

# BDS 在低轨卫星编队高精度相对轨道确定上的应用分析\*

易彬<sup>1</sup>, 谷德峰<sup>2</sup>, 邵凯<sup>1</sup>, 易东云<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学文理学院, 湖南长沙 410073; 2. 中山大学物理与天文学院, 广东珠海 519082)

**摘要:**分析基于北斗卫星导航系统(BeiDou satellite navigation System, BDS)的低轨卫星编队相对轨道确定问题,但由于缺乏实测数据,通过仿真实验展开研究。结果表明,500 km 空域平均可视 BDS 卫星数约为 9.7,由于地球静止轨道(GeoStationary earth Orbit, GEO)卫星和倾斜地球同步轨道(Inclined GeoSynchronous earth Orbit, IGSO)卫星的存在,亚太地区的可视 BDS 卫星数明显偏多。仅考虑观测噪声的影响时,基于 BDS 的相对定轨精度可达 0.74 mm,加入星历误差的影响,对近距离编队系统的相对定轨而言,GEO 卫星数米的星历误差可以忽略,但当星间距离增大到约 200 km 时,GEO 卫星单差后的星历误差可达厘米量级,GEO + IGSO + 中圆地球轨道(Medium Earth Orbit, MEO)卫星和 IGSO + MEO 卫星求解的相对轨道精度分别为 1.09 mm 和 0.96 mm,GEO 卫星的加入使得精度下降了 13.54%。在其余误差得到有效处理后,BDS 的相对定轨精度可达亚毫米量级,且无明显区域差异,GEO 卫星和 IGSO 卫星能提高近距离编队系统的全球相对定轨精度,未来 BDS 将广泛应用于低轨卫星编队相对轨道确定。

**关键词:**北斗卫星导航系统;低轨卫星编队;相对轨道确定;地球静止轨道卫星;倾斜地球同步轨道卫星  
中图分类号:P228 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2020)04-043-08

## Precise relative orbit determination of LEO formation flying using BDS

YI Bin<sup>1</sup>, GU Defeng<sup>2</sup>, SHAO Kai<sup>1</sup>, YI Dongyun<sup>1</sup>

(1. College of Liberal Arts and Sciences, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;  
2. School of Physics and Astronomy, Sun Yat-sen University, Zhuhai 519082, China)

**Abstract:** The PROD (precise relative orbit determination) for the LEO (low earth orbit) formation-flying satellites based on BDS (BeiDou satellite navigation system) was studied. Due to the lack of experimental data, the simulation method was used. Results show that the average number of visible BDS satellites at altitude of 500 km is about 9.7. Because of the GEO (geostationary earth orbit) satellites and IGSO (inclined geosynchronous earth orbit) satellites, the LEO satellites can observe more BDS satellites over the Asia-Pacific region. When only the observation noise is considered, the accuracy of PROD based on BDS is 0.74 mm. Furthermore, the influence of ephemeris errors is analyzed. For a few kilometres separation of the LEO satellites, the effect of ephemeris errors on PROD could be ignored. However, for a 200 km separation of the LEO satellites, the SD (single difference) ephemeris errors of GEO satellites would be on the order of centimetres. The experimental results show that when IGSO satellites and MEO satellites co-work with GEO satellites, the accuracy decreased from 1.09 mm to 0.96 mm, decreased by 13.54%. Finally, the conclusion is that the accuracy of PROD based on BDS can reach sub-millimeter level after the remaining errors are processed, the differences of the PROD results are not apparent between different regions. When relative position between satellites is only a few kilometres, the GEO satellites and IGSO satellites can improve the accuracy of PROD all over the world. In the future, BDS will be widely used in PROD of LEO satellites.

**Keywords:** BeiDou satellite navigation system; low earth orbit formation flying; relative orbit determination; geostationary earth orbit satellites; inclined geosynchronous earth orbit satellites

当前,我国航天事业处于快速发展期,北斗全球卫星导航系统工程、高分辨对地观测系统工程等都在稳步推进,而低轨卫星编队飞行技术以其成本低、功能强大、发射灵活等优点,被广泛应用于各类空间大地测量任务<sup>[1]</sup>,成为目前国内外航

天领域研究的热点问题之一。如分布式干涉合成孔径雷达(Interferometric Synthetic Aperture Radar, InSAR)卫星系统结合了卫星编队技术与 InSAR 技术,可实现分布式 InSAR 地面目标三维定位和合成孔径雷达成像等测量任务<sup>[2]</sup>,极大地

\* 收稿日期:2019-01-08

基金项目:国家自然科学基金面上基金资助项目(41874028);国家自然科学基金重大研究计划资助项目(91438202)

