

## 弹性轨道磁悬浮控制系统模型降阶研究\*

刘武斌<sup>1</sup>, 王 泉<sup>2</sup>

(1. 中铁磁浮交通投资建设有限公司, 湖北 武汉 430060; 2. 湖南凌翔磁浮科技有限责任公司, 湖南 长沙 410600)

**摘要:**在磁悬浮控制系统中,常常忽略轨道的弹性来设计控制算法。在这种控制算法作用下,当轨道刚度较小时,系统容易产生振动。为解决该问题,可以将轨道弹性加入悬浮模型,然后设计控制算法。考虑轨道弹性之后,悬浮系统的模型会比较复杂,控制算法难以在工程实现。为此,采用Hankel范数近似法对考虑轨道弹性后的模型进行降阶,并且在降阶模型的基础上设计控制算法,解决了轨道弹性引发的系统振动问题。并且,这种方法容易在工程中实现。文章最后利用仿真结果验证了降阶方法的可行性。

**关键词:**磁浮系统;弹性轨道;Hankel奇异值;Hankel范数近似

**中图分类号:**TP273 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2020)02-206-05

## Research on model reduction of maglev control system under elastic track

LIU Wubin<sup>1</sup>, WANG Quan<sup>2</sup>

(1. China Railway Maglev Transportation Investment Construction Co. Ltd., Wuhan 430000, China;

2. Hunan Lingxiang Maglev Technology Co. Ltd., Changsha 410600, China)

**Abstract:** In magnetic levitation control system, the elasticity of orbit is often neglected to design control algorithm. Under this control algorithm, when the track stiffness is small, the system is prone to vibration. To solve this problem, the track elasticity can be added to the suspension model, and then the control algorithm is designed. Considering the track elasticity, the model of the suspension system will be more complex, and the control algorithm is difficult to realize in engineering. Therefore, the Hankel norm approximation method is used to reduce the order of the model considering the track elasticity, and the control algorithm is designed on the basis of the reduced order model to solve the system vibration problem caused by the track elasticity. Moreover, this method has the advantage of easily being implemented in engineering. Finally, the feasibility of the reduced order method is verified by the simulation results.

**Keywords:** magnetic levitation system; elasticity track; Hankel singular value; Hankel norm approximation

磁悬浮系统由于其固有的优势,得到了越来越广泛的应用,比如磁悬浮列车、磁悬浮轴承、磁悬挂天平等。特别是随着磁悬浮列车技术的飞速发展,引起了广泛的关注。磁悬浮列车已经进入应用阶段,但是磁悬浮系统本身还在逐步地完善,特别是车轨耦合振动问题还没有得到完美的解决。当列车行驶在钢梁上时,可能出现车轨耦合振动。磁悬浮系统是一个非线性不稳定系统,需要主动控制才能确保系统的稳定性。常见的磁悬浮控制方法有极点配置法<sup>[1]</sup>、PID控制方法<sup>[2]</sup>、非线性控制方法<sup>[3]</sup>、鲁棒控制法<sup>[4]</sup>、自适应控制法<sup>[5]</sup>、变结构控制方法<sup>[6]</sup>等。采用上述控制方法时,通常假设轨道是刚性的。这种假设在某些磁悬浮系统上是可以成立,而且对系统稳定性的影响不明显。然

而,实验表明:对于磁悬浮列车系统来说,当列车行驶在钢梁上的时候,如果采用基于刚性轨道系统模型设计出来的控制算法进行试验,可能发生车轨耦合振动,严重时会使系统发散。针对轨道弹性给控制系统带来的影响,磁浮研究人员进行了大量的研究工作,武建军等<sup>[7-9]</sup>分析了磁悬浮列车的动力学特性及系统的稳定性,为考虑轨道弹性的控制算法设计提供了依据;Lagos等<sup>[10]</sup>分析了车辆过道岔时,轨道弹性对系统的影响;李晓龙等<sup>[11]</sup>等提出一种新型的抑制车轨耦合振动的方法;另外,还有其他磁浮研究人员针对轨道弹性对系统的影响开展了研究<sup>[12-15]</sup>,得出了一些抑制车轨耦合振动的方法。为了分析轨道弹性对系统的影响,本文在刚性轨和弹性轨道条件下,分别建立了磁悬浮系统的数学模型;分

