

# 考虑落角约束与驾驶仪特性的自适应径向基空间末制导律\*

姜尚, 田福庆, 孙世岩, 梁伟阁

(海军工程大学兵器工程学院, 湖北武汉 430033)

**摘要:**为使舰炮制导炮弹在打击近岸机动目标的末制导段满足落角约束,考虑驾驶仪动态特性,基于自适应径向基逼近网络与动态面提出一种空间末制导律。构建弹目相对运动模型,通过带改进微分跟踪器的扩张状态观测器估计目标加速度。为零化视线角跟踪误差与角速率,采用自适应指数趋近律设计非奇异终端滑模,运用自适应径向基逼近网络削弱控制指令抖振。通过 Lyapunov 第二法证明了系统的视线角跟踪误差与视线角速率均最终一致有界。仿真实验表明:该末制导律使制导炮弹在空间中打击不同机动形式的近岸目标时,具备良好的末制导性能。

**关键词:**末制导;落角约束;自适应径向基;动态面;扩张状态观测器

**中图分类号:**V448.133 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2019)06-100-11

## Space terminal guidance law based on adaptive radial basis function with terminal angle constraints and autopilot characteristic

JIANG Shang, TIAN Fuqing, SUN Shiyan, LIANG Weige

(Institute of Weapons Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** In order to make the naval gun satisfy the terminal angular constraint while striking near shore maneuver target in terminal guidance section, a space terminal guidance law based on the adaptive RBF (radial basis function) approximation network and dynamic surface was proposed, which takes the dynamic characteristics of autopilot in consideration. The space relative motion model was constructed, and the extended state observer with modified tracking differentiator was used to estimate the acceleration of target. Aiming at zeroing the tracking error about line of sight angle and angular velocity, the nonsingular terminal sliding mode was designed with adopting adaptive exponential reaching law. The adaptive RBF approximation network was applied to weaken control instruction chattering. The tracking error about line of sight angle and angular velocity in system is uniformly bounded, which was proved by Lyapunov second method. Simulation experiment shows this terminal guidance law makes the guided projectile possess well terminal guidance performance while striking targets with different maneuver forms in space.

**Keywords:** terminal guidance; terminal angular constraint; adaptive RBF; dynamic surface; extended state observer

高新技术条件下的局部战争实践表明:“前沿作战,从海到陆,由海制陆”的海军战略亟须强有力的海上火力支援<sup>[1]</sup>。作为实现对近岸机动目标进行精确打击的尖兵利刃,大口径舰炮制导炮弹提供了坚实可靠的海上火力支援,然而制导炮弹空间运动的非线性<sup>[2]</sup>、驾驶仪动态特性、传感器量测误差、目标机动等直接降低了末制导精度<sup>[3]</sup>。因此,研究综合考虑上述因素的空间末制导律具有重要意义。

比例制导律(Proportional Navigation Guidance, PNG)及改进制导律在打击固定或慢速目标时,脱靶量小且易于工程实现<sup>[4]</sup>。高峰等<sup>[5]</sup>基于 PNG 提出含落角约束的二维偏置 PNG,增大了反坦克

导弹的落角。闫梁等<sup>[6]</sup>采用时变偏置角速率设计了三维偏置 PNG,脱靶量较小,但针对机动目标时,视线角速率会随弹目接近而发散<sup>[7]</sup>。

为使毁伤效果更好,常需以期望的落角击中目标<sup>[8-9]</sup>。Kim 等<sup>[10]</sup>首次考虑落角约束,众多学者则结合滑模控制<sup>[11-14]</sup>、自适应控制<sup>[14]</sup>、反演控制<sup>[15]</sup>、动态面控制<sup>[16-17]</sup>等现代控制理论,取得丰硕成果。

Shtessel 等<sup>[11]</sup>在二维平面提出了一种平滑二阶滑模控制,并证明了系统稳定性;赵曜等<sup>[12]</sup>提出了一种三维有限时间滑模制导律,利用 Lyapunov 方法证明了导弹能以期望的落角精确打击目标;Kumar 等<sup>[13]</sup>构建了非奇异滑模,设计

\* 收稿日期:2018-08-25

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61640308);国家部委基金资助项目(3020802010105)

作者简介:姜尚(1992—),男,山东淄博人,博士研究生,E-mail:jiangshang1992@126.com;

孙世岩(通信作者),男,副教授,博士,博士生导师,E-mail:ssy9751119@163.com

了含攻击角约束的非奇异终端滑模末制导律 (Nonsingular Terminal Sliding Mode Guidance, NTSMG); 邹昕光等<sup>[14]</sup> 结合自适应滑模, 利用 Lyapunov 理论设计了主动防御滑模自适应制导律, 并且文中指出驾驶仪动态特性会对末制导造成较大影响, 且变结构项易使控制指令抖振, 采用二阶动态环节描述较为合理; He 等<sup>[15]</sup> 考虑自动驾驶仪动态特性, 采用 Backstepping 方法设计的末制导律中含有视线角速率的高阶导数, 形式复杂烦琐。

上述文献未给出处理目标机动的具体方法。扩张状态观测器 (Extended State Observer, ESO) 可在无精确模型时估计系统内部状态和外部干扰, 由韩京清<sup>[18]</sup> 提出。文献[16]设计了考虑驾驶仪动态特性和目标机动的三维动态面导引律, 设计 ESO 估计视线角速率、目标机动, 运用动态面控制有效解决了“微分膨胀”, 但弹载传感器获得的视线角速率难免含有量测噪声。文献[17]将改进微分跟踪器 (Modified Tracking Differentiator, MTD) 应用于 ESO, 能在有限时间内精确拦截机动目标, 但未分析 ESO 的稳定性, 且没有有效处理变结构项抖振。

综合上述因素, 本文设计了自适应径向基空间末制导律 (Adaptive Radial basis function Space Terminal Guidance, ARSTG), 通过 Lyapunov 证明了视线角误差与角速率能收敛至零点充分小邻域内, 主要创新点为: ①设计改进扩张状态观测器 (Modified ESO, MESO) 精确观测目标机动, 抑制了量测噪声, 分析了含观测误差的系统稳定性; ②结合动态面避免求解高阶导数时的“微分膨胀”; ③设计了新型 RBF 逼近网络权值自适应律, 有效削弱了控制指令抖振。

## 1 模型建立

### 1.1 弹目空间相对运动模型

弹目空间相对运动如图 1 所示, P、T 分别表示弹、目, OXYZ 为惯性坐标系, OX<sub>s</sub>Y<sub>s</sub>Z<sub>s</sub> 为视线坐标系, 其单位矢量为 (*i<sub>s</sub>*, *j<sub>s</sub>*, *k<sub>s</sub>*), OX<sub>p</sub>Y<sub>p</sub>Z<sub>p</sub> 为炮弹弹道坐标系, OX<sub>T</sub>Y<sub>T</sub>Z<sub>T</sub> 为目标坐标系, R 为相对距离,  $\vartheta_s$ 、 $\varphi_s$  为视线倾、偏角, *V<sub>p</sub>*、*V<sub>T</sub>* 为弹、目速度,  $\vartheta_p$ 、 $\varphi_p$  为弹速前置倾、偏角,  $\theta_T$ 、 $\psi_T$  为目标弹道倾、偏角, 弹、目加速度在 OX<sub>s</sub>Y<sub>s</sub>Z<sub>s</sub> 上分量为  $\mathbf{a}_{PS} = [a_{pR}, a_{p\vartheta}, a_{p\varphi}]^T$ 、 $\mathbf{a}_{TS} = [a_{tR}, a_{t\vartheta}, a_{t\varphi}]^T$ , 视制导炮弹、目标为质点。

**假设 1** 弹、目加速度垂直于速度方向, 在

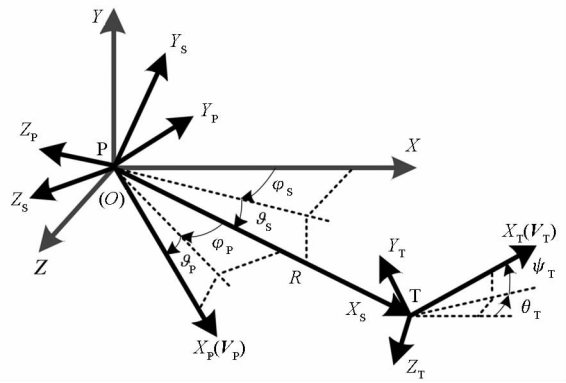


图 1 弹目空间相对运动

Fig. 1 Space relative motion of projectile and target

$OX_pY_pZ_p$ 、 $OX_TY_TZ_T$  分量为  $\mathbf{a}_{PP} = [0, a_{pY}, a_{pZ}]^T$ 、 $\mathbf{a}_{TT} = [0, a_{tY}, a_{tZ}]^T$ , 速度恒定, 且  $V_p > V_T$ <sup>[8]</sup>。

空间弹目相对运动标量方程为

$$a_{tR} - a_{pR} = \ddot{R} - R \dot{\vartheta}_s^2 - R \dot{\varphi}_s^2 \cos^2 \vartheta_s \quad (1)$$

$$a_{t\vartheta} - a_{p\vartheta} = R \ddot{\vartheta}_s + 2\dot{R} \dot{\vartheta}_s + R \dot{\varphi}_s^2 \sin \vartheta_s \cos \vartheta_s \quad (2)$$

$$a_{t\varphi} - a_{p\varphi} = 2R \dot{\vartheta}_s \dot{\varphi}_s \sin \vartheta_s - R \ddot{\varphi}_s \cos \vartheta_s - 2\dot{R} \dot{\varphi}_s \cos \vartheta_s \quad (3)$$

