

非奇异快速终端滑模及动态面控制的轨迹跟踪制导律*

陈琦,王旭刚

(南京理工大学能源与动力工程学院,江苏南京 210094)

摘要:针对飞行器跟踪预设轨迹的问题,提出非奇异快速终端滑模和角度约束的轨迹跟踪制导律。通过引入虚拟目标点,提出参考轨迹曲率半径的期望视线角约束条件,建立带有视线角约束并考虑自动驾驶仪动态特性的轨迹跟踪数学模型。为了保证在有限时间内跟踪预设轨迹并避免出现奇异问题,采用快速非奇异终端滑模和动态面控制方法进行制导律设计。推导出视线角误差和轨迹跟踪误差之间的数学关系,并利用 Lyapunov 稳定性准则证明轨迹跟踪误差最终有界任意小。与弹道成型轨迹跟踪制导律进行仿真对比,仿真结果表明所提出的制导律具有良好的跟踪性能及鲁棒性。

关键词:非线性制导律;轨迹跟踪;视线角约束;有限时间收敛;非奇异终端滑模控制;角度约束

中图分类号:TJ765.3 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2020)01-091-10

Trajectory tracking using nonsingular fast terminal sliding mode control and dynamic surface control

CHEN Qi, WANG Xugang

(School of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: Aiming at the problem of trajectory following for aerial vehicles, a nonsingular fast terminal sliding mode based trajectory following guidance law was developed. A trajectory following dynamic model with line-of-sight angle constraint considering the autopilot dynamics was established based on a virtual target moving along the desired trajectory. A desired line-of-sight angle was derived for the trajectory following problem. To follow the desired trajectory in finite time without singularity, the nonsingular fast terminal sliding mode control and the dynamic surface technique were used to design the guidance law. The mathematical relationship between the error of line-of-sight angle and the trajectory-following error was presented. The Lyapunov stability theorem was proved that the trajectory-following error was uniformly ultimately bounded. The proposed guidance law was compared with the trajectory shaping path following guidance law. The simulation results showed that the proposed guidance law provides better trajectory-following performance and has a better robustness.

Keywords: nonlinear guidance law; trajectory following; line-of-sight angle constraint; finite time convergence; nonsingular terminal sliding mode control; angle constraint

为了执行特定的任务,通常要求飞行器按照预先设定的轨迹进行飞行。一般情况下,这些预设轨迹是由直线和复杂的曲线构成,对轨迹跟踪技术提出了较高的要求。此外,实际飞行中也会存在初始偏差以及各种干扰。因此,为了保证飞行器能够准确地跟踪预设轨迹,需要研究相应的轨迹跟踪制导律。

针对轨迹(或弹道)跟踪问题,国内外学者进行了大量的研究,并取得了一系列的成果。文献[1-3]研究了一类基于位置误差的线性化弹道跟踪方法。该方法主要是根据飞行器和方案弹道之间的位置误差,采用线性控制理论设计弹道跟踪算法。文献[4]提出了一种航迹点跟踪方

法。该方法通过在方案弹道上设置一系列的航迹点,然后设计相应算法使得飞行器依次经过这些航迹点,最终实现对方案弹道的跟踪。但是这种方法做了较多的近似处理,随着方案弹道曲率的增加,其跟踪误差也逐渐增大。Liang等^[5-6]研究了基于航迹点的再入式飞行器制导问题,同时考虑了禁飞区等约束条件,取得了很好的制导效果。近年来,非线性控制理论被逐渐应用于设计弹道跟踪制导律。Park等^[7]提出了一种基于虚拟点的圆轨迹跟踪方法,该方法在参考轨迹上设置虚拟目标点,并且使得目标点与飞行器之间保持固定的距离,通过追踪目标点形成制导指令。王旭刚等^[8-9]将该方法推广到了三维空间,提出了一

* 收稿日期:2018-09-07

基金资助:中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(30919011401)

作者简介:陈琦(1989—),男,江苏连云港人,讲师,博士,E-mail: qichen@njust.edu.cn

种适用于旋转制导炮弹的方案弹道跟踪与控制方法,该方法可保证跟踪误差在合理的范围内取得较好的弹道跟踪效果;为了进一步提高圆轨迹跟踪法的收敛时间和跟踪精度,文献[10]研究了一种适配于滑翔机的自适应非线性弹道跟踪制导律,并取得了不错的弹道跟踪效果。针对复杂环境下的轨迹跟踪问题,文献[11]和[12]提出了一种基于矢量场的无人机轨迹跟踪方法,该方法在参考轨迹周围构造矢量场,从而使得飞行器逐渐跟踪参考轨迹,在常值风的干扰下,该方法依然可保证飞行器渐进收敛于参考轨迹,鲁棒性较强,但是矢量场的构造过程较为复杂而且算法的在线计算量较大,实际应用起来具有一定的难度。

采用末制导律追踪虚拟点的方法是求解轨迹跟踪问题的另一种思路。Medagoda 等^[13]通过在参考轨迹上设置虚拟目标点,将轨迹跟踪问题转化为末制导问题,然后采用速度追踪法得到过载指令。但是,当参考轨迹的曲率变化较大时,该方法会导致较为明显的跟踪误差。针对这一问题,文献[14]提出了一种弹道成型轨迹跟踪方法。该方法依然在参考轨迹上设置运动的虚拟目标点,之后采用弹道成型末制导律^[15]来追踪虚拟目标点。该方法不论对直线轨迹还是圆弧轨迹均具有很好的跟踪性能,同时其收敛速度也明显优于文献[13]中的方法。然而,该方法是在线性化模型的基础上推导而来的,具有一定的线性化误差,较大的初始弹道跟踪误差会影响其跟踪性能。此外,上述方法均忽略了自动驾驶仪动态特性的影响,在实际的工程应用中,特别是对于机动能力有限的飞行器,自动驾驶仪的动态特性会对轨迹跟踪效果产生较大的影响。针对以上问题,有必要研究一种新型的轨迹跟踪制导律。

滑模控制方法对不确定性因素(如参数摄动和外界干扰等)具有很好的鲁棒性,因此该方法被广泛应用于制导律的设计中^[16-19]。为了提高轨迹跟踪速度同时避免奇异性,本文采用非奇异快速终端滑模控制方法,设计了一种新型的轨迹跟踪制导律。通过在参考轨迹上设置虚拟目标点,将轨迹跟踪问题转化为对虚拟目标点的末制导问题。同时为了保证跟踪精度,提出了一种参考轨迹曲率半径的末端视线角约束条件,采用二阶动态环节来近似自动驾驶仪的动力学特性,并在制导律的设计中引入动态面控制方法以避免虚拟控制量在求导过程中产生微分爆炸的问题。所设计的轨迹跟踪制导律不需要对轨迹跟踪问题进行线性化近似,因此可以获得更高精度的轨迹跟