作者简介:易彬(1993—),女,湖南娄底人,博士研究生,E-mail:ybin3013@sina.com;

谷德峰(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:gudefeng@mail.sysu.edu.cn

拓展了 SAR 卫星系统的总体性能。目前,国内外已经研究的低轨卫星编队系统有很多,比如 TanDEM-X<sup>[3]</sup> ( TerraSAR-X add-on for digital elevation measurement)、Swarm<sup>[4]</sup>、重力重建与气候实验<sup>[5]</sup> ( Gravity Recovery And Climate Experiment, GRACE) 和 GRACE-FO<sup>[6]</sup> ( GRACE follow-on) 等。

编队卫星系统性能优越,应用前景广阔,但也面临很多关键技术挑战。比如,低轨卫星编队系统对相对轨道的事后确定精度要求极为严苛,以 TanDEM-X 任务为例,该任务用于地面高程测量时,数字高程模型产品精度指标满足高分辨率地面信息第三等级精度要求<sup>[7]</sup>,代表着当今国际 InSAR 系统的最高水平,但前提是相对轨道确定精度达到 1~2 mm(每轴)<sup>[8-9]</sup>。

目前,各航天大国均将全球导航卫星系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)作为相对定轨的主流测量手段<sup>[10]</sup>,在编队飞行的低轨卫星上安装双频 GNSS 接收机,通过载波相位差分 GNSS ( Carrier-phase Differential GNSS, CDGNSS) 可以减弱或消除各种公共误差影响,提高观测精度<sup>[11]</sup>,同时双差整周模糊度具有整数特性<sup>[12]</sup>,采用双差模糊度固定技术可得到毫米量级的相对轨道<sup>[13]</sup>。2007 年,Jäggi 用批处理最小二乘方法求解 GRACE 系统的相对轨道,K/Ka 波段测距(K/Ka-band Ranging, KBR) 检核精度达到 0.88 mm<sup>[14]</sup>。2011 年,Montenbruck 利用广义卡尔曼滤波方法求解 TanDEM-X 的相对轨道,轨道互比对结果表明相对定轨精度可达到每轴 1 mm<sup>[8]</sup>。然而,以上结果都是基于全球定位系统(Global Positioning System, GPS) 得出的,无论是从技术独立还是信息安全的角度出发,北斗卫星导航系统(Beidou satellite navigation System, BDS) 都是未来中国低轨卫星编队系统高精度相对轨道确定的首选。

BDS 是中国自主研发和建设的导航系统,全星座包含 5 颗地球静止轨道卫星(Geostationary Earth Orbit satellite, GEO), 3 颗倾斜地球同步轨道卫星(Inclined GeoSynchronous earth Orbit satellite, IGSO) 和 27 颗中轨卫星(Medium Earth Orbit satellite, MEO), 是目前为止唯一的混合星座<sup>[15]</sup>。BDS 包含三类导航卫星,共 35 颗,卫星总数多于 GPS,可视卫星数增多,观测几何增强,但 GEO 和 IGSO 卫星具有区域性<sup>[16]</sup>。

2014 年,Liu 等通过仿真实验表明北斗区域导航系统可实现全球范围的相对轨道确定,但轨

道精度具有明显的区域差异<sup>[17]</sup>,且目前 BDS 的星历误差明显大于 GPS,比如 GEO 卫星的星历误差仍为米量级<sup>[18-19]</sup>。而北斗全星座建设完成后其确定的相对轨道能够达到什么样的精度,自然成为国内外学者关心的问题。

我国自主研发的低轨卫星编队系统正在部署中,且同时搭载北斗接收机,此时如何利用 BDS 来实现低轨卫星相对轨道高精度确定已成为关键问题。本文采用仿真实验方法,在文献[19]的基础上,进一步深入研究 BDS 在低轨编队卫星事后高精度相对轨道确定中的应用,首先分析了编队卫星的可视 BDS 卫星数,其次讨论了观测噪声对相对定轨精度的影响,然后分析了 GEO 和 IGSO 卫星在相对定轨中的贡献,最后研究了 BDS 星历误差对相对定轨的影响,所得结论对未来 BDS 应用于相对定轨具有重要的参考价值。

### 1 编队系统设置和观测数据仿真

表 1<sup>[20]</sup> 为北斗导航卫星全星座的轨道参数,利用轨道参数进行轨道积分可获得 BDS 全星座的星历文件。表 2<sup>[19]</sup> 为低轨卫星的轨道参数,同理可获得低轨卫星的轨道文件,其中 A 和 B、A 和 C 组成的两个编队系统,星间距分别为 2 km 和 200 km,钟差均设置为 0。根据星历文件,轨道文件和钟差文件仿真可得观测文件,在 BDS 下对观测文件进行相对轨道求解,利用轨道根数积分所得轨道与利用观测数据求解所得轨道之间的偏差即为轨道精度。仿真时间段为 2014 年 6 月 9 日至 23 日。