为便于分析, 令  $V_R = \dot{R}$ ,  $V_\vartheta = R \dot{\vartheta}_s$ ,  $V_\varphi = -R \dot{\varphi}_s \cos \vartheta_s$ , 式(2)~(3)可化简为

$$\dot{V}_\vartheta = -\frac{V_R V_\vartheta}{R} - \frac{V_\varphi^2 \tan \vartheta_s}{R} + a_{t\vartheta} - a_{p\vartheta} \quad (4)$$

$$\dot{V}_\varphi = -\frac{V_R V_\varphi}{R} + \frac{V_\vartheta V_\varphi \tan \vartheta_s}{R} + a_{t\varphi} - a_{p\varphi} \quad (5)$$

### 1.2 驾驶仪模型

驾驶仪存在动态延迟特性, 为保证末制导性能, 且不使其形式过于复杂, 宜将驾驶仪视为含有界干扰项的二阶惯性环节<sup>[16]</sup>, 即

$$\ddot{a}_{p\vartheta} = -2\zeta_\vartheta \omega_\vartheta \dot{a}_{p\vartheta} - \omega_\vartheta^2 a_{p\vartheta} + \omega_\vartheta^2 a_{p\vartheta}^c + d_1 \quad (6)$$

$$\ddot{a}_{p\varphi} = -2\zeta_\varphi \omega_\varphi \dot{a}_{p\varphi} - \omega_\varphi^2 a_{p\varphi} + \omega_\varphi^2 a_{p\varphi}^c + d_3 \quad (7)$$

其中,  $\zeta_\vartheta$ 、 $\omega_\vartheta$ 、 $a_{p\vartheta}^c$ 、 $d_1$  与  $\zeta_\varphi$ 、 $\omega_\varphi$ 、 $a_{p\varphi}^c$ 、 $d_3$  分别为驾驶仪在俯仰与偏航通道的阻尼比、固有角频率、加速度控制指令、有界干扰项。

**假设 2**  $d_1$ 、 $d_3$  均有界, 即存在未知的正常数  $D_1$  和  $D_3$  满足  $|d_1| \leq D_1$ 、 $|d_3| \leq D_3$ 。

### 1.3 近岸机动目标模型

近岸机动目标由一阶惯性环节描述

$$\tau_{TY} \dot{a}_{TY} = a_{TY}^c - a_{TY} \quad (8)$$

$$\tau_{TZ} \dot{a}_{TZ} = a_{TZ}^c - a_{TZ} \quad (9)$$

其中,  $\tau_{TY}$ 、 $\tau_{TZ}$  为时间常数,  $a_{TY}^c$ 、 $a_{TZ}^c$  为纵、横向加速度指令。

**假设 3**  $a_{T\vartheta}$ 、 $a_{T\varphi}$ 、 $\dot{a}_{T\vartheta}$ 、 $\dot{a}_{T\varphi}$  的界已知, 并且满足

$$|a_{T\vartheta}| \leq a_{T\vartheta\max}, |a_{T\varphi}| \leq a_{T\varphi\max}, |\dot{a}_{T\vartheta}| \leq \dot{a}_{T\vartheta\max}, |\dot{a}_{T\varphi}| \leq \dot{a}_{T\varphi\max}.$$

## 2 MESO 设计

由式(4)~(5)可知, 目标机动是影响末制导性能的一种外界扰动, 其作用反映在输出信息  $V_\vartheta$ 、 $V_\varphi$  中<sup>[18]</sup>, 现令  $\bar{x} = [\bar{x}_1, \bar{x}_2]^T = [V_\vartheta, V_\varphi]^T$ ,

$$f(\bar{x}) = \begin{bmatrix} -V_R \bar{x}_1 / R - \bar{x}_2^2 \tan \vartheta_s / R \\ -V_R \bar{x}_2 / R + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \tan \vartheta_s / R \end{bmatrix}, \bar{b} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\bar{u} = [\bar{u}_1, \bar{u}_2]^T = [a_{p\vartheta}, a_{p\varphi}]^T, \bar{d} = [\bar{d}_1, \bar{d}_2]^T = [a_{T\vartheta}, a_{T\varphi}]^T, \text{由式(4)、式(5)可得}$$

$$\dot{\bar{x}} = f(\bar{x}) + \bar{b}\bar{u} + \bar{d} \quad (10)$$

结合 MTD 设计 ESO: 为获得更好的观测效果, 结合二阶微分设计 MTD

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = v_2 \\ \dot{v}_2 = fhan(v_1 - v^*, v_2, r, h_0) \\ \hat{v} = v_1 + h v_1 + h^2 v_2 / 2 \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $\hat{v}$  为改进后跟踪值;  $v^*$  为含噪输入信号;  $v_1$  为去噪后跟踪值;  $v_2$  为去噪后微分信号;  $r$  为调节参数, 跟踪速度与其正相关;  $h_0$  为滤波因子;  $h$  为步长;  $fhan$  为非线性函数, 可参阅文献[18]。

因 ESO 只适用于单输入单输出系统, 将多输入多输出系统(10)分解为两个子系统

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_i = f_i(\bar{x}) + \bar{b}_i \bar{u}_i + \bar{d}_i \\ y_i = \hat{x}_i \end{cases}, i = 1, 2 \quad (12)$$

式中,  $y_i$  为系统输出, 扩展  $\bar{d}_i$  为新状态变量, 观测变量  $z_i = \hat{x}_i, z_{di} = \hat{d}_i$ , 设计 MESO 为

$$\begin{cases} \dot{z}_{i1} = z_{i2} \\ \dot{z}_{i2} = fhan(z_{i1} - \bar{x}_i, z_{i2}, r, h_0) \\ y_i = z_{i1} + h z_{i1} + h^2 z_{i2} / 2 \\ l_i = z_i - y_i \\ \dot{z}_i = z_{di} + f_i(z) + \bar{b}_i \bar{u}_i - \beta_{i1} l_i \\ \dot{z}_{di} = -\beta_{i2} fal(l_i, \alpha_i, \sigma_i) \\ l_{i+2} = z_{di} - \bar{d}_i \end{cases}, i = 1, 2 \quad (13)$$

式中,  $0 < \beta_{i1}, 0 < \beta_{i2}$  为观测器增益,  $l_i, l_{i+2}$  为观测误差, 非线性增益函数  $fal$  为

$$fal(l_i, \alpha_i, \sigma_i) = \begin{cases} |l_i|^{\alpha_i} \text{sign}(l_i), & |l_i| > \sigma_i \\ \frac{l_i}{\sigma_i^{1-\alpha_i}}, & |l_i| \leq \sigma_i \end{cases} \quad (14)$$

令  $d_2 = -l_3 / R, d_4 = -l_4 / [R \cos(x_1 + \vartheta^*)]$ , 满足  $|d_2| \leq D_2, |d_4| \leq D_4$ 。当 MESO(式(13))稳

态, 观测误差导数应趋于零, 可得其稳态误差为

$$\begin{cases} |l_1| \leq \frac{\sigma_1^{1-\alpha_1}}{\beta_{12}} \dot{a}_{T\vartheta\max} \\ |l_2| \leq \frac{\sigma_2^{1-\alpha_2}}{\beta_{22}} \dot{a}_{T\varphi\max} \\ |l_3| \leq \left(\beta_{11} + \frac{V_R}{R}\right) |l_1| + \frac{(V_\varphi + z_2)}{R} |l_2| \tan \vartheta_s \\ |l_4| \leq \left(\beta_{21} + \frac{V_R}{R}\right) |l_2| + \frac{(V_\vartheta + z_1)(V_\varphi + z_2)}{R} |l_1| |l_2| \tan \vartheta_s \end{cases} \quad (15)$$

由此可知, 通过选择合适的参数, 令  $\beta_{21}$  足够大于  $\beta_{11}$ , 则观测误差将足够小。

## 3 末制导律设计

末制导律的设计目的为: 考虑目标机动与驾驶仪动态特性, 使视线角跟踪误差与视线角速率最终能收敛至零点的任意小邻域内。受文献[19]启发, 若命中前视线角速率收敛到零, 则弹目命中的落角约束可转化为视线角约束, 设俯仰、偏航平面上的期望视线角为  $\vartheta_s^*, \varphi_s^*$ , 则可定义系统的状态变量  $x = [x_1, \dots, x_8]^T \in \mathbf{R}^8$  为

$$\begin{cases} x_1 = \vartheta_s - \vartheta_s^*, x_2 = \dot{\vartheta}_s, x_3 = a_{p\vartheta}, x_4 = \dot{a}_{p\vartheta} \\ x_5 = \varphi_s - \varphi_s^*, x_6 = \dot{\varphi}_s, x_7 = a_{p\varphi}, x_8 = \dot{a}_{p\varphi} \end{cases} \quad (16)$$