踪效果。

1 问题描述及数学模型

1.1 相对运动关系方程

通过在参考轨迹上设置虚拟目标点 T , 飞行器 M 在制导律的作用下逐渐追踪该虚拟目标点, 进而追踪预设轨迹^[20]。虚拟目标 T 和飞行器 M 之间的相对运动几何关系如图 1 所示。图 1 中, R 表示相对距离, q 表示视线角, θ_t 和 θ_m 分别为虚拟目标和飞行器的航迹角, v_t 和 v_m 分别为虚拟目标和飞行器的速度, a_t 和 a_m 分别为虚拟目标和飞行器的法向加速度。飞行器的速度 v_m 假设为常数, 参考文献[14], 则虚拟目标的运动速度为:

$$v_t = v_m \frac{R^*}{R} \quad (1)$$

式中, $R^* > 0$ 表示目标与飞行器之间的最小距离, 视为制导律中的可调参数。

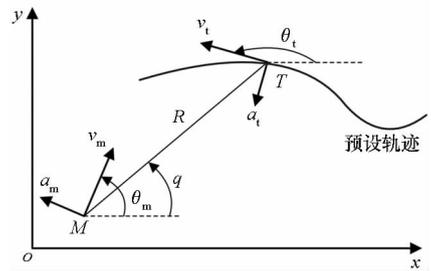


图 1 飞行器与虚拟目标相对运动关系
Fig. 1 Engagement geometry between the vehicle and the virtual target

根据图 1 中的关系, 并结合式(1), 飞行器和目标之间的相对运动学方程^[20]可写为:

$$\dot{R} = v_t \cos(q - \theta_t) - v_m \cos(q - \theta_m) \quad (2)$$

$$\dot{q} = \frac{-v_t \sin(q - \theta_t) + v_m \sin(q - \theta_m)}{R} \quad (3)$$

$$\dot{v}_t = -\frac{R^* v_m \dot{R}}{R^2} \quad (4)$$

$$\dot{\theta}_m = a_m / v_m \quad (5)$$

$$\dot{\theta}_t = a_t / v_t \quad (6)$$

对式(3)两边相对时间 t 求导, 然后将式(2)、式(4)~(6)代入其中, 可得:

$$\ddot{q} = -\frac{2\dot{R}}{R}\dot{q} + \frac{\cos(q - \theta_t)}{R}a_t - \frac{\cos(q - \theta_m)}{R}a_m - \frac{R^* v_m \dot{R} \sin(q - \theta_t)}{R^3} \quad (7)$$

1.2 角度约束条件

通过引入虚拟目标点的概念, 轨迹跟踪问题便可转化为针对虚拟目标点的末制导问题。然

而,为了保证跟踪精度,需要在跟踪过程中对飞行器和虚拟目标之间的视线角加以约束。由于式(1)的存在,飞行器和虚拟目标并不会进行直接碰撞,而是最终保持最小距离 R^* 。因此,本文的视线角约束与带攻击角度约束制导律中所考虑的期望视线角^[17-19]有所不同,本节针对轨迹跟踪问题所需的角度约束条件进行推导。

实际中的参考轨迹往往可以通过直线和圆弧或二者的组合进行近似(如一般曲线可通过不同曲率的圆弧组合近似)^[20]。为了分析方便,分别以直线参考轨迹和圆弧参考轨迹进行分析。图2为飞行器与虚拟目标之间保持最小距离 R^* 时,直线参考轨迹的跟踪示意图,图中 d 表示跟踪误差, δ 表示视线与参考轨迹的夹角。

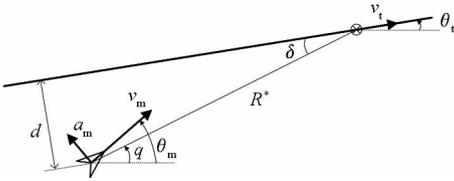


图2 直线轨迹跟踪

Fig. 2 Straight path following

根据图2中的角度关系有:

$$\delta = q - \theta_t \quad (8)$$

基于小角度假设,有:

$$\delta \approx \frac{d}{R^*} \quad (9)$$

根据式(8)和式(9)可得跟踪误差为:

$$d \approx R^* (q - \theta_t) \quad (10)$$

因此,当 $R \rightarrow R^*$ 时,为了使跟踪误差为0,要求 $q = \theta_t$ 。故而,对于直线轨迹跟踪情形, $R \rightarrow R^*$ 时的期望视线角可取为:

$$q_d = \theta_t \quad (11)$$

图3为飞行器与虚拟目标之间保持最小距离 R^* 时,圆弧参考轨迹的跟踪示意图,图中 α 为虚拟目标点的速度矢量和理想情况(零跟踪误差)下视线之间的夹角。

假设当 $R \rightarrow R^*$ 时,有 $d \ll 2R_c$,因此有:

$$\alpha \approx \arcsin \frac{R^*}{2R_c} \quad (12)$$

式中, R_c 为圆弧的曲率半径。

$$R_c = \frac{v_t^2}{a_t} \quad (13)$$

根据图3中的几何关系,有:

$$\delta = q - (\theta_t - \alpha) \quad (14)$$

基于小角度假设,有:

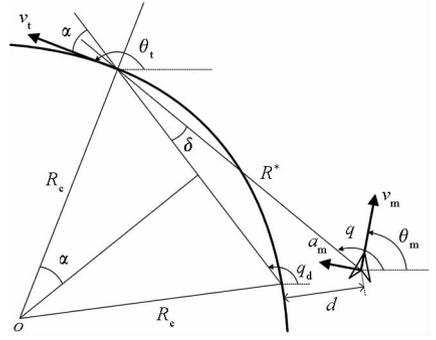


图3 圆弧轨迹跟踪

Fig. 3 Circular path following

$$\delta \approx \frac{d}{R^*} \quad (15)$$

根据式(14)和式(15)可得跟踪误差为:

$$d \approx R^* (q - \theta_t + \alpha) \quad (16)$$

将式(12)代入式(16)得到:

$$d \approx R^* \left(q - \theta_t + \arcsin \frac{R^*}{2R_c} \right) \quad (17)$$