表 1 北斗导航卫星的轨道参数<sup>[20]</sup>

Tab. 1 Orbit parameters for the BDS

参数	GEO	IGSO	MEO
半长轴/km	42 164	42 164	27 878
轨道倾角/(°)	0	55	55
偏心率/(°)	0	0	0
近地点幅角/(°)	257	257	0
升交点 赤经/(°)	58.75, 80, 140, 110.5, 160	118, 0, 238	0, 120, 240  0, 45, 90, 135, 180, 225, 270, 315, 10, 15, 60, 105, 150, 195, 240, 285, 330, 55, 30, 75, 120, 165, 210, 255, 300, 345, 105
平近点 角/(°)	0	0, 118, -120	

表2 低轨卫星轨道参数<sup>[19]</sup>

Tab.2 Orbit parameters for the LEO satellites

参数	A	B	C
半长轴/km	6896.195	6896.195	6896.195
轨道倾角/(°)	97.475 35	97.475 35	97.475 35
升交点赤经/(°)	100	100.011 6	100
偏心率/(°)	0.001 075	0.001 108 04	0.001 075
近地点幅角/(°)	0	357.263 6	1.6
平近点角/(°)	90	92.737 8	90
与A的平均 距离/km	0	2	200

图1为500 km空域平均可视北斗卫星数,最大为18颗,平均约9.7颗,均高于北斗2代区域导航系统<sup>[17]</sup>,同时由图1可知,BDS的分布具有显著的区域差异,亚太地区可视卫星数明显高于非亚太地区,这主要是由GEO和IGSO所造成的,对此,选择东经55°至东经180°,南纬55°至北纬55°为亚太地区<sup>[19]</sup>,深入分析BDS在不同区域的相对定轨精度,以及GEO和IGSO对低轨卫星相对轨道确定的影响。

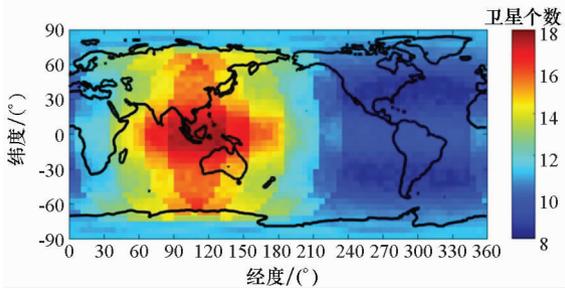


图1 500 km空域平均可视北斗卫星数

Fig.1 Average visible BDS satellites on altitude of 500 km

仿真的观测数据包括双频伪距和载波相位,观测噪声的标准差分别为 $\sigma_p = 0.5$  m和 $\sigma_L = 0.002$  m<sup>[19]</sup>,使用的频率包括B1和B3,采样间隔为10 s,高度截止角为5°。图2统计了15天A和B的共视BDS卫星数,平均可视BDS卫星数约为9.21,且共视卫星数小于等于3的情况约仅占0.19%,相比之前北斗2代区域导航系统<sup>[17]</sup>,BDS下的共视卫星数明显增加,更有利于全球高精度的相对轨道确定。

## 2 高精度相对定轨模型

通过构造双差观测方程,可完全消除导航卫星钟差和低轨卫星钟差,有效提高定轨精

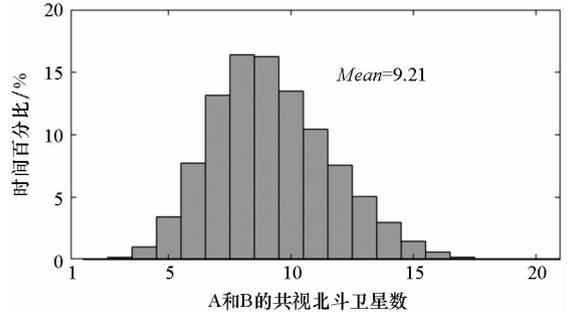


图2 低轨卫星A和B的共视北斗卫星数

Fig.2 Visible BDS satellites from A and B

度<sup>[21-22]</sup>,双差观测方程可以模型化为式(1)。

$$\begin{cases}
 P_{1,AB}^{jk}(t) = \rho_{AB}^{jk}(t) + I_{AB}^{jk}(t) + \varepsilon_{AB,P1}^{jk}(t) \\
 P_{2,AB}^{jk}(t) = \rho_{AB}^{jk}(t) + \frac{f_1^2}{f_2^2} I_{AB}^{jk}(t) + \varepsilon_{AB,P2}^{jk}(t) \\
 L_{1,AB}^{jk}(t) = \rho_{AB}^{jk}(t) - I_{AB}^{jk}(t) + \lambda_1 N_{1,AB}^{jk}(t) + \varepsilon_{AB,L1}^{jk}(t) \\
 L_{2,AB}^{jk}(t) = \rho_{AB}^{jk}(t) - \frac{f_1^2}{f_2^2} I_{AB}^{jk}(t) + \lambda_2 N_{2,AB}^{jk}(t) + \varepsilon_{AB,L2}^{jk}(t)
 \end{cases} \quad (1)$$