\* 收稿日期:2019-03-29

资助项目:长沙市科技计划经费资助项目(kh1901031)

作者简介:刘武斌(1974—),男,湖南新化人,高级工程师,E-mail:354022492@qq.com

析了基于刚性轨道设计出的控制系统在弹性轨道上不能使得列车稳定悬浮的原因;利用 Hankel 范数近似法,对弹性轨道条件下建立的悬浮系统模型进行合理降阶;对降阶后的系统设计了控制器,确保列车的稳定性。

Hankel 范数近似法是一种有效的模型降阶方法<sup>[16-17]</sup>,它是从 Hankel 奇异值角度给出原系统的一种平衡、渐近稳定的降阶实现,同时还给出对模型降阶误差的一种估计。这种方法首先计算出系统的 Hankel 奇异值,然后对比系统的奇异值,将其中明显比其他奇异值小的去掉,去掉一个奇异值就相当于对系统进行降一次阶次,去掉两个奇异值相当于降阶两次,以此类推。

### 1 Hankel 范数逼近

**定理 1**<sup>[16]</sup> 令  $G(s)$  为一个稳定、有理的  $p \times m$  传递函数阵,其 Hankel 奇异值为  $\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_N$ ,这里每一个  $\sigma_i$  具有重数  $r_i$ ;又令  $\tilde{G}_k(s)$  是保留  $G(s)$  的平衡实现的前  $(r_1 + r_2 + \dots + r_k)$  个状态的截断,则:

$$\|G(s) - \tilde{G}_k(s)\|_\infty \leq 2(\sigma_{k+1} + \sigma_{k+2} + \dots + \sigma_N)$$

当系统为稳定有理系统时,可以直接利用定理 1 对系统进行模型降阶;当系统为不稳定系统时,若要利用上述定理对系统进行模型降阶,有两种思路:

1) 将系统进行线性变换,分解为稳定部分和不稳定部分。针对稳定部分,再采用上述定理进行降阶处理。

2) 求出系统的 Hankel 范数,根据截断误差决定要舍弃哪些状态,然后再判断舍弃的状态是否为系统的稳态部分,若舍弃的为稳态部分,则可以直接求出原系统的降阶模型。

本文在研究分析磁悬浮系统时,采用了思路 2 的方法。

### 2 建模

在传统电磁铁中加入永磁,即为混合磁铁。混合磁铁利用永磁提供大部分的悬浮力,能降低悬浮功耗,减少电磁铁的发热,是磁悬浮技术的重要发展方向。混合磁铁的结构见图 1。其中,  $\delta$  为悬浮间隙,  $F$  为磁铁与轨道之间的悬浮力,  $u$  为线圈两端的电压,  $i$  为线圈电流,  $\delta_m$  为永久磁铁的厚度,  $A$  为永磁磁极面积,与电磁铁的磁极面积相等。设永久磁铁的相对磁导率为  $\mu_m$ ,矫顽力为  $H_c$ ,磁铁线圈匝数为  $N$ 。

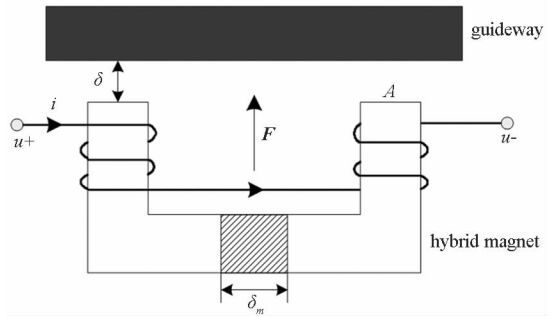


图 1 混合磁铁结构示意图

Fig. 1 Structure of a hybrid magnet

### 2.1 基于刚性轨道的系统建模

为简化模型,忽略磁路漏磁,忽略电磁铁和导轨的磁阻,忽略轨道的弹性,则图 1 所示的系统模型<sup>[18]</sup>如下:

$$\begin{cases} F = \frac{B^2 A}{\mu_0} \\ m \frac{d^2 \delta}{dt^2} = mg - F \\ u(t) = Ri(t) + NA \frac{dB}{dt} \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $B = \frac{\mu_0(Ni + H_c \delta_m)}{2\delta + \delta_m / \mu_m}$ 。

