飞^{1,2},沈惠杰^{1,2},苏永生^{1,2},章林柯³ (1. 海军工程大学动力工程学院,湖北武汉 430033; 2. 海军工程大学舰船动力工程军队重点实验室,湖北武汉 430033; 3. 武汉理工大学能源与动力学院,湖北武汉 430063)

摘 要:将声子晶体能带理论应用于装备外壳结构设计,把装备外壳圆柱壳段设计成周期结构。基于多 子结构的双协调自由界面模态综合法,计算并对比了周期圆柱壳与非周期圆柱壳对弯曲振动的衰减特性。 结果表明,周期圆柱壳中有弯曲振动强衰减带隙存在,而非周期结构中则没有带隙存在。进一步研究了轴向 周期复合夹层材料圆柱壳的弯曲振动特性。同样,该周期复合夹层结构中依然有弯曲振动带隙存在,且在带 隙频率范围内弯曲振动传播将受到明显的抑制。最后,考虑实际装备外壳形状,研究了含周期结构圆柱段的 复杂装备外壳振动特性。研究表明,经过局部周期设计的复杂装备外壳保持了带隙特性,这说明了将能带理 论应用于工程实际装备外壳的振动控制具有可行性。

关键词:声子晶体;能带;结构设计;周期圆柱壳;振动特性 中图分类号:TH14 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2017)04-192-07

Periodic design of equipment shell structure and its vibration property

LI Yanfei^{1,2}, SHEN Huijie^{1,2}, SU Yongsheng^{1,2}, ZHANG Linke³

(1. College of Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;

2. Military Key Laboratory for Naval Ship Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;

3. School of Energy and Power Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, China)

Abstract: The BG (band gap) theory of PCs (phononic crystals) is introduced into the structure design for equipment shell, and the cylindrical shell section of equipment was designed to be periodically composite material structure. Utilizing the model synthetic technology, the transmission characteristics of flexural vibration in the periodic and the non – periodic cylindrical shells are calculated and compared. Results show that, in the periodic shell structure, there exist several flexural vibration BGs; whereas in the non – periodic shell, these BGs will disappear. Further, a periodic cylindrical shell made of composite laminated material is constructed and its vibration properties of are investigated. As expected, the existence of BGs in such a periodic structure is guaranteed and flexural vibration transmitting in this system will be attenuated apparently. Finally, as for practical engineering application, vibration properties of a complex equipment shell of which has periodic section in it are studied. Calculation results reveal that the introduction of BG theory into the vibration control for engineered equipment shell is quite feasible, since the complex equipment shell with locally periodic structure always maintain the BG characteristics.

Key words: phononic crystals; band gap; structure design; periodic cylindrical shell; vibration property

圆柱壳广泛存在于各种装备外壳中,如航空 航天飞行器、水中兵器等。装备外壳除首部和尾 部外的大部分舱段的结构形式是圆柱形壳体结 构,圆柱壳体是装备外壳的基本形式。装备外壳 在航运中会不可避免受到来自外部流体或内部机 械设备等力作用而产生振动,振动不仅影响内载 仪器设备的精度,甚至引起壳体的结构破坏。因 此,对装备外壳进行振动控制意义重大。国内外 学者对其做了长期不懈的研究^[1-5]。

对圆柱壳体振动的控制,常用的方法有在壳 体敷设阻尼材料或在圆壳内多加筋等技术手 段^[6-7],这些减振方法起到了一定的效果。随着 科学技术的发展,装备振动与噪声控制设计已成 为现代设计理论中的重要组成部分。圆柱壳的振 动控制已从"治理技术"向"设计技术"转变,考虑 多种振动控制技术下的圆柱结构设计十分必要。

* 收稿日期:2016-01-25
 基金项目:国家自然科学基金资助项目(51306205,11372346,51202404)
 作者简介:李雁飞(1978-),男,山东淄博人,副教授,博士,E-mail;liyanfei0862@sina.com;
 沈惠杰(通信作者),男,讲师,博士,E-mail;shj588@163.com

近年来,凝聚态物理领域中声子晶体能带理论 的出现为振动控制研究注入了新的活力^[8-12]。能 带是指弹性波在周期排列的材料或结构中传播时 存在的波传播通带和禁带的总称^[13-15]。弹性波传 播禁带即所谓的带隙,在带隙频率范围内,波传播 将被抑制,且频率范围可人为设计。这使得能带原 理在减振降噪领域具有广阔的应用前景,有望为装 备外壳的结构振动控制提供一条新的技术途径。