因此,当 $R \rightarrow R^*$ 时,为了使跟踪误差为0,要求 $q = \theta_t - \arcsin \frac{R^*}{2R_c}$ 。故而,对于圆弧轨迹跟踪情形, $R \rightarrow R^*$ 时的期望视线角可取为:

$$q_d = \theta_t - \arcsin \frac{R^*}{2R_c} \quad (18)$$

对于直线参考轨迹,易知 $a_t = 0, R_c = +\infty$,此时式(18)变为 $q_d = \theta_t$ 。可见,当跟踪直线参考轨迹时,式(18)将自动退变为式(11)。综上,将式(13)代入式(18),整理得到针对轨迹跟踪问题的期望视线角约束条件:

$$q_d = \theta_t - \arcsin \left(\frac{a_t}{2v_t^2} R^* \right) \quad (19)$$

结合式(10)和式(17),可得相应的轨迹跟踪误差为:

$$d \approx R^* (q - q_d) \quad (20)$$

可以看出,当期望视线角为式(19)时,在直线轨迹和圆弧轨迹两种情形下,跟踪误差均与视线角误差成简单的比例关系,且其比例系数由 R^* 决定。因此,如能控制视线角误差为零,则可保证轨迹跟踪误差为零。此外可看出,减小参数 R^* 的值,也有助于降低跟踪误差。

1.3 轨迹跟踪数学模型

由于自动驾驶仪的存在,实际过载会滞后于制导指令,特别是当飞行器的控制能力较弱时,过载的滞后效应更加明显^[20]。因此,为了提高轨迹跟踪效果,需要考虑自动驾驶仪的动态特性。为此,采用如式(21)所示的二阶动态环节来

近似自动驾驶仪的动力学特性。

$$\ddot{a}_m + 2\xi\omega_n\dot{a}_m + \omega_n^2 a_m - \omega_n^2 u = 0 \quad (21)$$

式中, a_m 为飞行器的法向加速度, u 为制导指令, ω_n 为自动驾驶仪的固有频率, ξ 为阻尼比。

定义状态变量

$$\begin{cases} x_1 = q - q_d \\ x_2 = \dot{q} - \dot{q}_d \\ x_3 = a_m \\ x_4 = \dot{a}_m \end{cases} \quad (22)$$

其中, q_d 的值如式(19)所示, \dot{q}_d 的值取为:

$$\dot{q}_d = \dot{\theta}_1 = \frac{a_1}{v_1} \quad (23)$$

结合式(7)、式(21)和式(22), 可得轨迹跟踪动力学方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{2\dot{R}}{R}\dot{q} + \frac{\cos\phi_1}{R}a_1 - \frac{\cos\phi_m}{R}x_3 - \\ \quad \frac{R^* v_m \dot{R} \sin\phi_1}{R^3} - \frac{\dot{a}_1}{v_1} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -2\xi\omega_n x_4 - \omega_n^2 x_3 + \omega_n^2 u \end{cases} \quad (24)$$

其中, $\phi_m = q - \theta_m$, $\phi_1 = q - \theta_1$, 从式(22)可看出, x_1 和 x_2 分别表征了视线角以及视线角速度的跟踪误差。因此, 轨迹跟踪制导律的设计任务变成通过设计控制量 u , 使得 $x_1 \rightarrow 0, x_2 \rightarrow 0$ 。

2 轨迹跟踪制导律设计

针对式(24)所描述的轨迹跟踪动力学系统, 采用非奇异快速终端滑模控制方法, 并结合动态面控制方法, 对轨迹跟踪制导律进行设计。

步骤1: 设计 x_3 的虚拟控制 x_{3c} 。

为了保证跟踪误差的收敛速度并且避免奇异问题, 选取第1个动态面为:

$$s_1 = x_1 + \frac{1}{\beta_1} x_1^{g/h} + \frac{1}{\beta_2} x_2^{p/r} \quad (25)$$

式中: $\beta_1, \beta_2, g, h, p, q$ 均为正数; g, h, p, q 为奇数并满足 $1 < p/q < 2, p/q < g/h$ 。

对式(25)进行微分并结合式(24)得到:

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 = & x_2 + \frac{g}{\beta_1 h} x_1^{g/h-1} x_2 + \frac{p}{\beta_2 r} x_2^{p/r-1} \left(-\frac{2\dot{R}}{R}\dot{q} + \right. \\ & \left. \frac{\cos\phi_1}{R}a_1 - \frac{\cos\phi_m}{R}x_3 - \frac{R^* v_m \dot{R} \sin\phi_1}{R^3} - \frac{\dot{a}_1}{v_1} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

选择一个虚拟控制量 x_{3c} , 使得 $s_1 \rightarrow 0$ 。

$$x_{3c} = \frac{R}{\cos\phi_m} \left[\frac{\beta_2 r}{p} x_2^{2-p/r} \left(1 + \frac{g}{\beta_1 h} x_1^{g/h-1} \right) - \frac{2\dot{R}}{R}\dot{q} + \frac{\cos\phi_1}{R}a_1 - \right.$$

$$\left. \frac{R^* v_m \dot{R} \sin\phi_1}{R^3} - \frac{\dot{a}_1}{v_1} + \frac{M_1 s_1 + M_2 |s_1|^\gamma \text{sign}(s_1)}{R} \right] \quad (27)$$

其中, $M_1 > 0, M_2 > 0, 0 < \gamma < 1$ 。

采用时间常数为 τ_1 的一阶低通滤波器对 x_{3c} 进行滤波, 得到滤波虚拟控制量 x_{3d} 。

$$\begin{cases} \tau_1 \dot{x}_{3d} + x_{3d} = x_{3c} \\ x_{3d}(0) = x_{3c}(0) \end{cases} \quad (28)$$

步骤2: 设计 x_4 的虚拟控制律 x_{4c} 。

定义第2个动态面为:

$$s_2 = x_3 - x_{3d} \quad (29)$$

对 s_2 进行微分得到:

$$\dot{s}_2 = x_4 - \dot{x}_{3d} \quad (30)$$

选择一个虚拟控制量 x_{4c} , 使得 $s_2 \rightarrow 0$ 。

$$x_{4c} = -k_1 s_2 + \dot{x}_{3d} \quad (31)$$

式中, $k_1 > 0$ 。采用时间常数为 τ_2 的一阶低通滤波器对 x_{4c} 进行滤波, 得到滤波虚拟控制量 x_{4d} 。

$$\begin{cases} \tau_2 \dot{x}_{4d} + x_{4d} = x_{4c} \\ x_{4d}(0) = x_{4c}(0) \end{cases} \quad (32)$$

步骤3: 设计实际控制律 u 。

定义第3个动态面为:

$$s_3 = x_4 - x_{4d} \quad (33)$$

对 s_3 进行微分得到:

$$\dot{s}_3 = -2\xi\omega_n x_4 - \omega_n^2 x_3 + \omega_n^2 u - \dot{x}_{4d} \quad (34)$$