把方程组(1)在平衡点  $(i_0, \delta_0)$  处线性展开,并选取系统输入为控制电压的变化量  $\Delta u$ ,输出  $y = \Delta \delta$ ,得到在刚性轨道条件下系统的传递函数为:

$$P_0(s) = \frac{-k_i / (mL_0)}{s^3 + \frac{R}{L_0}s^2 - \frac{k_\delta R}{mL_0}} \quad (2)$$

其中:  $k_\delta = \frac{4\mu_0 A(Ni_0 + H_c \delta_m)^2}{(2\delta_0 + \delta_m / \mu_m)^3}$ ,  $k_i = \frac{2\mu_0 NA(Ni_0 + H_c \delta_m)}{(2\delta_0 + \delta_m / \mu_m)^2}$ ,  $L_0 = \frac{\mu_0 AN^2}{2\delta_0 + \delta_m / \mu_m}$  分别为气隙系数、电流系数和平衡点电感,且  $L_0 k_\delta = k_i^2$ 。利用劳斯判据,列出式(2)描述的系统  $P_0(s)$  的劳斯表见表 1。

表 1  $P_0(s)$  的劳斯表

Tab. 1 Routh table of  $P_0(s)$

$\lambda^3$	$c_{1,1} = 1$	$c_{1,2} = 0$
$\lambda^2$	$c_{2,1} = R/L_0$	$c_{2,2} = -k_\delta R / (mL_0)$
$\lambda^1$	$c_{3,1} = k_\delta / m$	
$\lambda^0$	$c_{2,2} = -k_\delta R / (mL_0)$	

从表 1 可以发现其劳斯表的第二列数据发生

了符号变化,说明系统存在实部为正数的根,从而可知系统不稳定,需进行控制。

## 2.2 基于弹性轨道的系统建模

简单又不失一般性,假设轨道梁是简支梁,且只有一阶振动模态,轨道梁的振动方程<sup>[3]</sup>为:

$$\ddot{y}_c + 2\xi_1\omega_1\dot{y}_c + \omega_1^2 y_c = a \cdot F(i, \delta) \quad (3)$$

其中: $y_c$  是轨道相对于惯性基的垂向位移; $a$  由轨道结构决定,代表轨道弹性的强度; $\omega_1$  和  $\xi_1$  是轨道一阶振动的频率和阻尼; $y$  为电磁铁在垂直方向上相对于惯性基的位移。考虑轨道弹性后,系统的电磁力方程和电学方程仍然成立。只有动力学方程产生变化<sup>[15]</sup>:

$$\begin{cases} y = y_c + \delta \\ m\ddot{y}(t) = mg - F(i, \delta) \end{cases} \quad (4)$$

结合式(1)和式(4),将模型在平衡点线性展开,得到弹性轨道下的混合磁铁模型为:

$$P_1(s) = -\frac{\frac{k_i}{mL_0}[mas^2 + T(s)]}{\left(s^3 + \frac{R}{L_0}s^2 - \frac{k_\delta R}{mL_0}\right) \cdot T(s) - \frac{Rak_\delta s^2}{L_0}} \quad (5)$$

其中, $T(s) = s^2 + 2\xi_1\omega_1 s + \omega_1^2$ 。从式(5)可以看出,考虑轨道弹性后,系统增加为 5 阶,令  $a = 0$ , 则系统传递函数  $P_1(s)$  与  $P_0(s)$  相等,可见用  $a$  的大小表示轨道弹性的强度是合理的。