系统的状态空间为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{2\dot{R}}{R} x_2 - x_6^2 \sin(x_1 + \vartheta_s^*) \cos(x_1 + \vartheta_s^*) - \frac{x_3}{R} + \frac{a_{T\vartheta}}{R} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -2\zeta_\vartheta \omega_\vartheta x_4 - \omega_\vartheta^2 x_3 + \omega_\vartheta^2 a_{p\vartheta} + d_1 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = -\frac{2\dot{R}}{R} x_6 + 2x_2 x_6 \tan(x_1 + \vartheta_s^*) + \frac{-x_7 + a_{T\varphi}}{R \cos(x_1 + \vartheta_s^*)} \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = -2\zeta_\varphi \omega_\varphi x_8 - \omega_\varphi^2 x_7 + \omega_\varphi^2 a_{p\varphi} + d_3 \end{cases} \quad (17)$$

考虑系统(17)具有非线性、高阶性及耦合性等特点, 结合动态面滑模与自适应 RBF 逼近网络, 分别在俯仰、偏航平面设计末制导律。

### 3.1 俯仰与偏航平面末制导律设计

共分为 6 项步骤, 其中前三项步骤为俯仰平面末制导律设计, 后三项步骤为偏航平面末制导律设计。

**步骤 1:** 定义第 1 个动态面。为避免终端滑模奇异, 选用非奇异滑模

$$s_1 = x_1 + \Delta_\theta |x_2|^{\gamma_\theta} \text{sign}(x_2) \quad (18)$$

式中,  $0 < \Delta_\theta, 1 < \gamma_\theta < 2$ , 求得

$$s_1 = x_2 + \Delta_\theta \gamma_\theta |x_2|^{\gamma_\theta - 1} [-2\dot{R}x_2/R - x_3/R - x_6^2 \sin(x_1 + \vartheta_s^*) \cos(x_1 + \vartheta_s^*) + a_{T\theta}/R] \quad (19)$$

为保证滑模趋近的动态品质良好,采用滑模自适应指数趋近律为

$$\dot{s}_1 = -[k_1 \text{sign}(s_1) + |\dot{R}| c_1 s_1 / R] \quad (20)$$

式中,  $0 < k_1, 0 < c_1$ 。舍弃  $|x_2|^{1-\gamma_\theta} / (\Delta_\theta \gamma_\theta)$ ,  $\bar{x}_3$  为

$$\bar{x}_3 = R \left\{ \frac{|x_2|^{2-\gamma_\theta} \text{sign}(x_2)}{\Delta_\theta \gamma_\theta} - \frac{2\dot{R}}{R} x_2 - x_6^2 \sin(x_1 + \vartheta_s^*) \cos(x_1 + \vartheta_s^*) + \frac{z_{d1}}{R} + [k_1 \text{sign}(s_1) + \frac{|\dot{R}|}{R} c_1 s_1] \right\} \quad (21)$$

为避免对  $\bar{x}_3$  直接微分时出现“微分膨胀”,通过时间常数为  $\tau_3$  的一阶滤波器得到  $x_{3d}$

$$\begin{cases} \tau_3 \dot{x}_{3d} + x_{3d} = \bar{x}_3, 0 < \tau_3 \\ x_{3d}(0) = \bar{x}_3(0) \end{cases} \quad (22)$$

步骤2:定义第2个动态面

$$s_2 = x_3 - x_{3d} \quad (23)$$

对式(23)求导,得

$$\dot{s}_2 = \dot{x}_3 - \dot{x}_{3d} \quad (24)$$

设计虚拟控制量  $\bar{x}_4$ , 使  $s_2 \rightarrow 0$ 。

$$\bar{x}_4 = -c_2 s_2 + \dot{x}_{3d}, 0 < c_2 \quad (25)$$

同理可得  $x_{4d}$

$$\begin{cases} \tau_4 \dot{x}_{4d} + x_{4d} = \bar{x}_4, 0 < \tau_4 \\ x_{4d}(0) = \bar{x}_4(0) \end{cases} \quad (26)$$

步骤3:定义第3个动态面

$$s_3 = x_4 - x_{4d} \quad (27)$$

对式(27)求导,得

$$\dot{s}_3 = -2\zeta_\theta \omega_\theta x_4 - \omega_\theta^2 x_3 + \omega_\theta^2 a_{P\theta} + d_1 - \dot{x}_{4d} \quad (28)$$

选取滑模自适应指数趋近律为

$$\dot{s}_3 = -c_3 s_3 - k_3 \text{sign}(s_3), 0 < c_3 \quad (29)$$

式中,取  $D_2 \leq k_3$ 。设计俯仰加速度控制指令  $a_{P\theta}^c$ , 使  $s_3 \rightarrow 0$ 。

$$a_{P\theta}^c = \frac{1}{\omega_\theta} [\omega_\theta^2 x_3 + 2\zeta_\theta \omega_\theta x_4 + \dot{x}_{4d} - c_3 s_3 - k_3 \text{sign}(s_3)] \quad (30)$$

偏航平面内末制导律设计参照俯仰平面。

步骤4:定义第4个动态面

$$s_4 = x_5 + \Delta_\varphi |x_6|^{\gamma_\varphi} \text{sign}(x_6) \quad (31)$$

式中,  $0 < \Delta_\varphi, 1 < \gamma_\varphi < 2$ 。采用指数趋近律,则

$$\dot{s}_4 = |\dot{R}| [-k_4 \text{sign}(s_4) - c_4 s_4] / R \quad (32)$$

舍弃奇异因子  $|x_6|^{1-\gamma_\varphi} / \Delta_\varphi \gamma_\varphi$ , 可得  $\bar{x}_7$  为

$$\bar{x}_7 = R \cos(x_1 + \vartheta_s^*) \left\{ -\frac{|x_6|^{2-\gamma_\varphi} \text{sign}(x_6)}{\Delta_\varphi \gamma_\varphi} - x_2 x_6 \tan(x_1 + \vartheta_s^*) + \frac{z_{d2}}{R \cos(x_1 + \vartheta_s^*)} - [k_4 \text{sign}(s_4) + \frac{|\dot{R}|}{R} c_4 s_4] + \frac{2\dot{R}}{R} x_6 \right\} \quad (33)$$

步骤5:定义第5个动态面

$$s_5 = x_7 - x_{7d} \quad (34)$$

设计虚拟控制量  $\bar{x}_8$ , 使  $s_5 \rightarrow 0$ 。

$$\bar{x}_8 = -c_5 s_5 + \dot{x}_{7d}, 0 < c_5 \quad (35)$$

步骤6:定义第6个动态面

$$s_6 = x_8 - x_{8d} \quad (36)$$

选取滑模自适应指数趋近律为

$$\dot{s}_6 = -c_6 s_6 - k_6 \text{sign}(s_6), 0 < c_6 \quad (37)$$

取  $D_4 \leq k_6$ , 设计偏航加速度控制指令  $a_{P\varphi}^c$

$$a_{P\varphi}^c = \frac{1}{\omega_\varphi} [\omega_\varphi^2 x_7 + 2\zeta_\varphi \omega_\varphi x_8 + \dot{x}_{8d} - c_6 s_6 - k_6 \text{sign}(s_6)] \quad (38)$$

称含变结构切换项的式(30)、式(38)为自适应滑模末制导律(Adaptive Sliding Mode Terminal Guidance, ASMTG)。目标机动与外部干扰的不确定性导致切换增益  $k_1, k_3, k_4, k_6$  难以确定,为此,设计自适应RBF逼近网络。

### 3.2 自适应RBF逼近网络

RBF逼近网络  $\Theta_i(s | \xi_i)$  ( $i=1, 3, 4, 6$ ) 结构如图2所示,它能够有效地逼近任意连续非线性函数,在本质上它是从集合  $\Omega \subseteq \mathbf{R}^n$  到集合  $Y \subseteq \mathbf{R}$  的映射,可表示为  $\Theta_i(s | \xi_i) = \xi_i^T \mathbf{h}_i(s)$ 。

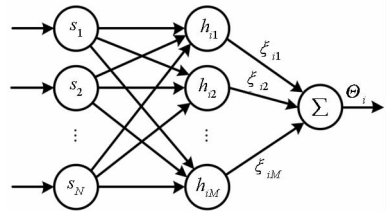


图2 RBF逼近网络

Fig. 2 RBF approximation network

其中,  $s = [s_1, \dots, s_N]^T \in \Omega$  为网络的输入向量,  $\Theta_i \in Y$  为输出量,  $\xi_i = [\xi_{i1}, \dots, \xi_{im}]$  为可加权向量,  $\mathbf{h}_i(s) = [h_{i1}(s), \dots, h_{im}(s)]^T$  为径向基向量,  $h_{im}(s)$  是高斯基函数

$$h_{im}(s) = \exp(-\|s - d_m\| / 2b_m^2) \quad (39)$$

式中,  $d_m, b_m$  为第  $m$  个高斯基函数中心点坐标、宽度,其取值通过仿真确定。

引理1<sup>[20]</sup> 函数  $\Gamma$  为定义在紧集  $\Omega \subseteq \mathbf{R}^n$  上的实连续函数,  $\forall \varepsilon > 0$ , 则一定存在上述的自适

应 RBF 逼近网络,使不等式 $\sup_{x \in \Omega} |\Gamma - \xi^T \mathbf{h}(x)| \leq \varepsilon$ 恒成立。

定义最优逼近向量为

$$\xi_i^* = \arg \min_{\xi_i \in \Omega} [ \sup_{s_i \in \Omega} |k_i \text{sat}(s_i) - \xi_i^T \mathbf{h}_i(s_i)| ] \quad (40)$$

根据引理 1 可知,对给定任意小的常数  $\varepsilon_i > 0 (i = 1, 3, 4, 6)$ ,有式(41)所示不等式成立。

$$\sup_{s_i \in \Omega} |k_i \text{sat}(s_i) - \xi_i^{*T} \mathbf{h}_i(s_i)| \leq \varepsilon_i \quad (41)$$