设计实际控制量 u , 使得 $s_3 \rightarrow 0$ 。

$$u = \frac{1}{\omega_n^2} (2\xi\omega_n x_4 + \omega_n^2 x_3 + \dot{x}_{4d} - k_2 s_3) \quad (35)$$

式中, $k_2 > 0$ 。式(35)为最终的制导指令。

3 跟踪误差收敛性分析

定理 针对式(24), 如果期望视线角设计为式(19), 制导指令设计为式(35), 当选定的参数满足

$$\begin{cases} M_1 > 1 \\ M_2 > 0 \\ k_1 > 1 + \frac{\lambda}{2R} \\ k_2 > \frac{1}{2} \\ \frac{1}{\tau_1} > C_1^2 \\ \frac{1}{\tau_2} > C_2^2 \end{cases} \quad (36)$$

则可以使非奇异快速终端滑模面 s_1 一致最终有界, 视线角误差 x_1 和视线角速度误差 x_2 一致最终有界。当参数 M_1, M_2, k_1 和 k_2 足够大, 且 τ_1 和

τ_2 足够小时,可使轨迹跟踪误差任意小。

证明:定义新的误差变量:

$$y_1 = x_{3d} - x_{3c} \quad (37)$$

$$y_2 = x_{4d} - x_{4c} \quad (38)$$

将式(37)和式(38)分别代入式(29)和式(33),得到:

$$\dot{x}_3 = x_{3c} + s_2 + y_1 \quad (39)$$

$$\dot{x}_4 = x_{4c} + s_3 + y_2 \quad (40)$$

将式(39)代入式(26),并令 $\lambda = \frac{p}{\beta_2 r}$ 。

$x_2^{p/r-1}$,有:

$$\dot{s}_1 = \lambda \left[-\frac{M_1 s_1 + M_2 |s_1|^\gamma \text{sign}(s_1)}{R} - \frac{\cos\phi_m}{R}(s_2 + y_1) \right] \quad (41)$$

由于 p 和 r 均为奇数,因此 $\lambda \geq 0$ 。将式(40)代入到式(30),有:

$$\dot{s}_2 = x_{4c} + s_3 + y_2 - \dot{x}_{3d} = -k_1 s_2 + s_3 + y_2 \quad (42)$$

将式(35)代入式(34),有:

$$\dot{s}_3 = -k_2 s_3 \quad (43)$$

分别对 y_1 和 y_2 求导,有:

$$\dot{y}_1 = -\frac{1}{\tau_1} y_1 - \dot{x}_{3c} \quad (44)$$

$$\dot{y}_2 = -\frac{1}{\tau_2} y_2 - \dot{x}_{4c} \quad (45)$$

定义以下 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2} s_1^2 + \frac{1}{2} s_2^2 + \frac{1}{2} s_3^2 + \frac{1}{2} y_1^2 + \frac{1}{2} y_2^2 \quad (46)$$

对式(46)求导,可得:

$$\dot{V} = s_1 \dot{s}_1 + s_2 \dot{s}_2 + s_3 \dot{s}_3 + y_1 \dot{y}_1 + y_2 \dot{y}_2 \quad (47)$$

式中:

$$\begin{aligned} s_1 \dot{s}_1 &= s_1 \lambda \left[-\frac{M_1 s_1 + M_2 |s_1|^\gamma \text{sign}(s_1)}{R} - \frac{\cos\phi_m}{R}(s_2 + y_1) \right] \\ &\leq \lambda \left(-\frac{M_2 |s_1|^\gamma}{R} \right) |s_1| - \frac{\lambda}{R} M_1 s_1^2 + \frac{\lambda}{R} |s_1| |s_2 + y_1| \end{aligned} \quad (48)$$

考虑到 $\lambda \geq 0$,因此选择合适的 $M_2 > 0$,有式(49)成立。

$$s_1 \dot{s}_1 \leq -\frac{\lambda}{R} M_1 s_1^2 + \frac{\lambda}{R} |s_1| |s_2 + y_1| \quad (49)$$

$$\begin{aligned} s_2 \dot{s}_2 &= s_2 (-k_1 s_2 + s_3 + y_2) \\ &\leq -k_1 s_2^2 + \frac{s_2^2}{2} + \frac{s_3^2}{2} + \frac{s_2^2}{2} + \frac{y_2^2}{2} \\ &= (1 - k_1) s_2^2 + \frac{s_3^2}{2} + \frac{y_2^2}{2} \end{aligned} \quad (50)$$

$$s_3 \dot{s}_3 = -k_2 s_3^2 \quad (51)$$

$$y_1 \dot{y}_1 = -\frac{1}{\tau_1} y_1^2 - y_1 \dot{x}_{3c} \quad (52)$$

$$y_2 \dot{y}_2 = -\frac{1}{\tau_2} y_2^2 - y_2 \dot{x}_{4c} \quad (53)$$

根据文献[17-19,21-22]中有关动态面方法的相关结论可知,存在正常数 $C_1 > 0, C_2 > 0$,使得 $|\dot{x}_{3c}| \leq C_1, |\dot{x}_{4c}| \leq C_2$ 。故而式(52)和式(53)满足:

$$\begin{aligned} y_i \dot{y}_i &\leq -\frac{1}{\tau_i} y_i^2 + |y_i| C_i \\ &\leq \left(C_i^2 - \frac{1}{\tau_i} \right) y_i^2 + \frac{1}{4} \quad i=1,2 \end{aligned} \quad (54)$$

因此

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{\lambda}{R} M_1 s_1^2 + \frac{\lambda}{R} |s_1| |s_2 + y_1| + (1 - k_1) s_2^2 + \frac{s_3^2}{2} + \frac{y_2^2}{2} - \\ &\quad k_2 s_3^2 + \left(C_1^2 - \frac{1}{\tau_1} \right) y_1^2 + \left(C_2^2 - \frac{1}{\tau_2} \right) y_2^2 + \frac{1}{2} \\ &\leq -\frac{\lambda}{R} M_1 s_1^2 + \frac{\lambda}{R} \left(s_1^2 + \frac{s_2^2 + y_1^2}{2} \right) + (1 - k_1) s_2^2 + \frac{s_3^2}{2} + \\ &\quad \frac{y_2^2}{2} - k_2 s_3^2 + \left(C_1^2 - \frac{1}{\tau_1} \right) y_1^2 + \left(C_2^2 - \frac{1}{\tau_2} \right) y_2^2 + \frac{1}{2} \\ &= -\frac{\lambda}{R} (M_1 - 1) s_1^2 - \left(k_1 - 1 - \frac{\lambda}{2R} \right) s_2^2 - \left(k_2 - \frac{1}{2} \right) s_3^2 - \\ &\quad \left(\frac{1}{\tau_1} - C_1^2 \right) y_1^2 - \left(\frac{1}{\tau_2} - C_2^2 \right) y_2^2 + \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (55)$$