## 3 刚性轨道下的模型分析

为了分析模型之间的差异,以模型之间的范数差作为指标,模型之间的范数相差越大,表明两个模型之间的差别越大。

某混合磁悬浮系统的有关参数如下: $m = 500 \text{ kg}$ ,  $A = 1 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ ,  $\delta_0 = 0.01 \text{ m}$ ,  $N = 300$  匝,  $R = 0.5 \text{ } \Omega$ ,  $\mu_m = 1$ ,  $\delta_m = 0.02 \text{ m}$ ,  $H_c = 800 \text{ kA/m}$ , 轨道一阶模态参数  $\omega_1 = 17 \times 2\pi$ ,  $\xi_1 = 0.005$ ,  $a = 0.025$ 。将上述参数代入式(2)和式(5),得到刚性轨道系统模型和弹性轨道系统模型:

$$P_0(s) = -\frac{58.87}{s^3 + 176.8s^2 - 1.733 \times 10^5} \quad (6)$$

$$P_1(s) = -\frac{206.1s^2 + 62.88s + 6.717 \times 10^5}{N(s)} \quad (7)$$

其中:

$$N(s) = s^5 + 177.9s^4 + 1.16 \times 10^4 s^3 + 1.411 \times 10^6 s^2 - 1.851 \times 10^5 s - 1.977 \times 10^9$$

由此得出刚性轨道系统模型的无穷范数:

$$\|P_0(s)\|_\infty = 3.397 \times 10^{-4}$$

弹性轨道系统模型的无穷范数:

$$\|P_1(s)\|_\infty = 6.260 \times 10^{-4}$$

二者之间的模型相对误差:

$$\|P_1(s) - P_0(s)\|_\infty / \|P_0(s)\|_\infty = 1.85$$

可见,以刚性轨道系统模型为准,模型误差的最大值可达原系统的 1.85 倍,该值在频率 15 ~ 16 Hz 处取得,该频率接近某类轨道频率,比如钢梁,可能引起车轨耦合振动。因此,在设计悬浮控制器时,不能简单地忽略轨道弹性。

## 4 弹性轨道下的模型降阶

考虑轨道弹性后,系统模型增加为 5 阶,系统变得更加复杂,不便于系统分析,同时也给控制器的设计和实现带来困难。为此,考虑对弹性轨道系统模型进行降阶。

由定理 1 可知,基于 Hankel 范数逼近的方法适用于有理、稳定的系统。由式(5)所描述的模型看出,本系统为有理系统。由系统的稳定性判据可知,本系统是不稳定的,因此不能直接采用定理 1 进行降阶处理。这里采用定理 1 所描述的思路 2 对本系统进行分析处理。

首先计算式(7)所示弹性轨道系统模型的 Hankel 奇异值为: $\sigma_1 = 0.000327722$ ,  $\sigma_2 = 0.000308465$ ,  $\sigma_3 = 0.000105128$ ,  $\sigma_4 = 0.000092079$ ,  $\sigma_5 = 0.000008093$ 。系统模型的后两个奇异值相对较小,利用公式  $\|P(s) - P_r(s)\|_\infty \leq 2(\sigma_1 + \sigma_2 + \dots + \sigma_N)$ ,可以考虑将模型降为 3 阶或 4 阶。模型阶次降为  $r(1 \leq r \leq 4)$  的相对误差见表 2。

表 2 模型降阶的相对误差

Tab. 2 Relative error of model reduction

$r$	1	2	3	4
$\frac{\ P_1 - P_r\ _\infty}{\ P_1\ _\infty}$	1.288	0.607	0.269	0.026

从表 2 可以看出,降阶模型在 3 阶以下带来的误差较大,而将模型降为 4 阶带来的误差约为 3%,故模型可以考虑降为 4 阶。

根据控制理论相关知识可以判断出, $\sigma_5$  对应的系统状态为稳定状态,因此舍弃该状态不会影响系统的稳定性。由定理 1,可以将系统降为 4 阶。模型降为 4 阶后,传递函数为:

$$P_r(s) = \frac{0.004077s^3 - 0.9829s^2 + 8.922s - 3488}{s^4 + 10.77s^3 + 8586s^2 - 3341s - 9.801 \times 10^6} \quad (8)$$