取  $\tilde{\xi}_i = \xi_i^* - \xi_i$ ,设计权值自适应律为

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = \Delta_\theta \gamma_\theta |x_2|^{\gamma_\theta-1} \lambda_1 s_1 \mathbf{h}_1(s_1) - \xi_1 \\ \dot{\xi}_3 = \lambda_3 s_3 \mathbf{h}_3(s_3) - \xi_3 \\ \dot{\xi}_4 = \Delta_\varphi \gamma_\varphi |x_6|^{\gamma_\varphi-1} \lambda_4 s_4 \mathbf{h}_4(s_4) - \xi_4 \\ \dot{\xi}_6 = \lambda_6 s_6 \mathbf{h}_6(s_6) - \xi_6 \end{cases} \quad (42)$$

式中,  $\lambda_i > 0 (i = 1, 3, 4, 6)$  为可调参数。结合式(30)、式(38),此时 $\overline{a_{p\theta}^c}$ 、 $\overline{a_{p\varphi}^c}$ 分别为

$$\overline{a_{p\theta}^c} = [\omega_\theta^2 x_3 + 2\zeta_\theta \omega_\theta x_4 + \dot{x}_{4d} - c_3 s_3 - \xi_3^T \mathbf{h}_3(s_3)] / \omega_\theta^2 \quad (43)$$

$$\overline{a_{p\varphi}^c} = [\omega_\varphi^2 x_7 + 2\zeta_\varphi \omega_\varphi x_8 + \dot{x}_{8d} - c_6 s_6 - \xi_6^T \mathbf{h}_6(s_6)] / \omega_\varphi^2 \quad (44)$$

式(43)、式(44)为最终俯仰、偏航加速度指令。

### 4 稳定性分析

**定理** 对系统(17),采用如式(13)的 MESO、式(42)的 RBF 权值、式(43)和式(44)的末制导律,再选择合适参数,系统 Lyapunov 函数、动态面滑模最终一致有界任意小,  $x_1, x_2, x_5, x_6$  有限时间内能收敛至零点充分小邻域内。

证明:为便于分析讨论,给出引理如下。

**引理 2**<sup>[17]</sup> 如果有常数  $1 < p, 1 < q$  使得  $(p-1)(q-1) = 1$ ,那么  $\forall \varepsilon > 0$ ,对任意两个维度相同的向量  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ ,总有如下不等式成立

$$\mathbf{a}^T \mathbf{b} \leq \frac{\varepsilon^p}{p} |\mathbf{a}|^p + \frac{1}{q\varepsilon^q} |\mathbf{b}|^q \quad (45)$$

定义虚拟控制量误差为

$$y_i = x_{id} - \bar{x}_i, \quad i = 3, 4, 7, 8 \quad (46)$$

联立式(22)、式(26)、式(46),得

$$\dot{x}_{id} = -\frac{y_i}{\tau_i} \quad (47)$$

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^6 s_i \dot{s}_i + \sum_{i=3}^4 y_i \dot{y}_i + \sum_{i=7}^8 y_i \dot{y}_i + \frac{1}{\lambda_1} \tilde{\xi}_1^T \dot{\tilde{\xi}}_1 + \frac{1}{\lambda_3} \tilde{\xi}_3^T \dot{\tilde{\xi}}_3 + \frac{1}{\lambda_4} \tilde{\xi}_4^T \dot{\tilde{\xi}}_4 + \frac{1}{\lambda_6} \tilde{\xi}_6^T \dot{\tilde{\xi}}_6$$

$$\leq \Delta_\theta \gamma_\theta |x_2|^{\gamma_\theta-1} \left\{ \frac{1}{R} \left( s_1^2 + \frac{s_2^2}{2} + \frac{y_3^2}{2} \right) - \frac{|\dot{R}|}{R} c_1 s_1^2 + [k_1 \delta_1 + s_1 \tilde{\xi}_1^T \mathbf{h}_1(s_1)] \right\} + s_2 (s_3 + y_4 - c_2 s_2) +$$

$$s_3 [-c_3 s_3 + \tilde{\xi}_3^T \mathbf{h}_3(s_3)] + k_3 \delta_3 - \frac{1}{\lambda_1} \tilde{\xi}_1^T [\Delta_\theta \gamma_\theta |x_2|^{\gamma_\theta-1} \lambda_1 s_1 \mathbf{h}_1(s_1) - \xi_1] - \frac{1}{\lambda_3} \tilde{\xi}_3^T [\lambda_3 s_3 \mathbf{h}_3(s_3) - \xi_3] +$$

对式(46)求导,得

$$\dot{y}_i = \dot{x}_{id} - \dot{\bar{x}}_i = -\frac{y_i}{\tau_i} - \dot{\bar{x}}_i \quad (48)$$

由文献[21]可知,存在正实数  $M_i$  使得

$$|\dot{\bar{x}}_i| \leq M_i (i = 3, 4, 7, 8) \text{ 成立。}$$

联立式(27)、式(46),得

$$x_4 = s_3 + x_{4d} = s_3 + y_4 + \bar{x}_4 \quad (49)$$

并联立式(13)、式(21)、式(42),得

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= \Delta_\theta \gamma_\theta |x_2|^{\gamma_\theta-1} \left\{ -\frac{1}{R} (s_2 + y_3) \cos \vartheta_p - \frac{|\dot{R}|}{R} c_1 s_1 + \right. \\ &\quad \left. [d_1 - \tilde{\xi}_1^T \mathbf{h}_1(s_1) + \xi_1^{*T} \mathbf{h}_1(s_1) - \xi_1^{*T} \mathbf{h}_1(s_1)] \right\} \\ &= \Delta_\theta \gamma_\theta |x_2|^{\gamma_\theta-1} \left\{ -\frac{1}{R} (s_2 + y_3) \cos \vartheta_p - \frac{|\dot{R}|}{R} c_1 s_1 + \right. \\ &\quad \left. [d_1 - \xi_1^{*T} \mathbf{h}_1(s_1) + \tilde{\xi}_1^T \mathbf{h}_1(s_1)] \right\} \end{aligned} \quad (50)$$

**性质 1**  $\forall \delta > 0$ ,对于任意  $\mathcal{B} \in \mathbf{R}$ ,有不等式(51)恒成立。

$$-\mathcal{B} \text{sat}(\mathcal{B}) \leq -|\mathcal{B}| + \delta \quad (51)$$

联立式(41)、式(51),可得

$$-s_1 \tilde{\xi}_1^{*T} \mathbf{h}_1(s_1) \leq D_1 |s_1| + k_1 \delta_1 \quad (52)$$

联立式(50)~(52),可进一步得

$$\begin{aligned} s_1 \dot{s}_1 &\leq \Delta_\theta \gamma_\theta |x_2|^{\gamma_\theta-1} \left\{ \frac{1}{R} \left( s_1^2 + \frac{s_2^2}{2} + \frac{y_3^2}{2} \right) - \right. \\ &\quad \left. \frac{|\dot{R}|}{R} c_1 s_1^2 + [s_1 \tilde{\xi}_1^T \mathbf{h}_1(s_1) + k_1 \delta_1] \right\} \end{aligned} \quad (53)$$

联立式(23)、式(25)、式(49),得

$$s_2 = \dot{x}_3 - \dot{x}_{3d} = s_3 + y_4 - c_2 s_2 \quad (54)$$

联立式(28)、式(43),可得

$$s_3 = -c_3 s_3 + d_2 - \xi_3^T \mathbf{h}_3(s_3) \quad (55)$$

同理,可进一步得

$$s_3 s_3 \leq -c_3 s_3^2 + k_3 \delta_3 + s_3 \tilde{\xi}_3^T \mathbf{h}_3(s_3) \quad (56)$$

在偏航平面中求解对应的等式与不等式关系同理俯仰平面,不再赘述,选取全系统 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned} V &= \sum_{i=1}^6 \frac{s_i^2}{2} + \sum_{i=3}^4 \frac{y_i^2}{2} + \sum_{i=7}^8 \frac{y_i^2}{2} + \frac{1}{2\lambda_1} \tilde{\xi}_1^T \tilde{\xi}_1 + \\ &\quad \frac{1}{2\lambda_3} \tilde{\xi}_3^T \tilde{\xi}_3 + \frac{1}{2\lambda_4} \tilde{\xi}_4^T \tilde{\xi}_4 + \frac{1}{2\lambda_6} \tilde{\xi}_6^T \tilde{\xi}_6 \end{aligned} \quad (57)$$