本文基于声子晶体能带理论,将装备外壳圆柱 壳段设计成周期结构,并给出无限周期结构的圆柱 壳的弯曲振动能带结构图。开发了多子结构的双 协调自由界面模态综合法算法程序。计算了有限 周期圆柱壳结构的弯曲振动频响曲线。研究了轴 向周期复合夹层材料圆柱壳的弯曲振动特性及带 隙内的振动衰减特性。考虑实际装备外壳形状,研 究了含周期圆柱段结构的复杂装备外壳振动特性。

1 双协调自由界面模态综合法

1.1 子结构动力方程与模态集

假设装备外壳整体结构划分为1,2,3,…,n 个子结构,如图1所示。当整个结构做自由振动 时,子结构只有在对接界面上才有力作用,对于整 体结构中的子结构*i*,其动力学方程为:

 $[M_i] \{ u_i \} + [K_i] \{ u_i \} = \{ f_i^* \} = [B_i]^{\mathrm{T}} \{ f_{iJ} \}$ (1)

其中, $\{f_i^*\}$ 是节点力列阵, $[B_i]$ 是从子结构自由度中 提取界面自由度的布尔矩阵, $\{f_i\}$ 是界面力列阵。





Fig. 1 Sketch of the equipment structure and its substructures

将子结构 i 的完备主模态集[Φ_i]划分为低 阶主模态集[Φ_{ii}]和高阶主模态集[Φ_{id}],则子结 构的位移 $\{u_i\}$ 可用模态位移 $\{p_i\}$ 表式为:

$$\{p_i\} = \begin{bmatrix} \Phi_{ik} & \Phi_{id} \end{bmatrix} \{p_{ik} & p_{id} \}$$
 (2)

将变换式(2)代入子结构 i的动力学方程(1),并左乘[$\boldsymbol{\Phi}_i$]^T,得:

$$\begin{bmatrix} I_{ik} & 0\\ 0 & I_{id} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{p}_{ik}\\ \ddot{p}_{id} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Lambda_{ik} & 0\\ 0 & \Lambda_{id} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{ik}\\ p_{id} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{ik} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\\ \begin{bmatrix} \Phi_{id} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_i \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \{ f_{ij} \}$$
(3)

其中: $[\Lambda_{ii}]$ 和 $[\Lambda_{id}]$ 分别是低阶主模态 $[\Phi_{ii}]$ 和高 阶主模态 $[\Phi_{id}]$ 集所对应的特征对角矩阵; $\{p_{ik}\}$ 是子结构低阶分量的位移列向量, $\{p_{id}\}$ 是子结构 高阶分量的位移列向量。由于子结构振动的频率 比高阶模态的频率要小得多,因而惯性力比弹性 力要小得多,所以子结构高阶弹性主模态对整体 结构最前几阶固有模态的贡献十分接近于静态分 量。因此,对式(3)高阶模态的动力学方程可以 用它的静态方程近似地表示为:

 $[\boldsymbol{\Lambda}_{id}] \{\boldsymbol{p}_{id}\} = [\boldsymbol{\Phi}_{id}]^{\mathrm{T}} [\boldsymbol{B}_{i}]^{\mathrm{T}} \{f_{iJ}\}$

 $\Rightarrow \{p_{id}\} = [\Lambda_{id}]^{-1} [\boldsymbol{\Phi}_{id}]^{\mathsf{T}} [B_i]^{\mathsf{T}} \{f_{ij}\}$ (4) 将(4)式代人式(2),得:

$$u_i\} = \begin{bmatrix} \Phi_{ik} & \Psi_{id} \end{bmatrix} \{ p_{ik} \quad f_{iJ} \}$$
 (5)

式中: $[\Psi_{id}] = [\Phi_{id}] [\Lambda_{id}]^{-1} [\Phi_{id}]^{T} [B_{i}]^{T}; 剩余模$ $态[\Psi_{id}] 代表高阶截断模态的静态贡献,故用$ $<math>[\Psi_{id}]$ 参与综合可大大提高自由界面模态综合法 的精度。双协调自由界面模态综合法计算精度的 提高在于它用高阶主模态推导出了剩余模态 $[\Psi_{id}], 并以此来代替略去的高阶主模态,这样,$ 就改进了 Ritz 基的近似程度,从而提高了自由界面模态综合法的精度。

低阶主模态集[$\boldsymbol{\Phi}_{ik}$]子结构 *i* 的保留模态集, 可以通过计算或试验方法得到。关键是如何获得 剩余模态集[$\boldsymbol{\Psi}_{id}$]。在式(3)中,[$\boldsymbol{\Phi}_{id}$]是要被删 除的项,因此用式(4)并不能求出剩余模态 [$\boldsymbol{\Psi}_{id}$],需要从另一个角度去推导剩余模态。下 面给出了两种情况下子结构剩余模态的求法。