综上,通过恰当地选择参数使得式(36)成立,则式(55)可以表示为:

$$\dot{V} \leq -2\rho V + \frac{1}{2} \quad (56)$$

式中:

$$\begin{aligned} \rho &= \min \left\{ \frac{\lambda}{R} (M_1 - 1), \left(k_1 - 1 - \frac{\lambda}{2R} \right), \right. \\ &\quad \left. \left(k_2 - \frac{1}{2} \right), \left(\frac{1}{\tau_1} - C_1^2 \right), \left(\frac{1}{\tau_2} - C_2^2 \right) \right\} \end{aligned} \quad (57)$$

求解式(56),可得:

$$0 \leq V(t) \leq \frac{1}{4\rho} + \left(V(0) - \frac{1}{4\rho} \right) e^{-2\rho t} \quad (58)$$

因此, s_1, s_2, s_3, y_1 和 y_2 均一致最终有界。当选定的参数 M_1, M_2, k_1 和 k_2 足够大,且 τ_1 和 τ_2 足够小时, ρ 将足够大,那么就可以使 $1/(4\rho)$ 任意小。文献[23]通过引入高斯超几何函数并采用 Lyapunov 稳定性准则证明了非奇异终端滑模面(见式(25))可保证 x_1 和 x_2 在有限时间内收敛,具体收敛时间可参见文献[23]。因此视线角误差和视线角速度误差也一致最终有界,并可通过调整参数 $M_1, M_2, k_1, k_2, \tau_1$ 和 τ_2 ,使得误差任意小。

根据式(20)可知,轨迹跟踪误差 d 与视线角误差成简单的比例关系,当视线角误差最终任意小时,轨迹跟踪误差也将任意小,从而定理得证。

□

为了抑制符号函数所导致的高频震颤问题,将式(27)中的符号函数 $\text{sign}(s_1)$ 修改为连续函数:

$$\text{sgmf}(s_1) = 2 \left(\frac{1}{1 + e^{-as_1}} - \frac{1}{2} \right) \quad (59)$$

式中, a 为一个反比于边界层厚度的正常数。

考虑到飞行器在实际中只能提供有限的加速度,同时根据式(27),当 $|\varphi_m| = \pi/2$ 时, x_{3c} 趋于无穷大,因此使用式(60)对式(35)的制导指令进行限幅处理。

$$u = \begin{cases} a_{m \max} \text{sign}(u) & |u| \geq a_{m \max} \\ u & |u| < a_{m \max} \end{cases} \quad (60)$$

其中, $a_{m \max}$ 为飞行器所能提供的最大加速度。

4 仿真结果

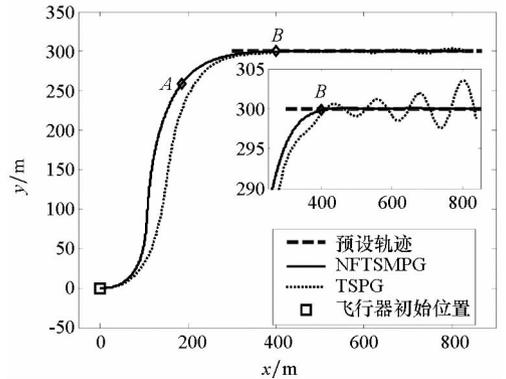
在不同条件下进行数字仿真以验证所提出的轨迹跟踪制导律的性能。飞行器的初始位置为 $(0 \text{ m}, 0 \text{ m})$, 速度 $v_m = 100 \text{ m/s}$, 飞行器所能提供的最大加速度 $a_{m \max} = 150 \text{ m/s}^2$; 轨迹跟踪制导律中各参数设计为 $\beta_1 = 1, \beta_2 = 0.5, g = 7, h = 3, \rho = 5, r = 3, M_1 = M_2 = 100, \gamma = 0.4, k_1 = k_2 = 10, \tau_1 = \tau_2 = 0.01, a = 20$; 如无特殊说明, 飞行器初始航迹角 $\theta_m(0) = 0^\circ$, 参数 $R^* = 40 \text{ m}$, 飞行器自动驾驶仪的阻尼比 $\xi = 0.5$, 固有频率 $\omega_n = 20 \text{ rad/s}$ 。

同时,为了验证本文所提的非奇异快速终端滑模轨迹跟踪制导律(Nonsingular Fast Terminal Sliding Mode Path-following Guidance, NFTSM PG)的有效性,将文献[14]中所提的弹道成型轨迹跟踪制导律(Trajectory Shaping Path-following Guidance, TSPG)一并进行对比仿真。

4.1 直线轨迹跟踪

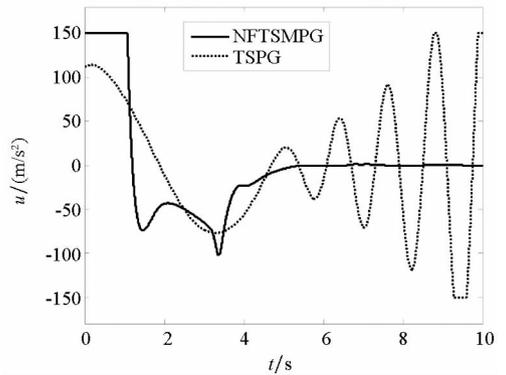
图 4 给出了对直线轨迹的跟踪效果。从图 4(a) 可以明显地看出,所提的制导律(NFTSM PG)可以使飞行器准确地跟踪预设轨迹,而弹道成型制导律(TSPG)则表现出了一定程度的振荡现象。这主要是由于 TSPG 假设飞行器可以瞬时响应制导指令,忽略了自动驾驶仪的影响。在实际应用中,这种理想化的假设会导致振荡现象的出现,同时自动驾驶仪的动态特性越差(对制导指令延迟越大),这种振荡现象将越明显。此外,TSPG 本质上是在文献[15]中的末制导律的基础上发展而来的,该末制导律在推导过程中需要对问题线性化,具有一定的局限性。而 NFTSM PG 则不需要任何的线性化处理,同时在设计过程中考虑了自动驾驶仪的动态特性,从而可以对制导指令进行相应的补偿,因此很好地解决了振荡的问题。