式(6)基于刚性轨道建立的系统模型  $P_0$ 、式(7)基于弹性轨道建立的系统模型  $P_1$ ,及

式(8)基于弹性轨道建立的系统 4 阶降阶模型。三者的波特图见图 2。比较  $P_0$  和  $P_1$  可见,二者系统幅频特性和相频特性差别很大,尤其是在低频段, $P_1$  有  $180^\circ$  的相位滞后,这极有可能导致控制器失效,由此说明基于刚性轨道系统模型设计的控制器不能使系统有效悬浮;比较  $P_r$  和  $P_1$  可见,降阶后的模型  $P_r$  保留了  $P_1$  在关键频率段的幅频特性和相频特性,只是在高频段有较大差别。但是,高频段超出悬浮系统的频率范围,在该频率段的幅频差异并不影响系统特性,可见系统的 4 阶降阶模型是有效的。

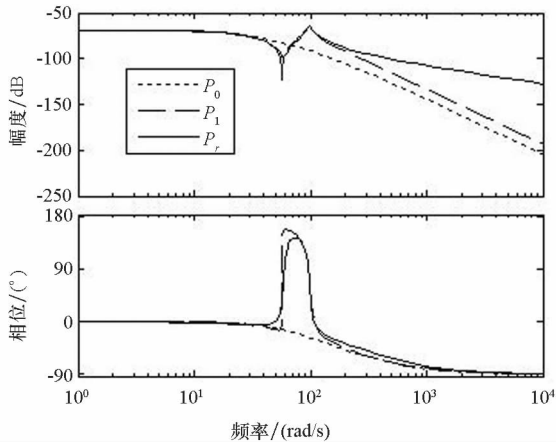


图 2  $P_0$ 、 $P_1$ 、 $P_r$  的系统波特图比较

Fig. 2 Comparison of system Bode diagram for  $P_0$ 、 $P_1$ 、 $P_r$

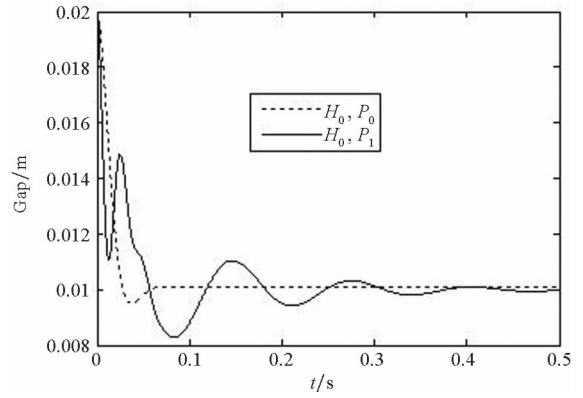
### 5 仿真验证

仿真时,采用常见的状态反馈控制,这里分别针对刚性轨道下的系统模型  $P_0$  和弹性轨道下的系统降阶模型  $P_r$  设计反馈控制器。对于  $P_0$ ,设计的控制器的传递函数  $H_0(s) = -9772 - 291s$ ;对于  $P_r$  设计的控制器的传递函数  $H_1(s) = -3600 - 60s$ 。令初始悬浮间隙是 20 mm,稳定悬浮间隙是 10 mm,得到  $H_0$  和  $H_1$  作用下的间隙响应见图 3。

其中,图 3(a)是  $H_0$  控制  $P_0$  和  $P_1$  的波形,可以看出  $H_0$  用于控制  $P_0$ ,得到很好的悬浮效果;而  $H_0$  用于控制  $P_1$  时,系统性能变差。图 3(b)是  $H_1$  用于控制  $P_0$ 、 $P_1$  和  $P_r$  时的间隙变化波形,从图中可以看出,基于降阶模型设计的控制器,既能使得刚性轨道系统模型稳定,也能使得弹性轨道系统模型稳定,且悬浮性能较为一致。