 1)子结构无刚体模态。当在子结构无刚体 模态时,子结构的剩余模态是对接力的剩余柔 度,则:

$$\left[\boldsymbol{\Psi}_{id} \right] = \left[\boldsymbol{\Psi}_{ia} \right] - \left[\boldsymbol{\Psi}_{ik} \right] \tag{6}$$

其中: [Ψ_{ia}]表示关于界面的总柔度矩阵; [Ψ_{ik}] 表示低阶模态的保留柔度矩阵,且[Ψ_{ia}] = [K_i]⁻¹[B_i]^T, [Ψ_{ik}] = [Φ_{ik}][Λ_{ik}]⁻¹[Φ_{ik}]^T[B_i]。

2)子结构有刚体模态。当在子结构有刚体 模态时, [*K_i*]⁻¹不存在。因此,必须把刚体位移 分离出来,然后用式(6)求解。子结构*i*的位移可 以写为:

$$\{u_i\} = \{u_{iR}\} + \{u_{iE}\} = \left[\left[\boldsymbol{\Phi}_{iR}\right] \quad \left[\boldsymbol{\Phi}_{iE}\right]\right]\{p_{iR} \quad p_{iE}\}'$$
(7)

其中, $\{u_{ik}\}$ 是刚体位移列向量, $\{u_{ik}\}$ 为弹性位移列向量。

将式(7)代入子结构动力学方程(1),考虑刚 体位移不产生弹性力,通过引入刚体位移产生的 惯性力,并把它作为外力,可得出弹性位移的动力 学方程:

 $[M_i] \{ \ddot{u}_{iE} \} + [K_i] \{ u_{iE} \} = [B_i]^{\mathrm{T}} \{ f_{iJ} \} - [M_i] \{ \ddot{u}_{iR} \}$ (8)

将式(7)代入式(8)并左乘[Φ_{iR}]^T,由于纯弹 性模态与刚体模态正交,并且关于质量归一,故有 $\{\dot{p}_{iR}\} = [\Phi_{iR}]^{T} \{f_{iJ}\}$ 。当在对接界面力 $\{f_{iJ}\}$ 上叠加刚体运动的惯性力[M_{i}] $\{\ddot{u}_{iR}\}$ 时,子结构 的静力方程可表示为:

 $\left[\begin{array}{c} K_i \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} u_i \end{array} \right\} = \left\{ f_i^* \right\} - \left[\begin{array}{c} M_i \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} u_{iR} \end{array} \right\}$

$$= ([I_i] - [M_i] [\Phi_{iR}] [\Phi_{iR}]^{\mathrm{T}}) [B_i]^{\mathrm{T}} \{f_{iJ}\} (9)$$

若悬浮子结构有 R 个刚体模态($0 \le R \le 6$), 则式(9)中的[K_i]为 R 度奇异刚度矩阵,为求解 该式,必须施加刚好 R 个约束,把约束后的子结 构的位移列阵记为{ u_{ic} },则有{ u_i } = [C_i]{ u_{ic} }, 其中,[C_i]为有无刚体位移列阵转换的布尔矩 阵,将此式代入式(9)并左乘[C_i]^T得:

$$\{u_{ic}\} = [K_{icc}]^{-1} [C_i]^{\mathrm{T}} ([I_i] - [M_i] [\Phi_{iR}] [\Phi_{iR}]^{\mathrm{T}}) \{f_i\}$$

$$(10)$$

其中, [K_{icc}] = [C_i]^T [K_i] [C_i] , [K_{icc}] 为正定 矩阵。

田式(9)~(10)待:

$$\{u_i\} = [C_i][K_{icc}]^{-1}[C_i]^{\mathrm{T}}([I_i] - [M_i][\Phi_{iR}][\Phi_{iR}]^{\mathrm{T}})\{f_i\}$$
(11)

由式(7)得纯弹性位移列阵 $\{u_{iE}\} = \{u_i\} - [\Phi_{iR}]\{p_{iR}\}, 左乘[\Phi_R]^T[M], 得:$

$$\{p_{iR}\} = [\Phi_{iR}]^{T} [M_{i}] \{u_{i}\}$$
 (12)
由式(7)、式(11)和式(12)得:

$$\{u_{iE}\} = [\Delta_i]^{\mathrm{T}} [C_i] [K_{icc}]^{-1} [C_i]^{\mathrm{T}} [\Delta_i] \{f_i\} = [\Psi'_{ia}] \{f_{ij}\}$$
(13)