图 4(b) 为制导指令变化曲线,可以看出, NFTSM PG 所产生的制导指令在初始阶段达到了饱和值,但随后则降低到合理的范围内,且其值在大部分时间内均小于 TSPG 的指令过载。这样可以使得飞行器在初始阶段能够快速地向预设轨迹靠近,加快收敛速度。这从图 4(a) 中也可以得到验证。此外,可以明显看出, TSPG 在末段形成了大幅振荡的制导指令,这直接导致了图 4(a) 所示的轨迹振荡现象。



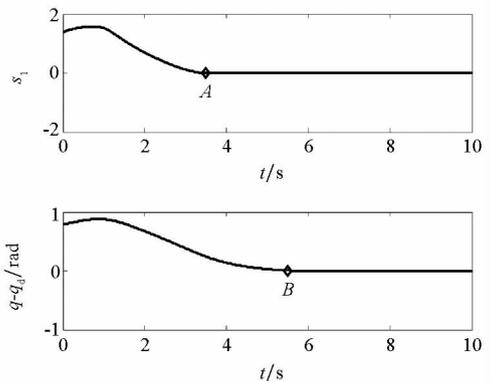
(a) 轨迹曲线

(a) Trajectories curve



(b) 制导指令变化曲线

(b) Time histories of guidance command



(c) 滑模面 s_1 和视线角误差变化曲线

(c) Time histories of the sliding mode manifold s_1 and the error of line-of-sight angle

图 4 直线轨迹跟踪效果

Fig. 4 Effect of straight path following

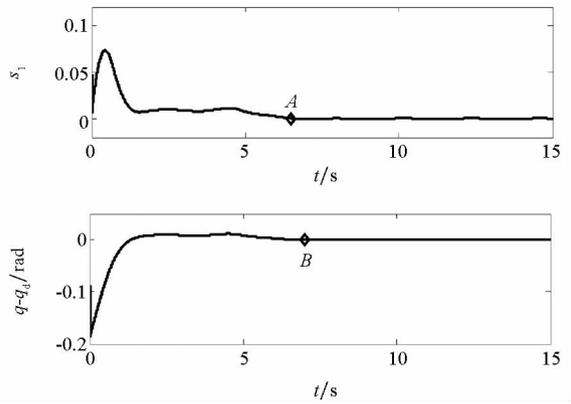
图 4(c) 给出了滑模面 s_1 和视线角误差的变化曲线。图中 t_A 表示系统状态到达滑模面的时刻 ($t_A = 3.4$ s), t_B 表示视线角到达期望值的时刻 ($t_B = 5.5$ s)。而 A 点和 B 点之间则表示了滑动模态。可以看出,滑模面和视线角误差均在有限时间内收敛到 0。此外,通过调节趋近律参数 M_1, M_2 和 γ 可以控制 A 点的位置,调节滑模面(见式(25))中的参数则可以控制系统状态在滑动模态上的运动速度,进而可以控制 B 点的位置。

4.2 圆弧轨迹跟踪

图 5 为圆弧轨迹的跟踪效果。从图 5(a) 可以看出,NFTSMPG 可以驱使飞行器快速地向预设轨迹靠近并最终实现准确跟踪。而 TSPG 则在开始阶段响应较慢,同时在跟踪后期再次出现了围绕预设轨迹的振荡现象。这同样是没有考虑自动驾驶仪的缘故。

从图 5(b) 可以看出,为了加快趋近速度,和图 4(b) 类似,NFTSMPG 产生的制导指令在一开始便出现了短暂的饱和现象,但随后便下降到较小的范围内。而 TSPG 产生的制导指令在后期出现了大幅的振荡现象。

图 5(c) 描述了滑模面 s_1 和视线角误差的变化曲线。和直线轨迹跟踪情形类似,图中 t_A 表示



(c) 滑模面 s_1 和视线角误差变化曲线

(c) Time histories of the sliding mode manifold s_1 and the error of line-of-sight angle

图 5 圆弧轨迹跟踪效果

Fig.5 Effect of circular path following

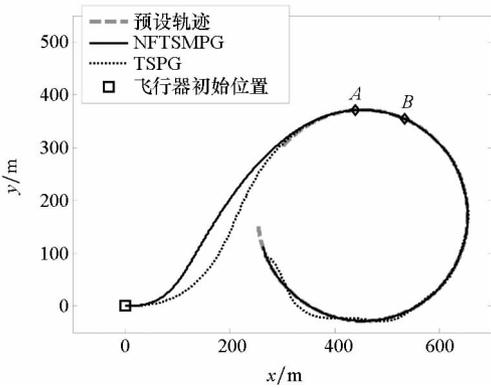
系统状态到达滑模面的时刻 ($t_A = 6.5$ s), t_B 表示视线角到达期望值的时刻 ($t_B = 7.0$ s)。从中可以明显看出 NFTSMPG 的有限时间收敛特性。同时, A 点和 B 点之间的时间间隔很短 ($t_B - t_A = 0.5$ s),因此当系统状态在到达滑模面后,沿着滑模面运动 0.5 s 便到达相平面内的原点。

图 6 展示了飞行器在不同初始航迹角条件下对预设轨迹的跟踪效果。从图 6(a) 可以看出,不论初始航迹角如何变化,飞行器均能够准确地跟踪预设轨迹。从而表明了所设计的 NFTSMPG 对不同初始条件具有很好的鲁棒性。图 6(b) 所示的制导指令与图 5(b) 比较类似,即在开始阶段产生短暂的饱和现象,驱使飞行器能够更快偏转方向,从而更快地向预设轨迹靠近,而随后的指令均处于合理的范围内。

4.3 参数 R^* 的影响

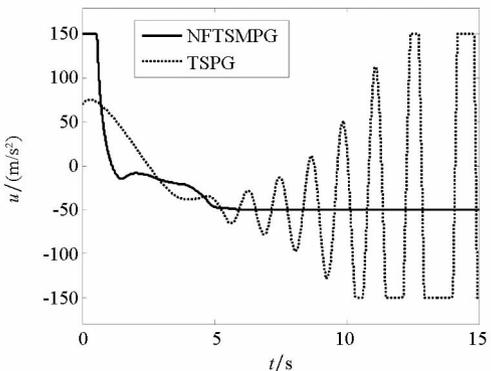
为了评估制导参数 R^* 对跟踪效果的影响,针对不同的 R^* 对复合型轨迹(由直线和圆弧组成)的跟踪进行仿真。仿真结果如图 7 所示。