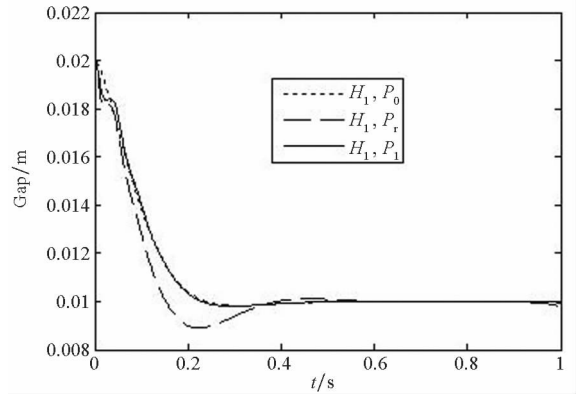
### 6 结论

为分析轨道弹性对系统性能的影响。本文建立了刚性轨道系统模型和弹性轨道系统模型,并



(a)  $H_0$  控制下的间隙响应

(a) Gap response controlled by  $H_0$



(b)  $H_1$  控制下的间隙响应

(b) Gap response controlled by  $H_1$

图 3 起浮过程中的间隙

Fig. 3 Air gap during the levitation process

根据二者的范数差,指出在某些情况下,不能忽略轨道弹性的原因。刚性轨道系统模型下的控制算法不能确保弹性轨道的稳定性,而弹性轨道系统模型下的控制算法复杂而难以实现。为解决上述问题,本文提出了对弹性轨道系统模型进行降阶的方法。采用 Hankel 范数近似法对系统模型进行降阶处理,利用模型之间的范数差选择合理的系统阶次,确保降阶模型在关键频段的频谱特性与原模型一致。最后,分别针对刚性轨道系统模型和降阶模型设计控制器,仿真结果表明:刚性轨道系统模型下设计的控制器不能确保弹性轨道系统模型的良好性能,而基于降阶模型设计的控制器能确保弹性轨道系统模型的稳定悬浮。由此验证了模型降阶的有效性。

### 参考文献 (References)

[1] 李励,朱芳来.基于状态估计和干扰重构的磁悬浮系统控制设计[J].机电一体化,2014,20(1):47-50.  
LI Li, ZHU Fanglai. Control of maglev system using state estimation and disturbance reconstruction[J]. Mechatronics, 2014, 20(1): 47-50. (in Chinese)