对式(57)求导,可得式(58)。

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=3}^4 \left( -\frac{y_i^2}{\tau_i} + M_i |y_i| \right) + \Delta_{\varphi} \gamma_{\varphi} |x_6|^{\gamma_{\varphi}-1} \left\{ \frac{1}{R} \left( s_4^2 + \frac{s_5^2}{2} + \frac{y_6^2}{2} \right) - \frac{|\dot{R}|}{R} c_4 s_4^2 + [k_4 \delta_4 + s_4 \tilde{\xi}_4^T h_4(s_4)] \right\} + \\
 & s_5 (s_6 + \gamma_8 - c_5 s_5) + s_6 [ -c_6 s_6 + \tilde{\xi}_6^T h_6(s_6) ] + k_6 \delta_6 - \frac{1}{\lambda_4} \tilde{\xi}_4^T [ \Delta_{\varphi} \gamma_{\varphi} |x_6|^{\gamma_{\varphi}-1} \lambda_4 s_4 h_4(s_4) - \xi_4 ] - \\
 & \frac{1}{\lambda_6} \tilde{\xi}_6^T [ \lambda_6 s_6 h_6(s_6) - \xi_6 ] + \sum_{i=7}^8 \left( -\frac{y_i^2}{\tau_i} + M_i |y_i| \right) \\
 \leq & -\frac{\Delta_{\vartheta} \gamma_{\vartheta} |x_2|^{\gamma_{\vartheta}-1}}{R} (c_1 |\dot{R}| - 1) s_1^2 - \left( c_2 - 1 - \frac{\Delta_{\vartheta} \gamma_{\vartheta} |x_2|^{\gamma_{\vartheta}-1}}{2R} \right) s_2^2 - \left( c_3 - \frac{1}{2} \right) s_3^2 - \left( \frac{1}{\tau_3} - \frac{M_3^2}{\rho^2} - \frac{\Delta_{\vartheta} \gamma_{\vartheta} |x_2|^{\gamma_{\vartheta}-1}}{2R} \right) y_3^2 - \\
 & \left( \frac{1}{\tau_4} - \frac{1}{2} - \frac{M_4^2}{\rho^2} \right) y_4^2 + \frac{1}{\lambda_1} \tilde{\xi}_1^T (\xi_1^* - \tilde{\xi}_1) + \frac{1}{\lambda_3} \tilde{\xi}_3^T (\xi_3^* - \tilde{\xi}_3) + \Delta_{\vartheta} \gamma_{\vartheta} |x_2|^{\gamma_{\vartheta}-1} k_1 \delta_1 + k_3 \delta_3 - \\
 & \frac{\Delta_{\varphi} \gamma_{\varphi} |x_6|^{\gamma_{\varphi}-1}}{R} (c_4 |\dot{R}| - 1) s_4^2 - \left( c_5 - 1 - \frac{\Delta_{\varphi} \gamma_{\varphi} |x_6|^{\gamma_{\varphi}-1}}{2R} \right) s_5^2 - \left( c_6 - \frac{1}{2} \right) s_6^2 - \left( \frac{1}{\tau_7} - \frac{M_7^2}{\rho^2} - \frac{\Delta_{\varphi} \gamma_{\varphi} |x_6|^{\gamma_{\varphi}-1}}{2R} \right) y_7^2 - \\
 & \left( \frac{1}{\tau_8} - \frac{1}{2} - \frac{M_8^2}{\rho^2} \right) y_8^2 + \frac{1}{\lambda_4} \tilde{\xi}_4^T (\xi_4^* - \tilde{\xi}_4) + \frac{1}{\lambda_6} \tilde{\xi}_6^T (\xi_6^* - \tilde{\xi}_6) + \Delta_{\varphi} \gamma_{\varphi} |x_6|^{\gamma_{\varphi}-1} k_4 \delta_4 + k_6 \delta_6 + \rho^2 \\
 \leq & -\frac{\Delta_{\vartheta} \gamma_{\vartheta} |x_2|^{\gamma_{\vartheta}-1}}{R} (c_1 |\dot{R}| - 1) s_1^2 - \left( c_2 - 1 - \frac{\Delta_{\vartheta} \gamma_{\vartheta} |x_2|^{\gamma_{\vartheta}-1}}{2R} \right) s_2^2 - \left( c_3 - \frac{1}{2} \right) s_3^2 - \left( \frac{1}{\tau_3} - \frac{M_3^2}{\rho^2} - \frac{\Delta_{\vartheta} \gamma_{\vartheta} |x_2|^{\gamma_{\vartheta}-1}}{2R} \right) y_3^2 - \\
 & \left( \frac{1}{\tau_4} - \frac{1}{2} - \frac{M_4^2}{\rho^2} \right) y_4^2 - \frac{\tilde{\xi}_1^T \tilde{\xi}_1}{2\lambda_1} - \frac{\tilde{\xi}_3^T \tilde{\xi}_3}{2\lambda_3} + \frac{\xi_1^{*T} \xi_1^*}{2\lambda_1} + \frac{\xi_3^{*T} \xi_3^*}{2\lambda_3} + \Delta_{\vartheta} \gamma_{\vartheta} |x_2|^{\gamma_{\vartheta}-1} k_1 \delta_1 + k_3 \delta_3 - \\
 & \frac{\Delta_{\varphi} \gamma_{\varphi} |x_6|^{\gamma_{\varphi}-1}}{R} (c_4 |\dot{R}| - 1) s_4^2 - \left( c_5 - 1 - \frac{\Delta_{\varphi} \gamma_{\varphi} |x_6|^{\gamma_{\varphi}-1}}{2R} \right) s_5^2 - \left( c_6 - \frac{1}{2} \right) s_6^2 - \left( \frac{1}{\tau_7} - \frac{M_7^2}{\rho^2} - \frac{\Delta_{\varphi} \gamma_{\varphi} |x_6|^{\gamma_{\varphi}-1}}{2R} \right) y_7^2 - \\
 & \left( \frac{1}{\tau_8} - \frac{1}{2} - \frac{M_8^2}{\rho^2} \right) y_8^2 - \frac{\tilde{\xi}_4^T \tilde{\xi}_4}{2\lambda_4} - \frac{\tilde{\xi}_6^T \tilde{\xi}_6}{2\lambda_6} + \frac{\xi_4^{*T} \xi_4^*}{2\lambda_4} + \frac{\xi_6^{*T} \xi_6^*}{2\lambda_6} + \Delta_{\varphi} \gamma_{\varphi} |x_6|^{\gamma_{\varphi}-1} k_4 \delta_4 + k_6 \delta_6 + \rho^2 \tag{58}
 \end{aligned}$$

式中,  $\rho > 0$ 。选择合适参数,使其满足式(59)。

$$\begin{cases} \frac{1}{|\dot{R}|} + v \leq c_1, \frac{1}{2} + \frac{\Delta_{\vartheta} \gamma_{\vartheta} |x_2|^{\gamma_{\vartheta}-1}}{2R} + v \leq c_2, \frac{1}{2} + v \leq c_3, \frac{1}{|\dot{R}|} + v \leq c_4, \frac{1}{2} + \frac{\Delta_{\varphi} \gamma_{\varphi} |x_2|^{\gamma_{\varphi}-1}}{2R} + v \leq c_5, \frac{1}{2} + v \leq c_6 \\ \frac{M_3^2}{\rho^2} + \frac{\Delta_{\vartheta} \gamma_{\vartheta} |x_2|^{\gamma_{\vartheta}-1}}{2R} + v \leq \frac{1}{\tau_3}, \frac{1}{2} + \frac{M_4^2}{\rho^2} + v \leq \frac{1}{\tau_4}, \frac{M_7^2}{\rho^2} + \frac{\Delta_{\varphi} \gamma_{\varphi} |x_6|^{\gamma_{\varphi}-1}}{2R} + v \leq \frac{1}{\tau_7}, \frac{1}{2} + \frac{M_8^2}{\rho^2} + v \leq \frac{1}{\tau_8} \end{cases} \tag{59}$$

选取  $\phi = \min \left\{ \frac{\Delta_{\vartheta} \gamma_{\vartheta} |x_2|^{\gamma_{\vartheta}-1}}{R} (c_1 |\dot{R}| - 1), c_2 - 1 - \frac{\Delta_{\vartheta} \gamma_{\vartheta} |x_2|^{\gamma_{\vartheta}-1}}{2R}, c_3 - \frac{1}{2}, \frac{1}{\tau_3} - \frac{M_3^2}{\rho^2} - \frac{\Delta_{\vartheta} \gamma_{\vartheta} |x_2|^{\gamma_{\vartheta}-1}}{2R}, \frac{1}{\tau_4} - \frac{1}{2} - \frac{M_4^2}{\rho^2}, \frac{\Delta_{\varphi} \gamma_{\varphi} |x_6|^{\gamma_{\varphi}-1}}{R} (c_4 |\dot{R}| - 1), c_5 - 1 - \frac{\Delta_{\varphi} \gamma_{\varphi} |x_6|^{\gamma_{\varphi}-1}}{2R}, c_6 - \frac{1}{2}, \frac{1}{\tau_7} - \frac{M_7^2}{\rho^2} - \frac{\Delta_{\varphi} \gamma_{\varphi} |x_6|^{\gamma_{\varphi}-1}}{2R}, \frac{1}{\tau_8} - \frac{1}{2} - \frac{M_8^2}{\rho^2}, \frac{1}{2} \right\}$ , 取正常数  $\mu = \frac{\xi_1^{*T} \xi_1^*}{2\lambda_1} + \frac{\xi_3^{*T} \xi_3^*}{2\lambda_3} + \frac{\xi_4^{*T} \xi_4^*}{2\lambda_4} + \frac{\xi_6^{*T} \xi_6^*}{2\lambda_6} + \rho^2 + \Delta_{\vartheta} \gamma_{\vartheta} |x_2|^{\gamma_{\vartheta}-1} k_1 \delta_1 + k_3 \delta_3 + \Delta_{\varphi} \gamma_{\varphi} |x_6|^{\gamma_{\varphi}-1} k_4 \delta_4 + k_6 \delta_6$ , 由前述可知, 选取  $\lambda$  足够大与  $\rho, \delta$  足够小可使  $\mu$  任意小, 则式(59)可化为如下形式

$$\dot{V} \leq -2\phi V + \mu \tag{60}$$

**性质2** 对任意给定的一阶线性非齐次微分方程  $\frac{dy}{dt} + P(x)y = Q(x)$ , 其通解形式如式(61)所示, 其中  $C$  为任意常数。

$$y = Ce^{-\int P(x) dx} + e^{-\int P(x) dx} \int Q(x) e^{\int P(x) dx} dx \tag{61}$$