式中, $[\Delta_i] = [I_i] - [M_i] [\Phi_{iR}] [\Phi_{iR}]^{\mathrm{T}}, [\Psi'_{ia}] = [\Delta_i]^{\mathrm{T}} [C_i] [K_{icc}]^{-1} [C_i]^{\mathrm{T}} [\Delta_i] [B_i]^{\mathrm{T}}$ 。

再利用式(6)求出[Ψ'_{ik}]和剩余模态 [Ψ'_{id}],得:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi'}_{ik} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi'}_{ik} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Lambda'}_{ik} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi'}_{ik} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{i} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi'}_{id} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi'}_{ia} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi'}_{ik} \end{bmatrix}$$

(14)

其中,保留模态集[Φ'_{ik}]中仅考虑弹性主模态, [Λ'_{ik}]中无零特征值。

1.2 整体结构动力方程综合

前面分析得到了各个子结构的模态集以及其 动力学方程。下面将各个子结构的动力学方程进 行综合,以求得整体结构的动力学方程。在图1 所示的简单整体结构及其子结构中,各个子结构 的动力学方程为:

$$\begin{cases} [M_{1}] \{ \dot{u}_{1} \} + [K_{1}] \{ u_{1} \} = [B_{1}]^{T} \{ f_{IJ} \} \\ [M_{2}] \{ \dot{u}_{2} \} + [K_{2}] \{ u_{2} \} = [B_{2JL}]^{T} \{ f_{2JL} \} + [B_{2JR}]^{T} \{ f_{2JR} \} \\ \vdots \\ [M_{n}] \{ \dot{u}_{n} \} + [K_{n}] \{ u_{n} \} = [B_{n}]^{T} \{ f_{nJ} \} \end{cases}$$

$$(15)$$

各子结构界面节点位移向量可以用布尔矩阵 乘以物理坐标得到,并代入式(5),可得:

$$\begin{cases} u_{1J} \} = [B_1]([\Phi_{1k}] | p_{1k}] + [\Psi_{1d}] | f_{1J} \}) \\ u_{2JL} \} = [B_{2L}]([\Phi_{2k}] | p_{2k}] + [\Psi_{2d}] | f_{2J} \}) \\ u_{2JR} \} = [B_{2R}]([\Phi_{2k}] | p_{2k}] + [\Psi_{2d}] | f_{2J} \}) \\ \vdots \\ u_{n-1JL} \} = [B_{n-1L}]([\Phi_{n-1k}] | p_{n-1k}] + [\Psi_{n-1d}] | f_{n-1J} \}) \\ u_{n-1JR} \} = [B_{n-1R}]([\Phi_{n-1k}] | p_{n-1k}] + [\Psi_{n-1d}] | f_{n-1J} \}) \\ u_{nJ} \} = [B_n]([\Phi_{nk}] | p_{nk}] + [\Psi_{nd}] | f_{nJ} \}) \end{cases}$$

$$(16)$$

各子结构界面位移和力的协调条件为:

 $\begin{aligned} \{u_{1J}\} &= \{u_{2JL}\}, \cdots, \{u_{n-2JR}\} = \{u_{n-1JL}\}, \{u_{n-1JR}\} = \{u_{nJ}\}; \\ \{f_{1J}\} &+ \{f_{2JL}\} = \{0\}, \cdots, \{f_{n-2JR}\} + \{f_{n-1JL}\} = \{0\}; \\ \{f_{n-1J}\} &= [B_{n-1JL}]^{\mathrm{T}} \{f_{n-1JL}\} + [B_{n-1JR}]^{\mathrm{T}} \{f_{n-1JR}\} \end{aligned}$

将各子结构界面位移和力的协调条件代入 式(16),并消去多余变量,可以求得界面力的表 达式:

$$\begin{bmatrix} \{f_{1J}\} \\ \{f_{2JR}\} \\ \vdots \\ \{f_{n-1JR}\} \\ \{f_{nJ}\} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} [\alpha_{11}] & [\alpha_{12}] & \cdots & [\alpha_{1n}] \\ [\alpha_{21}] & [\alpha_{22}] & \cdots & [\alpha_{2n}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\alpha_{n-1,1}] & [\alpha_{n-1,2}] & \cdots & [\alpha_{n-1,n}] \\ -[\alpha_{n-1,1}] & -[\alpha_{n-1,2}] & \cdots & -[\alpha_{n-1,n}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{p_{1k}\} \\ \{p_{2k}\} \\ \vdots \\ \{p_{n-1k}\} \\ \{p_{nk}\} \end{bmatrix}$$
(17)