可以明显地看出,随着 R^* 的减小,TSPG 的跟踪效果逐渐恶化,其振荡幅度越来越大。前文提到,TSPG 缺少对自动驾驶仪的考虑,从而导致跟踪过程中出现振荡现象。因此,对于 TSPG,小的 R^* 会提高对自动驾驶仪的要求。对于某些机动性能有限的飞行器,如果采用 TSPG 跟踪预设轨迹,为了避免振荡现象,需选择较大的 R^* 。而式(20)表明,较大的 R^* 对于控制跟踪误差是不利的,此外文献[14]已证明,较大的 R^* 会降低 TSPG 跟踪误差的收敛速度。因此在实际使用中,需要折中考虑这两方面的因素,合理选择 R^* 的



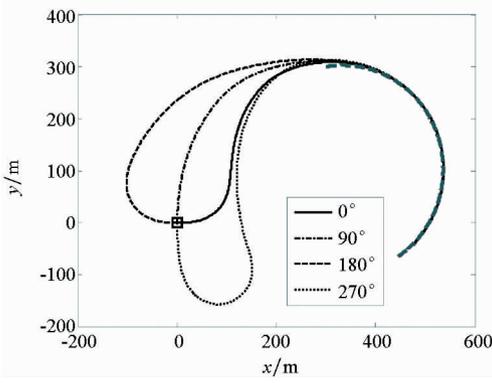
(a) 轨迹曲线

(a) Trajectories curve

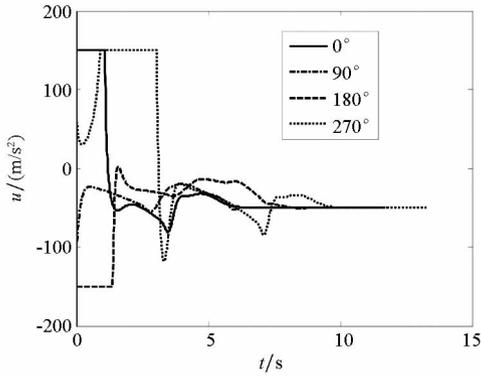


(b) 制导指令变化曲线

(b) Time histories of guidance command



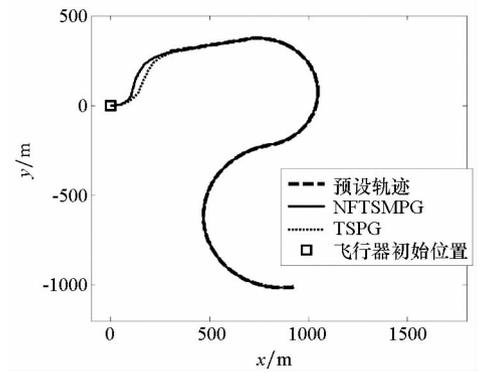
(a) 轨迹曲线
(a) Trajectories curve



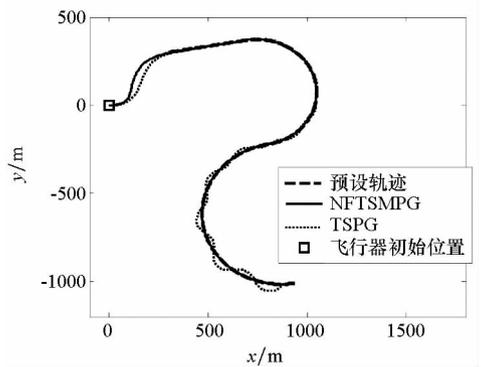
(b) 制导指令变化曲线
(b) Time histories of guidance command

图 6 不同初始航迹角情形下的跟踪效果

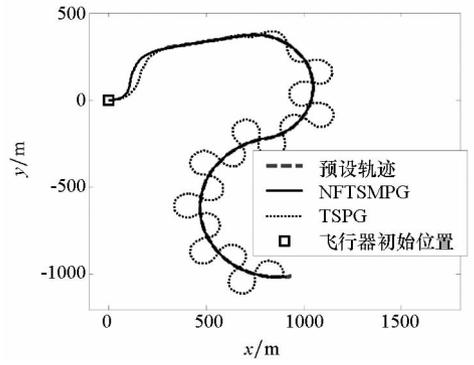
Fig. 6 Circular path following at various flight path angles



(a) $R^* = 70$ m



(b) $R^* = 50$ m



(c) $R^* = 30$ m

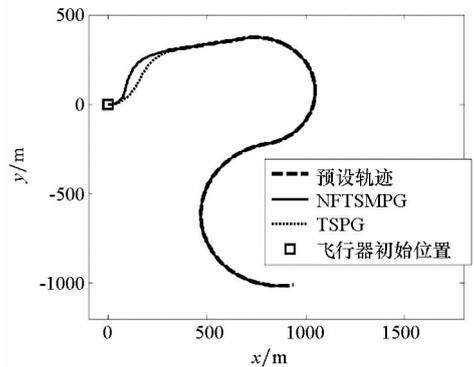
图 7 不同 R^* 情形下的跟踪效果

Fig. 7 Effect of path following with different R^*

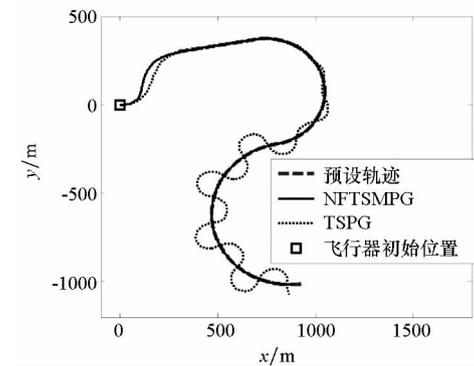
值,这自然就带来了一定的局限性。而对于 NFTSMGP,从图 7 中可以明显看出, R^* 的值并不会对其跟踪效果产生明显的影响。从而表明了所设计的 NFTSMGP 对参数 R^* 的变化具有很强的鲁棒性。

4.4 自动驾驶仪动态特性的影响

由于自动驾驶仪的动态特性,飞行器在响应制导指令时存在一定的滞后,自动驾驶仪的动态特性越差,这种滞后越显著。图 8 给出了自动驾驶仪动态特性逐渐变差时的轨迹跟踪效果。从图中可以看出,随着 ξ 和 ω_n 逐渐减小,即自动驾驶仪对指令信号的响应逐渐变慢,TSPG 的跟踪效果



(a) $\xi = 0.6, \omega_n = 60$ rad/s



(b) $\xi = 0.5, \omega_n = 20$ rad/s

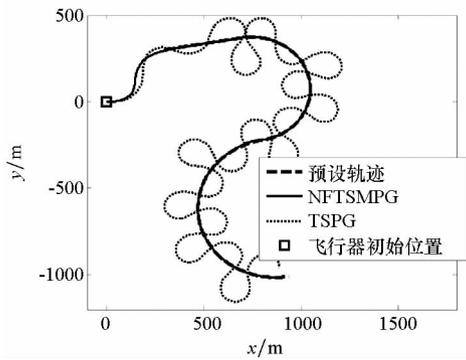
(c) $\xi = 0.4$, $\omega_n = 10 \text{ rad/s}$