可得式(61)的解为

$$V(t) \leq V(0) e^{-2\phi t} + \frac{\mu}{2\phi} (1 - e^{-2\phi t}) \tag{62}$$

联立式(57), 可进一步得

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} V(t) \leq \mu / (2\phi) \\ \lim_{t \rightarrow \infty} s_i(t) \leq \sqrt{\mu / \phi}, i = 1, \dots, 6 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} y_i(t) \leq \sqrt{\mu / \phi}, i = 3, 4, 7, 8 \end{cases} \tag{63}$$

则  $V, s_i, y_i$  最终一致有界任意小, 且  $\phi$  取较大的合适值时,  $V$  能够很快地收敛至  $\Omega_V = \{ V \leq \mu /$

$(2\phi)\}$ 。 □

### 5 仿真实验

为验证 ARSTG 的有效性,针对机动形式不同的目标进行仿真,并与 NTSMG<sup>[13]</sup>、ASMTG 进行对比。表 1 给出弹目参数初值,表 2 给出系统参数,表 3 给出末制导律参数。

表 1 弹目参数初值

Tab.1 Initial value of projectile and target parameters

参数	初值
$[\vartheta_P, \varphi_P] / \text{rad}$	$[0, 0]$
$[\theta_T, \psi_T] / \text{rad}$	$[\pi/3, -\pi/2]$
$[\vartheta_S, \varphi_S] / \text{rad}$	$[-\pi/4, -\arctan(1/\sqrt{2})]$
$[x_P, y_P, z_P] / \text{m}$	$[0, 3000, 0]$
$[x_T, y_T, z_T] / \text{m}$	$[3000, 0, 3000]$
$[V_P, V_T] / (\text{m/s})$	$[500, 50]$

表 2 系统参数

Tab.2 Parameters of system

参数	数值
$[\vartheta_S^*, \varphi_S^*] / \text{rad}$	$[-\pi/2, 0]$
$[d_1, d_3] / \text{rad}$	$[2\sin(t/2), 2\sin(t/2)]$
$\tau_{TY}, \tau_{TZ}$	$0.1, 0.1$
$\tau_3, \tau_4, \tau_7, \tau_8$	$0.01, 0.01, 0.01, 0.01$
$\zeta_\theta, \omega_\theta, \zeta_\varphi, \omega_\varphi$	$1, 0.5, 1, 0.5$

表 3 末制导律参数

Tab.3 Parameters of terminal guidance law

末制导律	参数	数值
NTSMG	$c_1, c_4$	$3, 3$
	$M_1, M_4$	$10, 10$
	$p_\theta, q_\theta, p_\varphi, q_\varphi$	$1.6, 15, 1.6, 8$
ASMTG	$c_1, c_2, c_3$	$5, 5, 5$
	$c_4, c_5, c_6$	$5, 5, 5$
	$k_1, k_3, k_4, k_6$	$6, 2, 6, 2$
	$\gamma_\theta, \beta_\theta, \gamma_\varphi, \beta_\varphi$	$1.5, 12, 1.5, 9$
ARSTG	$\xi$	$0$
	$b_m, d_m$	$1.5, (m-5)/2 \quad m=1, \dots, 9$
	$c_1, c_2, c_3$	$1, 5, 5$
	$c_4, c_5, c_6$	$1, 5, 5$
	$\gamma_\theta, \beta_\theta, \gamma_\varphi, \beta_\varphi$	$1.5, 10, 1.5, 10$
	$\lambda_1, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_6$	$50, 80, 45, 75$

为贴近实战,设制导炮弹最大纵向、横向加速度为  $100 \text{ m/s}^2$ ,视线角速率的量测噪声是均值为 0、方差为真值 5% 的白噪声,与 ESO 比较验证 MTD 性能,表 4 给出 MESO 参数。

表 4 MESO 参数

Tab.4 Parameters of MESO

参数	数值
$r, h, h_0$	$2000, 0.001, 0.05$
$\alpha_1, \sigma_1, \alpha_2, \sigma_2$	$0.05, 0.01, 0.05, 0.01$
$\beta_{11}, \beta_{12}, \beta_{21}, \beta_{21}$	$50, 225, 50, 225$

受篇幅所限,仅列出部分仿真实验结果。

#### 5.1 情景 1:目标正弦机动

此时,令  $a_{TY}^c = 5\sin(t/2)$  (单位: $\text{m/s}^2$ ),  $a_{TZ}^c = 5\sin(t/2)$  (单位: $\text{m/s}^2$ ),三种末制导方法的仿真结果如表 5 及图 3~8 所示。

表 5 脱靶量与命中时间

Tab.5 Miss distance and interception time

指标	NTSMG	ASMTG	ARSTG
脱靶量/m	1.78	1.03	0.53
命中时间/s	14.47	13.58	12.40

图 3 为弹目运动轨迹,NTSMG、ASMTG 弹道曲率变化较大,脱靶量和命中时间较大,ARSTG 弹道平直,优化了脱靶量与命中时间。图 4 描述了纵向加速度的变化,由于 NTSMG、ASMTG 增益系数固定,加速度初值较大并在末段出现抖振与发散趋势,ARSTG 加速度在整个过程中较平滑,幅值较小,且在末段收敛速率较快。图 5 展示了非奇异终端滑模的变化,NTSMG 视目标机动为外界干扰且切换增益系数取值固定,导致视线角与

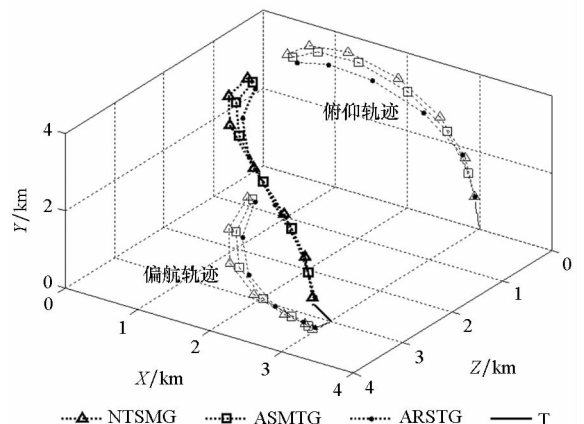


图 3 弹目运动轨迹

Fig.3 Trail of projectile and target

视线角速率无法较快地收敛在滑模面附近, ASMTG 考虑了目标机动,使滑模能够在有限时间内较快收敛至零态, ARSTG 通过自适应律调整系数取值,进一步提高了滑模收敛速率。图 6 表明所设计的 MESO 具有良好的收敛性与鲁棒性,较好地抑制了量测噪声,快速准确地观测出目标加速度的真实值,为有效命中机动目标提供了较好的条件,同时也验证了理论稳定性分析的正确性。切换 (ASMTG)、RBF 补偿项 (ARSTG) 与干扰项 ( $d_i$ ) 的曲线如图 7、图 8 所示, NTSMG、ASMTG 因变结构项系数固定,不能削弱抖振、补偿干扰,而 ARSTG 通过 RBF 逼近网络获得了较好的削弱与补偿效果,有利于保证系统稳定性。

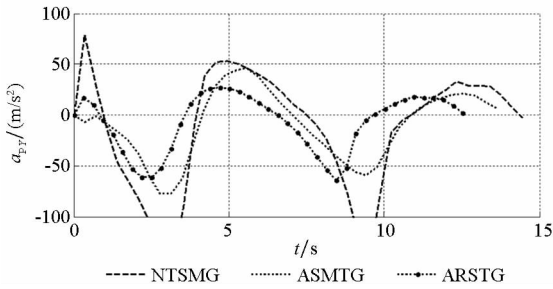


图 4 纵向加速度  $a_{py}$

Fig. 4 Longitudinal acceleration  $a_{py}$

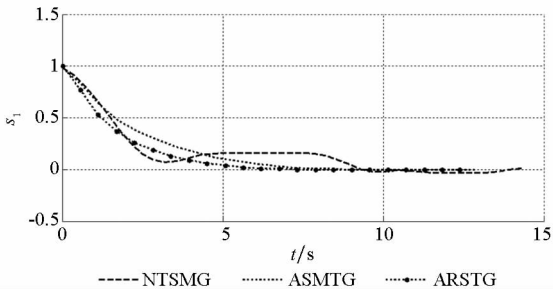


图 5 非奇异终端滑模  $s_1$

Fig. 5 Nonsingular terminal sliding mode  $s_1$

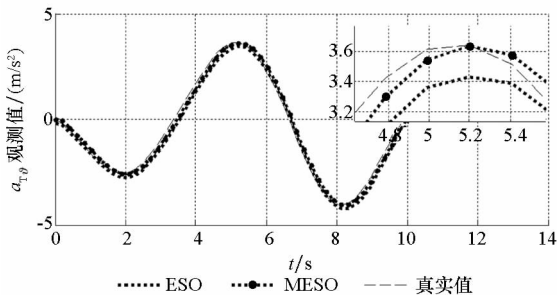


图 6  $a_{T\theta}$  观测

Fig. 6 Observation of  $a_{T\theta}$

### 5.2 情景 2: 目标方波机动

此时,令  $a_{TY}^c = 5\text{sign}[\sin(t/4)]$  (单位:  $\text{m/s}^2$ ),  $a_{TZ}^c = 5\text{sign}[\sin(t/4)]$  (单位:  $\text{m/s}^2$ ), 三种末制导方