令子结构广义坐标 $\{q_j\} = \{p_{jk} | f_{jj}\}, 则整体 结构广义坐标为:$

$$\boldsymbol{q} = \{ \{ p_{1k} \ f_{1J} \} \ \{ p_{2k} \ f_{2J} \} \ \cdots \ \{ p_{nk} \ f_{nJ} \} \}$$
(18)

由式(17)、式(18)得:

$$\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{p} \tag{19}$$

其中, $\boldsymbol{p} = \{p_{1k} \quad p_{2k} \quad \cdots \quad p_{nk}\}_{\circ}$

将式(5)代入子结构动力学方程(15),并左 乘 $\boldsymbol{\Phi} = \text{diag}([\boldsymbol{\Phi}_1] [\boldsymbol{\Phi}_2] \cdots [\boldsymbol{\Phi}_n]),可得:$ $\overline{M}\ddot{\boldsymbol{p}} + \overline{K}\boldsymbol{p}_1 = \overline{f}$ (20)

式中, \overline{M} 和 \overline{K} 分别为模态质量矩阵和模态刚度 矩阵。再利用式(19)对式(20)进行坐标变换化 其中,

简。可以证明(20)右端不受外力时,左乘 $\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}$ 后 右端为零。

$$\widetilde{\boldsymbol{M}}\widetilde{\boldsymbol{q}} + \widetilde{\boldsymbol{K}}\boldsymbol{q} = \boldsymbol{0} \tag{21}$$

由式(21)可计算整体结构的固有频率。而 当子结构有受到除了界面里以外的外力作用时 式(21)变为:

$$\widetilde{M}\ddot{q} + \widetilde{K}q = \widetilde{F}$$
 (22)
 \widetilde{M} 和 \widetilde{K} 分别为广义坐标下的模态质量矩阵

和模态刚度矩阵,
$$\tilde{F} = \boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}} \begin{cases} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{1} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{1f} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \{f_{1f} \} \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{2} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{2f} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \{f_{2f} \} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{n} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{nf} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \{f_{nf} \} \end{cases}$$
。

由式(22)可以得到整体结构在外力作用下的振动响应 $q = \{q_1 \ q_2 \ \cdots \ q_n\}$ 。如果关心第j个子结构的振动向量场,可以提取第j个子结构的振动向量 $\{q_j\}$,再利用式(5)进行坐标转换,便可得到第j个子结构物理坐标振动向量场。

1.3 频率截断准则

以 $\theta_k(k=1,2,\dots,n)$ 表示整体结构的前 n 阶 结构低阶频率, ω_i 为子结构第 i 阶固有频率。令:

$$\boldsymbol{\beta}_{i} = 1 + \left(\frac{\boldsymbol{\theta}_{k}}{\boldsymbol{\omega}_{i}}\right)^{2}, \ k = 1, 2, \cdots, n, i > s \quad (23)$$

其中, β_i 表示动力系数,它表示振幅与激励力幅 值引起的静位移之比。当子结构的固有频率与整 体结构的固有频率相当时,动力系数很大,这时子 结构的第 *i* 阶模态对整个结构的振动贡献也会很 大。在进行整体结构模态综合时,应使子结构的 固有频率远大于整体结构的固有频率。因此,当 待求系统的最高固有频率 θ_k 确定后,总可找到满 足精度要求的子结构阶次 *s*,使得式(23)近似等 于1,这就是所谓的频率截断准则。

2 计算结果与讨论

基于声子晶体的能带理论^[13-15],将装备外壳 中圆柱舱段设计成周期结构,如图 2 所示。圆柱 段 A 和 B 沿轴向周期分布,其长度分别为 a_1 和 a_2 ,那么一个周期单元的长度(晶格常数)为 a = $a_1 + a_2$;圆柱壳的平均直径为 D_0 ,厚度为 t_0 由能 带理论知,能带结构图(色散曲线)可以清晰地描 述弹性波在无限周期结构中的传播特性。为此, 首先计算无限周期圆柱壳中弹性波的传播特性。 计算中,圆柱段 A 和 B 的长度均取 3 m,圆柱壳平 均直径为 3 m,厚度为 0.16 m;圆柱段 A 和 B 材 料分别为铝和硬橡胶,铝的杨氏模量、泊松比和密 度分别为 70 GPa, 0.3 和 2700 kg/m³;硬橡胶的 杨氏模量、泊松比和密度分别为 3.6 GPa,0.367 和 1180 kg/m³。图 3 所示为文献[9]中的传递矩 阵法计算所得的上述参数下无限周期圆柱壳的弯 曲振动能带结构图。从图 3 中可以发现在 0 ~ 250 Hz频率范围内,出现了两个比较宽的带隙 (图 3 中灰色区域),分别为 98 ~ 141 Hz 和 176 ~ 242 Hz,在带隙频率范围内,弯曲波的传播将受到 抑制。