图8 不同自动驾驶仪参数情形下的跟踪效果

Fig.8 Effect of path following with different parameters of autopilot

逐渐变差,其振荡幅度逐渐增大。可见,对于某些机动性能非常有限的飞行器,TSPG将会存在较大的局限性。然而对于NFTSMPG,由于其考虑了自动驾驶仪的动态特性,补偿了制导回路和控制系统的延迟,因此依然具有很好的跟踪效果。从而表明了NFTSMPG对自动驾驶仪动态特性的变化也具有很强的鲁棒性。

5 结论

1)通过引入虚拟目标点,建立了基于视线角误差的轨迹跟踪动力学模型,为保证跟踪效果,给出了所需期望视线角的表达式。

2)所提制导律避免了奇异问题,同时在理论上证明了该制导律能够保证轨迹跟踪误差最终有界任意小。

3)通过和其他轨迹跟踪制导律相比,本文所提制导律不需要任何的近似处理,且对制导参数 R^* 以及自动驾驶仪的动态特性均具有很强的鲁棒性。

参考文献 (References)

- [1] Azinheira J R, de Paiva E C, Ramos J, et al. Mission path following for an autonomous unmanned airship [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2000: 1269 - 1275.
- [2] Dukeman G A. Profile-following entry guidance using linear quadratic regulator theory [C]// Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2002.
- [3] Zhou W Y, Tan S J, Chen H B. A simple reentry trajectory generation and tracking scheme for common aero vehicle [C]// Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2012.
- [4] Tsourdos A, White B, Shanmugavel M. Cooperative path

planning of unmanned aerial vehicles [M]. USA: John Wiley & Sons, 2010.

- [5] Liang Z X, Li Q D, Ren Z. Waypoint constrained guidance for entry vehicles [J]. Aerospace Science and Technology, 2016, 52: 52 - 61.
- [6] Liang Z X, Liu S Y, Li Q D, et al. Lateral entry guidance with no-fly zone constraint [J]. Aerospace Science and Technology, 2017, 60: 39 - 47.
- [7] Park S, Deyst J, How J P. Performance and Lyapunov stability of a nonlinear path following guidance method [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(6): 1718 - 1728.
- [8] 王旭刚,王中原,李小元.一种非线性方案弹道跟踪算法[J].弹道学报,2010,22(4):23-26.
WANG Xugang, WANG Zhongyuan, LI Xiaoyuan. Nonlinear algorithm for flight trajectory tracking [J]. Journal of Ballistics, 2010, 22(4): 23 - 26. (in Chinese)
- [9] 王旭刚,荆琴.制导弹药方案弹道跟踪与控制[J].计算机仿真,2011,28(2):62-66.
WANG Xugang, JING Qin. Precise trajectory tracking and control for guided projectile using acceleration guidance logic [J]. Journal of Ballistics, 2011, 28(2): 62 - 66. (in Chinese)
- [10] 黄德刚,章卫国,张秀林.无人机无动力滑行横向自适应非线性制导律设计[J].控制理论与应用,2014,31(11):1486-1491.
HUANG Degang, ZHANG Weiguang, ZHANG Xiulin. Design of the lateral adaptive nonlinear guidance law for unpowered unmanned aerial vehicle gliding [J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(11): 1486 - 1491. (in Chinese)
- [11] Lawrence D A, Frew E W, Pisano W J. Lyapunov vector fields for autonomous UAV flight control [C]// Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, 2007.
- [12] Nelson D R, Barber D B, McLain T W. Vector field path following for miniature air vehicles [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(3): 519 - 529.
- [13] Medagoda E D B, Gibbens P W. Synthetic-waypoint guidance algorithm for following a desired flight trajectory [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2010, 33(2): 601 - 606.
- [14] Ratnoo A, Hayoun S Y, Granot A, et al. Path following using trajectory shaping guidance [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2015, 38(1): 106 - 116.
- [15] Ryo C K, Cho H, Tahk M J. Optimal guidance laws with terminal impact angle constraint [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2005, 28(4): 724 - 732.
- [16] 王钊,李世华,费树岷.非奇异终端滑模导引律[J].东南大学学报,2009,39(1):87-90.
WANG Zhao, LI Shihua, FEI Shumin. Nonsingular terminal sliding mode guidance law [J]. Journal of Southeast University, 2009, 39(1): 87 - 90. (in Chinese)
- [17] 熊少锋,王卫红,刘晓东,等.考虑导弹自动驾驶仪动态特性的带攻击角度约束制导律[J].控制与决策,2015,30(4):585-592.

- XIONG Shaofeng, WANG Weihong, LIU Xiaodong, et al. Impact angle guidance law considering missile's dynamics of autopilot [J]. Control and Decision, 2015, 30(4): 585 - 592. (in Chinese)
- [18] 熊少锋, 王卫红, 王森. 带攻击角度约束的非奇异快速终端滑模制导律[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(3): 269 - 278.
- XIONG Shaofeng, WANG Weihong, WANG Sen. Nonsingular fast terminal sliding-mode guidance with intercept angle constraint[J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(3): 269 - 278. (in Chinese)
- [19] 张尧, 郭杰, 唐胜景, 等. 机动目标拦截含攻击角约束的新型滑模制导律[J]. 兵工学报, 2015, 36(8): 1443 - 1457.
- ZHANG Yao, GUO Jie, TANG Shengjing, et al. A novel sliding mode guidance law with impact angle constraint for maneuvering target interception [J]. Acta Armamentarii, 2015, 36(8): 1443 - 1457. (in Chinese)
- [20] 陈琦. 滑翔增程制导炮弹弹道优化及制导控制方法研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2017.
- CHEN Qi. Investigation on trajectory optimization and guidance & control scheme for a type of gliding guided projectiles [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2017. (in Chinese)
- [21] Swaroop D, Hedrick J K, Yip P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems[J]. IEEE Transactions Automatic Control, 2000, 45(10): 1893 - 1899.
- [22] Zhou D, Qu P P, Sun S. A guidance law with terminal impact angle constraint accounting for missile autopilot [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2013, 135(5): 051009.
- [23] 李升波, 李克强, 王健强, 等. 非奇异快速终端滑模控制方法[J]. 信息与控制, 2009, 38(1): 1 - 8.
- LI Shengbo, LI Keqiang, WANG Jianqiang, et al. Nonsingular and fast terminal sliding mode control method [J]. Information and Control, 2009, 38(1): 1 - 8. (in Chinese)