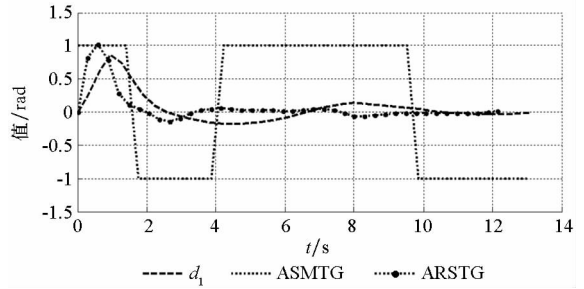


图 7 切换、RBF 补偿与  $d_1$

Fig. 7 Switch, RBF compensation and  $d_1$

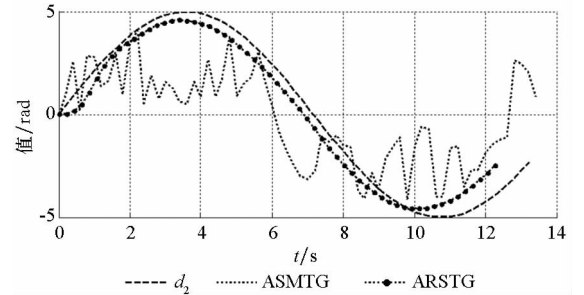


图 8 切换、RBF 补偿与  $d_3$

Fig. 8 Switch, RBF compensation and  $d_3$

法的仿真结果如表 6 及图 9 ~ 14 所示。

表 6 脱靶量与命中时间

Tab. 6 Miss distance and interception time

指标	NTSMG	ASMTG	ARSTG
脱靶量/m	1.82	1.17	0.65
命中时间/s	14.83	13.89	12.64

图 9 为弹目运动轨迹,三者均可用于打击方波机动目标的末制导段,结合表 6 可知 ARSTG 的脱靶量最小、命中时间最短,在打击机动目标的末制导段更具有优势。图 10 描述了炮弹纵向加速度的变化, NTSMG、ASMTG 的加速度初值较大,切换增益系数固定导致抖振与跳变,从而容易导致系统失稳,而 ARSTG 通过自适应调节权重参数,加速度变化较平滑,幅值也较小,这更加贴合实战需求。图 11 展示了非奇异终端滑模的变化情况,由于未有效补偿目标机动与外界干扰, NTSMG 的滑模面难以稳定地收敛至零态,且收敛速度较慢,增大切换增益可改善发散程度,但较大的取值会使得初始段出现加速度饱和,这一点可从图 10 中看出,而 ARSTG 的权重参数可自适应调整,在 5 s 后能够稳定地保持收敛状态,表明视线角跟踪误差、视线角速率能在有限时间内收敛至零,表明能够以较小的脱靶量和期望攻击角度命中目标。图 12 表明所设计的 MESO 对量测噪声具有一定



的鲁棒性,并且观测性能良好,能快速准确地观测出目标加速度的真实值,使得炮弹可以提供足够的可用加速度补偿外界干扰,有助于改善制导炮弹在未制导过程中的飞行控制性能。切换、RBF 补偿项与干扰项的输出曲线如图 13、图 14 所示,目标加速度方向的换向跳变给逼近、补偿造成了较大困难,由于难以确定切换增益,变结构项在未制导过程中产生了较严重的抖振,难以实时削弱抖振、补偿干扰,而 ARSTG 的自适应 RBF 逼近网络可以较好地逼近干扰  $d_1$ 、 $d_3$ ,有效地削弱抖振,并补偿不确定干扰对末制导性能的负面影响。

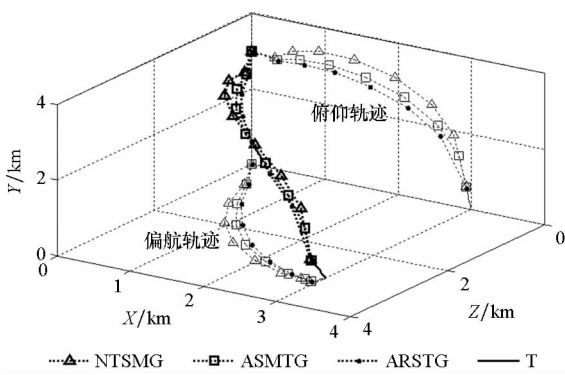


图 9 弹目运动轨迹

Fig. 9 Trail of projectile and target

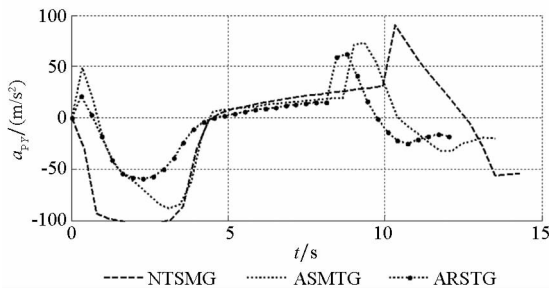


图 10 纵向加速度  $a_{py}$

Fig. 10 Longitudinal acceleration  $a_{py}$

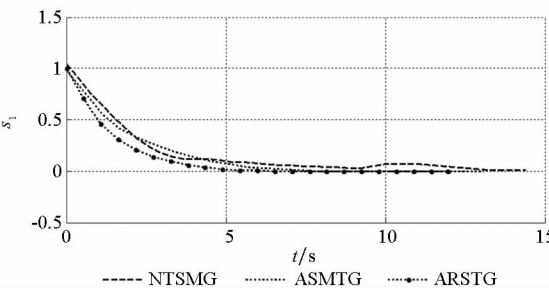


图 11 非奇异终端滑模  $s_1$

Fig. 11 Nonsingular terminal sliding mode  $s_1$

### 5.3 情景 3: 弹速前置角变化, 目标正弦机动

在初始弹速前置角不同的工况下,验证采用 ARSTG 打击正弦机动目标的末制导性能。弹速前置角由表 7 给出,其余参数同情景 1。

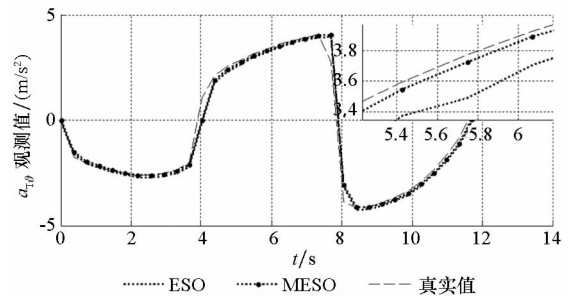


图 12  $a_{T9}$  观测

Fig. 12 Observation of  $a_{T9}$

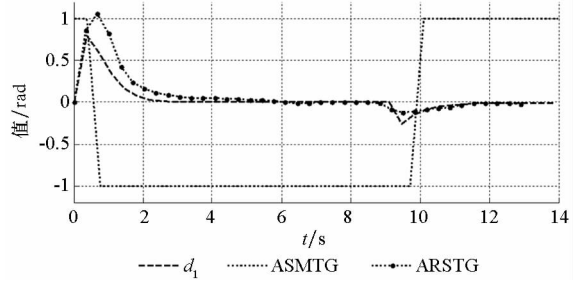


图 13 切换、RBF 补偿与  $d_1$

Fig. 13 Switch, RBF compensation and  $d_1$

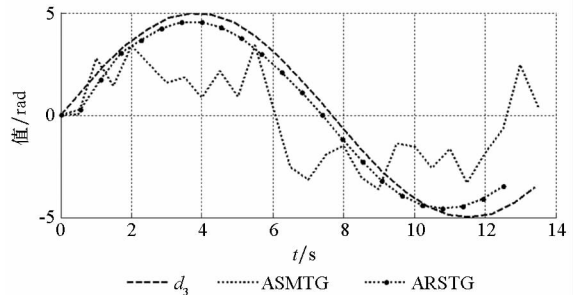


图 14 切换、RBF 补偿与  $d_3$

Fig. 14 Switch, RBF compensation and  $d_3$

表 7 脱靶量与命中时间

Tab. 7 Miss distance and interception time

序号	$[\vartheta_p, \varphi_p]/\text{rad}$	脱靶量/m	命中时间/s
①	$[-2\pi/5, 0]$	0.75	12.84
②	$[-\pi/5, 0]$	0.64	12.49
③	$[0, 0]$	0.53	12.40
④	$[\pi/5, 0]$	0.69	12.60
⑤	$[2\pi/5, 0]$	0.78	12.93

图 15 为弹目运动轨迹(图例中①~⑤与表 7 中的序号一一对应),随着初始纵向弹速前置角由  $-2\pi/5$  至  $2\pi/5$  变化,俯仰弹道轨迹逐渐抬升、曲率减小,偏航弹道轨迹逐渐向俯仰面靠拢、曲率减小,说明了炮弹运动的强耦合性。图 16 描述了纵向加速度的变化,整个弹道轨迹曲率变化