进一步,基于所开发的多子结构双协调自由 界面模态综合法 MATLAB 程序,计算有限周期圆 柱壳结构在上述参数下的频率响应曲线,如图4 粗实线所示。有限周期圆柱段由4个周期单元组 成,即采用4个子结构的双协调自由界面模态综 合法;点划线所示则为文献[9]的传递矩阵法计 算所得的相同参数下周期圆柱壳的频率响应曲 线。在利用模态综合法计算之前首先要有每个子 结构的模态信息,利用有限元分析软件 ANSYS 来 仿真计算获得每个子结构的模态信息。由于每个 周期单元的结构、材料及几何尺寸相同,只需计算 一个子结构的模态信息即可。子结构的刚度矩阵 和质量矩阵可以通过有限元动力学方程计算获 得,也可以通过编写 MATLAB 程序读出 ANSYS 中子结构有限元模型的刚度矩阵和质量矩阵。采 用后者来获得子结构的刚度阵和质量阵。对比 图 4 粗实线、点划线以及图 3 的能带结构图,可以 发现:图4在98~141 Hz和176~242 Hz频率范 围对弯曲振动的传播存在较强的衰减作用。衰减 区域与图3灰色区域所示的带隙频率范围基本一 致。这一方面说明了本文所开发的双协调自由界 面模态综合法算法程序的正确性;另一方面,说明 了在带隙频率范围内弯曲振动在此周期圆柱段传 播时确实受到抑制,从理论上证实了能带理论应 用于壳体结构振动控制的可行性。同时,图4还 给出了非周期圆柱壳的弯曲振动频响曲线,如 图4 中虚线所示,其所对应的圆柱壳平均半径、 厚度、材料及圆柱段 A 和 B 的总长度均与图 4 相 同,不同的是圆柱段 A 和 B 的排列不是周期结 构。圆柱段 A 和 B 按 ABAB 排列,但其长度依次 是9m,6m,3m和6m,从而构成非周期圆柱段。 对比图4中的粗实线与虚线,可以得出非周期圆 柱壳结构不存在带隙现象,没有出现对振动衰减 强烈的带隙频率范围。这凸显了基于能带理论的 周期结构设计对圆柱壳结构振动传播的控制 效果。



图 4 有限轴向周期圆柱壳的振动频响曲线 Fig. 4 Frequency response function of the finite axial periodic cylindrical shell

由于复合夹层材料具有比重轻、强度高等优 点,被广泛应用于飞行器和高速交通工具。因此, 对于复合夹层材料圆柱壳体的振动控制尤为重 要。下面进一步研究轴向周期复合夹层材料圆柱 壳的振动特性。复合夹层材料结构如图 5 所示。 在图 2 所示的圆柱壳 A 和 B 中分别选图 5 所示 的 A 和 B 复合夹层材料,这便构成轴向周期复合 夹层材料圆柱壳。取中间夹层材料 A 和 B 分别 为铝和橡胶,其厚度为 9 cm;夹层上下外板的材 料为铝,其厚度为 0.5 cm。橡胶的杨氏模量、泊松比 和密度分别为 0.28 GPa, 0.367 和 1180 kg/m³, 周 期圆柱壳单元的长度和平均半径与图 4 所示情况 相同。图 6 所示为该参数下, 4 个周期单元的轴 向周期复合夹层材料圆柱壳的弯曲振动频率曲

线。图6中实线、点划线和虚线分别对应复合夹 层材料周期圆柱壳、纯铝圆柱壳和复合夹层材料 非周期圆柱壳的弯曲振动频率曲线。其中非周期 圆柱壳由 A 和 B 两种复合夹层材料按 ABAB 排 列,其长度依次是9m,6m,3m和6m,从而构成 非周期圆柱段。观察图6实线,可以发现在0~ 250 Hz 频率范围内出现了两个比较明显的带隙: 130~170 Hz 和 200~238 Hz。在这两个带隙频 率范围内弯曲振动传播能得到较好的衰减。这说 明了周期复合夹层材料圆柱壳可以在特定频段对 弯曲振动传播起到很好的衰减作用。这种特性可 以应用于一定频段的弯曲振动传播控制。对比 图6中点划线和虚线,还可以发现,纯铝材料圆 柱壳和非周期圆柱壳均未出现这种特殊的带隙现 象。此外,图6中的带隙频率范围可以通过不同 的材料参数、几何参数进行设计调节[11],使得带 隙可以根据工程实际的振源频带合理设计带隙位 置、宽度,从而实现利用带隙抑制工程实际中的振 源传播。