- [2] 王玲玲, 王宏, 梁勇. 磁悬浮控制系统的仿真研究[J]. 兵器装备工程学报, 2017, 38(4): 122 - 126.  
WANG Lingling, WANG Hong, LIANG Yong. Simulation of maglev control system [J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2017, 38(4): 122 - 126. (in Chinese)
- [3] 汤小伟, 罗伯特·霍尔. 磁悬浮小球控制系统的研究[J]. 机械设计与制造工程, 2015, 44(1): 54 - 56.  
TANG Xiaowei, Robert Hall. Development of magnetic suspension ball control system [J]. Machine Design and Manufacturing Engineering, 2015, 44(1): 54 - 56. (in Chinese)
- [4] 乔芳, 林小玲. 混合磁悬浮系统的  $H_\infty$  控制器设计[J]. 微特电机, 2011(9): 66 - 69.  
QIAO Fang, LIN Xiaoling. Design of robust controller for hybrid maglev system [J]. Small & Special Electrical Machines, 2011(9): 66 - 69. (in Chinese)
- [5] 刘宁. 磁悬浮球系统的自适应控制器设计[J]. 自动化技术与应用, 2011, 30(10): 30 - 32.  
LIU Ning. An adaptive controller design for magnetic levitation ball system [J]. Techniques of Automation and Applications, 2011, 30(10): 30 - 32. (in Chinese)
- [6] 钱玉恒, 杨亚非, 张翔. 离散滑模变结构控制在磁悬浮球系统中的应用[J]. 中国惯性技术学报, 2012, 20(3): 368 - 372.  
QIAN Yuheng, YANG Yafei, ZHANG Xiang. Application of discrete sliding mode variable structure control in magnetic levitation ball system [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2012, 20(3): 368 - 372. (in Chinese)
- [7] 武建军, 郑晓静, 周又和. 弹性轨道上二自由度磁悬浮列车的动力特性分析[J]. 振动工程学报, 1999, 12(4): 439 - 446.  
WU Jianjun, ZHENG Xiaojing, ZHOU You he. Dynamic characteristic analysis of maglev vehicle with two degrees of freedom on flexible guideways [J]. Journal of Vibration Engineering, 1999, 12(4): 439 - 446. (in Chinese)
- [8] 武建军, 杨文伟. EMS 磁悬浮列车/非线性弹性轨道系统的动力学特性[J]. 兰州大学学报(自然科学版), 2006, 42(1): 120 - 126.  
WU Jianjun, YANG Wenwei. Characteristics of EMS-maglev system with multi-car and nonlinear flexible guideway [J]. Journal of Lanzhou University (Natural Sciences), 2006, 42(1): 120 - 126. (in Chinese)
- [9] 刘希军, 张昆仑. 中低速磁悬浮列车垂向动力学分析[J]. 铁道科学与工程学报, 2014, 11(1): 137 - 142.  
LIU Xijun, ZHANG Kunlun. Vertical dynamics analysis of middle and low speed maglev vehicle [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2014, 11(1): 137 - 142. (in Chinese)
- [10] Lagos R, Alvarez K, Vinolas J, et al. Rail vehicle passing through a turnout: influence of the track elasticity [J]. Dyna (Medellín, Colombia), 2014, 81(188): 60 - 64.
- [11] 李晓龙, 龙鑫林. 永磁电磁型低速磁悬浮车轨耦合振动抑制新方法[J]. 振动工程学报, 2016, 29(4): 649 - 655.  
LI Xiaolong, LONG Xinlin. New method to suppress tracks coupling vibration in PEMS low speed maglev train [J]. Journal of Vibration Engineering, 2016, 29(4): 649 - 655. (in Chinese)
- [12] 梁鑫. 磁浮列车车轨耦合振动分析及试验研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2015.  
LIANG Xin. Analysis and experimental study on coupled vibration of maglev train track and vehicle [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2015. (in Chinese)
- [13] 黎松奇, 张昆仑. 磁浮列车车轨耦合振动仿真研究[J]. 计算机仿真, 2014, 31(8): 137 - 141.  
LI Songqi, ZHANG Kunlun. On Simulation of track coupling vibration for maglev train [J]. Computer Simulation, 2014, 31(8): 137 - 141. (in Chinese)
- [14] 邹东升, 余龙华, 张志强, 等. 磁浮系统车轨耦合振动分析[J]. 电子学报, 2010, 38(9): 2071 - 2075.  
ZOU Dongsheng, SHE Longhua, Zhang Zhiqiang, et al. Maglev vehicle and guideway coupling vibration analysis [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(9): 2071 - 2075. (in Chinese)
- [15] 王辉, 钟晓波, 沈钢. 弹性轨道梁上磁悬浮控制方法[J]. 交通运输工程学报, 2013, 13(5): 33 - 38.  
WANG Hui, ZHONG Xiaobo, SHEN Gang. Maglev control method on elastic track beam [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2013, 13(5): 33 - 38. (in Chinese)
- [16] 周克敏. 鲁棒与最优控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.  
ZHOU Keming. Essentials of robust control [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2002. (in Chinese)
- [17] 盛洋, 赖旭芝, 吴敏. 基于模型降阶的平面三连杆欠驱动机械系统位置控制[J]. 自动化学报, 2014, 40(7): 1303 - 1310.  
SHENG Yang, LAI Xuzhi, WU Min. Position control of a planar three-link underactuated mechanical system based on model reduction [J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 40(7): 1303 - 1310. (in Chinese)
- [18] 刘恒坤, 程虎. 磁悬浮系统的模型参数辨识研究[J]. 机车电传动, 2017(1): 105 - 108.  
LIU Hengkun, CHENG Hu. Study on model parameter identification of magnetic levitation system [J]. Electric Drive for Locomotives, 2017(1): 105 - 108. (in Chinese)