越小,纵向加速度幅值与变化越小,但最终均趋于零,通过设定适当的初始弹速前置角可以降低加速度控制指令。图 17 展示了非奇异终端滑模的变化情况,尽管纵向弹速前置角的不同会影响到滑模的收敛速率,但视线角均能较快地收敛至期望落角,视线角速率也能在有限时间内收敛至零点的充分小邻域内。经分析可知,在不同初始弹速前置角的工况下,所设计的 ARSTG 具有一定的普适性,均可实现对机动目标的准确打击。

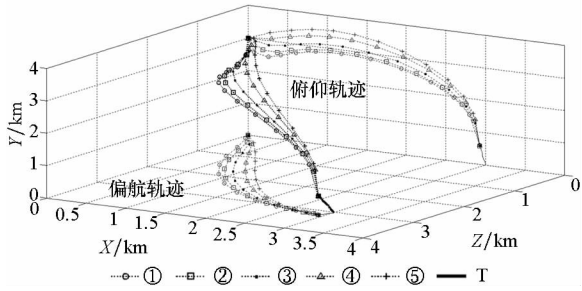


图 15 弹目运动轨迹

Fig. 15 Trail of projectile and target

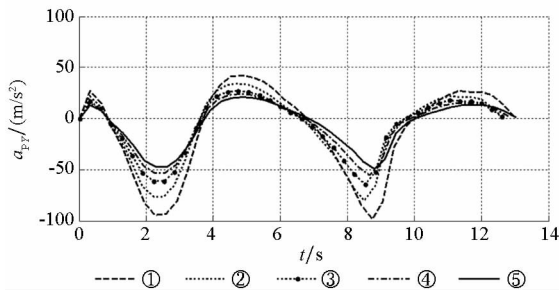


图 16 纵向加速度  $a_{py}$

Fig. 16 Longitudinal acceleration  $a_{py}$

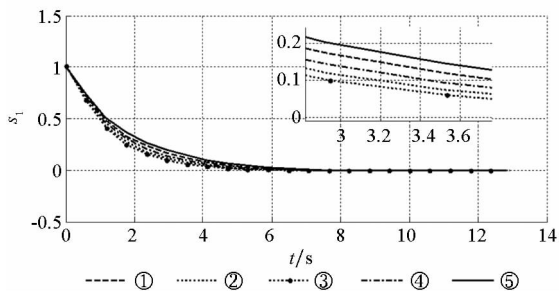


图 17 非奇异终端滑模  $s_1$

Fig. 17 Nonsingular terminal sliding mode  $s_1$

经上述仿真实验与分析可知,在打击各类机动形式的近岸目标时,MESO 对量测噪声具有较强的鲁棒性,可精确地观测出真实值;目标机动给削弱控制指令抖振、逼近补偿干扰带来了较大的困难,切换函数的削弱、补偿效果并不理想,而通过自适应 RBF 逼近网络,ARSTG 所取得的末制导效果较好。

### 6 结论

针对大口径舰炮制导炮弹打击近岸机动目标的末制导段,综合考虑驾驶仪动态特性与终端落角约束,设计 MESO 与非奇异终端滑模,结合自适应 RBF 逼近网络与动态面滑模,提出了 ARSTG,经模型建立、理论证明与仿真实验,现总结全文并给出结论如下:

1) 所设计的自适应 RBF 逼近网络,较好地逼近并补偿了作用于系统的不确定干扰,有效削弱了驾驶仪的控制指令抖振;

2) 通过 Lyapunov 第二法证明闭环系统中视线角与视线角速率的跟踪误差均最终一致有界且能收敛至零点充分小的邻域内,且在不同弹速前置角的工况下,均实现了以期望落角命中近岸机动目标;

3) ARSTG 通过 MESO 能较好地克服量测噪声,精确观测出相对速度、目标加速度等信息,末制导律中所需的其他信息均易测得,具有一定的工程实践价值。

### 参考文献 (References)

[1] 孙世岩,朱惠民,宋歆,等. 舰炮制导弹药发展研究[J]. 火力控制与指挥, 2016, 41(12): 1-4.  
SUN Shiyan, ZHU Huimin, SONG Xin, et al. Study of developing naval gun guided ammunition[J]. Fire Control & Command Control, 2016, 41(12): 1-4. (in Chinese)

[2] 李庆春,张文生,韩刚. 终端约束条件下末端制导律研究综述[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(1): 1-12.  
LI Qingchun, ZHANG Wensheng, HAN Gang. Review of terminal law with terminal constraints[J]. Control Theory and Applications, 2016, 33(1): 1-12. (in Chinese)

[3] 姚郁,郑天宇,贺风华,等. 飞行器末制导中的几个热点问题与挑战[J]. 航空学报, 2015, 36(8): 2696-2716.  
YAO Yu, ZHENG Tianyu, HE Fenghua, et al. Several hot issues and challenges in terminal guidance of flight vehicles[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(8): 2696-2716. (in Chinese)

[4] Zarchan P. Tactical and strategic missile guidance[M]. 6th ed. Lexington: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012.

[5] 高峰,唐胜景,师娇,等. 一种基于落角约束的偏置比例导引律[J]. 北京理工大学学报, 2014, 34(3): 277-282.  
GAO Feng, TANG Shengjing, SHI Jiao, et al. Nonsingular terminal sliding mode guidance law with impact angle constraint [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2014, 34(3): 277-282. (in Chinese)

[6] 闫梁,赵继广,沈怀荣,等. 带末端碰撞角约束的三维联合偏置比例制导律设计[J]. 航空学报, 2014, 35(7): 1999-2010.  
YAN Liang, ZHAO Jiguang, SHEN Huairong, et al. Three-dimensional united biased proportional navigation guidance

- law for interception of targets with angular constraints [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2014, 35 (7): 1999–2010. (in Chinese)
- [7] Ratnoo A, Ghose D. Impact angle constrained guidance against nonstationary nonmaneuvering targets [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2010, 33 (1): 269–275.
- [8] 张道驰, 孙静, 温求道, 等. 考虑导引头视场角和落角约束的制导方法 [J]. *北京理工大学学报*, 2016, 36(5): 452–457.  
ZHANG Daochi, SUN Jing, WEN Qiuqiu, et al. A guidance method on seeker's field of view and impact angle constraint [J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2016, 36(5): 452–457. (in Chinese)
- [9] Li C H, Kim T H, Tahk M J, et al. Polynomial guidance laws considering terminal impact angle and acceleration constraints [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(1): 74–92.
- [10] Kim M, Grider K V. Terminal guidance for impact attitude angle constrained fight trajectories [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1973, AES-9(6): 852–859.
- [11] Shtessel Y B, Shkolnikov I A, Levant A. Guidance and control of missile interceptor using second-order sliding modes [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, 45(1): 110–124.
- [12] 赵曜, 李璞, 刘娟, 等. 带碰撞角约束的三维有限时间滑模制导律 [J]. *北京航空航天大学学报*, 2018, 44(2): 273–279.  
ZHAO Yao, LI Pu, LIU Juan, et al. Finite-time sliding mode control based 3D guidance law with impact angle constraints [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2018, 44(2): 273–279. (in Chinese)
- [13] Kumar S R, Rao S, Ghose D. Nonsingular terminal sliding mode guidance with impact angle constraints [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2014, 37(4): 1114–1130.
- [14] 邹昕光, 周荻, 杜润乐, 等. 大气层外主动防御三维自适应滑模制导律 [J]. *系统工程与电子技术*, 2015, 37(2): 365–371.  
ZOU Xinguang, ZHOU Di, DU Runle, et al. Active defense exo-atmospheric adaptive sliding mode guidance law in three dimensions [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2015, 37(2): 365–371. (in Chinese)
- [15] He S M, Lin D F, Wang J. Robust terminal angle constraint guidance law with autopilot lag for intercepting maneuvering targets [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 81 (1/2): 881–892.
- [16] 雷虎民, 王华吉, 周颀, 等. 基于扩张观测器的三维动态面导引律 [J]. *系统工程与电子技术*, 2017, 39(1): 139–148.  
LEI Humin, WANG Huaji, ZHOU Jin, et al. Three-dimensional dynamic surface guidance law based on extended state observer [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2017, 39(1): 139–148. (in Chinese)
- [17] 王华吉, 雷虎民, 张旭, 等. 带扩张观测器的三维有限时间收敛导引律 [J]. *国防科技大学学报*, 2017, 39(6): 88–97.  
WANG Huaji, LEI Humin, ZHANG Xu, et al. Three-dimensional finite time convergence guidance law with extended state observer [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2017, 39(6): 88–97. (in Chinese)
- [18] 韩京清. 自抗扰控制技术——估计补偿不确定因素的控制技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.  
HAN Jingqing. Active disturbance rejection control technique—the technique for estimating and compensating the uncertainties [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008. (in Chinese)
- [19] Kumar S R, Rao S, Ghose D. Sliding-mode guidance and control for all-aspect interceptors with terminal angle constraints [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2012, 35(4): 1230–1246.
- [20] 盖俊峰, 赵国荣, 宋超. 基于线性近似和神经网络逼近的模型预测控制 [J]. *系统工程与电子技术*, 2015, 37(2): 394–399.  
GAI Junfeng, ZHAO Guorong, SONG Chao. Model predictive control based on linearization and neural network approach [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2015, 37(2): 394–399. (in Chinese)
- [21] Yamasaki T, Balakrishnan S N, Takano H, et al. Second order sliding mode-based intercept guidance with uncertainty and disturbance compensation [C]. *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, 2013.