图 5 复合夹层材料结构示意图

Fig. 5 Sketch of the structure of composite-sandwich material



图 6 轴向周期复合夹层材料圆柱壳的 弯曲振动频率曲线

Fig. 6 Frequency response function of the axial periodic composite-sandwich cylindrical shell

最后,考虑比较贴近工程实际的装备外壳形状,譬如图1(a)所示结构,研究其经过周期设计 后的弯曲振动特性。将图1(a)所示的装备外壳 划分成如图1(b)~(d)所示几个子结构,其中 图1(c)是图6所描述的周期壳单元,其材料参数

和几何参数均与图6时的情况相同,且共有4个 周期单元,构成装备外壳的周期圆柱段;图1(b) 的锥形外壳,高度为4m,壳厚度为10cm,材料为 铝; 艉部的梯形板壳材料为铝, 厚度亦为 10 cm, 梯形上边长为0.5 m,下边长为1 m,高度为2 m。 各个子结构的模态信息、刚度阵和质量阵由 ANSYS 计算,经 MATLAB 接口程序导出,并利用 6个子结构的双协调自由界面模态综合法进行计 算,得到表1所示的装备外壳振动固有频率和 图7所示的弯曲振动频响曲线。表1中所示的第 7 阶至 27 阶固有频率分别对应 ANSYS 计算结果 和模态综合法 (Model Synthetical Technology, MST)计算结果,第1~6阶为刚体振动模态,从第 7 阶开始为弹性体振动模态。对比 ANSYS 计算 结果和模态综合法计算结果,可以发现两者误差 最大为0.04‰,这再一次说明了本算法的正确性 和准确性。值得一提的是,多子结构双协调自由 界面模态综合法可以将复杂结构或系统划分成多 个简单的子结构,并分别进行振动模态计算或测 试,这与直接的系统有限元建模仿真分析相比,大

表1 装备外壳振动固有频	Į率
--------------	----

Tab. 1	Tab. 1 Natural frequencies of equipment shell	
阶次	ANSYS/Hz	MST($\times 100$)/Hz
7	10.823	0.108 23
8	10.823	0.108 23
9	24.028	0.24027
10	26.898	0.268 98
11	26.931	0.269 30
12	26.931	0.269 30
13	27.061	0.270 60
14	27.255	0.272 55
15	27.385	0.273 84
16	28.466	0.284 65
17	29.247	0.292 46
18	32.673	0.32673
19	33.768	0.337 68
20	40.143	0.401 43
21	41.731	0.417 31
22	43.882	0.438 83
23	46.366	0.463 60
24	46.366	0.463 67
25	49.807	0.498 07
26	51.285	0.512 85
27	52.722	0.527 22

大降低了系统建模的复杂度,提高了运算效率。 此外,文献[9]中的传递矩阵法仅适用于结构比 较规则、简单的系统,对于实际的复杂装备外壳振 动特性计算,该算法将难以计算。从图7可以发 现,该经过周期设计的装备外壳仍然呈现出带隙 特性(在0~250 Hz 频率范围内出现两个带隙,分 别为148~178 Hz 和217~239 Hz),在带隙内弯 曲振动衰减明显,因此,能带理论在装备外壳的振 动控制和外形设计指导方面具有重要应用价值。







3 结论

本文将能带理论应用于装备外壳结构设计, 把装备外壳圆柱壳段设计成周期结构,开发了多 子结构的双协调自由界面模态综合法 MATLAB 算法程序,并计算了轴向周期圆柱壳的弯曲振动 传播特性。计算结果表明:周期圆柱壳存在弯曲 振动带隙,在带隙内弯曲振动的传播能得到较强 的衰减;而非周期圆柱壳结构不存在带隙现象,没 有出现对振动衰减强烈的带隙频率范围。进一 步,研究了轴向周期复合夹层材料圆柱壳的弯曲 振动特性,研究发现:轴向周期复合夹层材料圆柱 壳存在弯曲振动衰减强烈的带隙频率范围。最 后,考虑实际装备外壳形状,研究了含周期结构圆 柱段的复杂装备外壳振动特性。经过周期设计的 装备外壳仍存在弯曲振动带隙,且在带隙内弯曲 振动衰减明显。因此,能带理论在装备外壳的振 动控制和外形设计指导方面具有一定的参考意义 和应用价值。

参考文献(References)

[1] Shen H, Paidoussis M P, Wen J, et al. The beam-mode stability of periodic functionally-graded-material shells conveying fluid[J]. Journal of Sound and Vibration, 2014, 333(10): 2735 - 2749.

- Ruzzene M. Non-axisymmetric buckling of stiffened supercavitating shells: static and dynamic analysis [J]. Computers and Structures, 2004, 82(2/3): 257 - 269.
- Baz A, Chen T. Control of axi-symmetric vibrations of cylindrical shells using active constrained layer damping[J]. Thin-Walled Structures, 2000, 36(1): 1-20.
- [4] 刘雁梅,黄协清. 阻尼复合圆柱壳体声振特性理论研究 进展与现状[J]. 振动与冲击,2000,19(2):40-43.
 LIU Yanmei, HUANG Xieqing. Research advances and present situation of theoretical vibroacoustic study on damping composite cylindrical shells [J]. Journal of Vibration and Shock, 2000, 19(2):40-43. (in Chinese)
- [5] Shen H J, Wen J H, Yu D L, et al. Stability of fluidconveying periodic shells on an elastic foundation with external loads[J]. Journal of Fluids and Structures, 2014, 46: 134 – 148.
- [6] 陈晓利,盛美萍. 多加筋圆柱壳体振动特性的导纳法研究[J]. 振动与冲击, 2007, 26(4): 133-135.
 CHEN Xiaoli, SHENG Meiping. Vibrational characteristics of a multi-beam-stiffened cylindrical shell by mobility analysis [J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(4): 133-135. (in Chinese)
- Shen H, Wen J, Yu D, et al. Control of sound and vibration of fluid-filled cylindrical shells via periodic design and active control [J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(18): 4193-4209.
- [8] 郁殿龙,温激鸿,刘耀宗,等. 充液周期管路的轴向振动 带隙特性[J]. 机械工程学报, 2009, 45(9): 36-40.
 YU Dianlong, WEN Jihong, LIU Yaozong, et al. Axial vibration property of periodic pipe system conveying fluid[J].
 Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(9): 36-40. (in Chinese)
- [9] 沈惠杰,温激鸿,郁殿龙,等.基于 Timoshenko 梁模型的 周期充液管路弯曲振动带隙特性和传输特性[J].物理学 报,2009,58(12):8357-8363.

SHEN Huijie, WEN Jihong, YU Dianlong, et al. Flexural vibration property of periodic pipe system conveying fluid based on Timoshenko beam equation [J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(12): 8357 - 8363. (in Chinese)

[10] 舒海生,张法,刘少刚,等.一种特殊的布拉格型声子晶体杆振动带隙研究[J].振动与冲击,2014,33(19): 147-151.

SHU Haisheng, ZHANG Fa, LIU Shaogang, et al. Research on the vibration band gap of a special rod of phononic crystals[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(19): 147 – 151. (in Chinese)

- [11] 温熙森,温激鸿,郁殿龙,等. 声子晶体[M].北京:国防 工业出版社,2009.
 WEN Xisen, WEN Jihong, YU Dianlong, et al. Phononic crystals [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2009.(in Chinese)
- [12] Xiao Y, Wen J H, Wen X S. Longitudinal wave band gaps in metamaterial-based elastic rods containing multi-degree-offreedom resonators [J]. New Journal of Physics, 2012, 14(3): 033042.
- [13] 陈圣兵,韩小云,郁殿龙,等.不同压电分流电路对声子 晶体梁带隙的影响[J].物理学报,2010,59(1):387-392.
 CHEN Shengbing, HAN Xiaoyun, YU Dianlong, et al. Influences of different types of piezoelectric shunting circuits on band gaps of phononic beam [J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(1):387-392. (in Chinese)
- [14] 王永岩.动态子结构方法理论及应用[M].北京:科学出版社,1999.
 WANG Yongyan. The theory and application of dynamics substructure method [M]. Beijing: Science Press, 1999. (in Chinese)
- [15] 王文亮,杜作润.结构振动与动态子结构方法[M].上海:复旦大学出版社,1985.
 WANG Wenliang, DU Zuorun. Structure vibration and dynamics sub-structure method [M]. Shanghai: Fudan University Press, 1985. (in Chinese)