式中,上标j和k代表导航卫星,下标A和B代表低轨卫星,P和L分别为伪码和载波相位观测数据, $\rho$ 表示真实的几何距离, $f_1$ 和 $f_2$ 为所选的两个频率,I为一阶电离层延迟, $\lambda$ 为载波波长,N为模糊度参数, $\varepsilon$ 为其余误差。需要说明的是,相位缠绕、GNSS发射天线相位中心、相对论效应通过已有模型进行修正,未在公式中列出。

在双差观测方程的基础上构建式(2)所示的双差无电离层组合,消除一阶双差电离层路径延迟的影响,再进行简化动力学批处理最小二乘相对定轨。

$$\begin{cases}
 P_{IF,AB}^{jk}(t) = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} P_{1,AB}^{jk}(t) - \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} P_{2,AB}^{jk}(t) \\
 = \rho_{AB}^{jk}(t) + \varepsilon_{AB,PIF}^{jk}(t) \\
 L_{IF,AB}^{jk}(t) = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} L_{1,AB}^{jk}(t) - \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} L_{2,AB}^{jk}(t) \\
 = \rho_{AB}^{jk}(t) + \lambda_{IF} N_{IF,AB}^{jk}(t) + \varepsilon_{AB,LIF}^{jk}(t)
 \end{cases} \quad (2)$$

此时,待估参数主要包括:初始轨道参数、模糊度参数、太阳光压系数 $C_r$ 、大气阻力系数 $C_d$ 和经验加速度矢量。基于国防科技大学定轨工具包(National University of Defense Technology orbit determination ToolKit,NUDTTK)软件平台<sup>[23]</sup>的高精度相对轨道确定的模型选择和参数设置如表3所示。

表 3 基于 NUDTTK 的相对轨道确定策略<sup>[19]</sup>

Tab.3 Summary of the dynamical and measurement models used for GNSS-based PROD in NUDTTK<sup>[19]</sup>

模型及参数项	描述
GNSS 测量模型	伪码、相位观测数据;GNSS 卫星发射天线相位中心改正,igs08.atx;相位缠绕改正;相对论改正;GNSS 星历,欧洲轨道确定中心精密轨道和钟差产品
采样间隔	10 s
地球重力场	GRACE 重力场模型 02C 100 × 100
潮汐模型	国际地球自转与参考系服务 2003
第三体引力	太阳、月球和行星引力,美国喷气动力实验室发展星历 405
相对论摄动	仅 Schwarzschild 项
大气阻力摄动	大气密度 Jacchia 71,大气阻力系数待估,每 3 h 估计 1 次
太阳光压摄动	Ball 模型,光压系数待估
经验力	每 15 min 1 组分段线性样条加速度参数待估
模糊度固定策略	先宽巷后窄巷,最小二乘模糊度去相关调整
机动力	增加机动加速度参数待估
接收天线相位中心变化	利用残差法估计
参考框架	国际地球参考系 2008
岁差、章动	国际天文学联合会 2000A
地球旋转参数	IERS Standard Rapid 产品
参数估计	批处理,最小二乘

NUDTTK 是由国防科技大学自主研制的定轨软件平台,文中实验均在 NUDTTK 上完成,该软件平台已成功应用于 GRACE、TanDEM-X 等编队卫星的轨道求解,如 2012 年,涂佳利用简化动力学方法,求解 GRACE 编队的相对轨道,K 波段测距(K/Ka Band Ranging, KBR)系统校验标准差为 1.26 mm<sup>[7]</sup>;2015 年,Ju 等改进了机动附近的数值积分方法,GRACE 机动条件下实测数据相对定轨结果 KBR 检核精度为 0.7 mm<sup>[24]</sup>;2017 年,Gu 等通过优化整周模糊度固定策略和相对相位中心变化估计方法,得到的 GRACE 相对轨道 KBR 检核结果为 0.68 mm<sup>[25]</sup>。基于 NUDTTK 的相对定轨具体流程如图 3 所示。

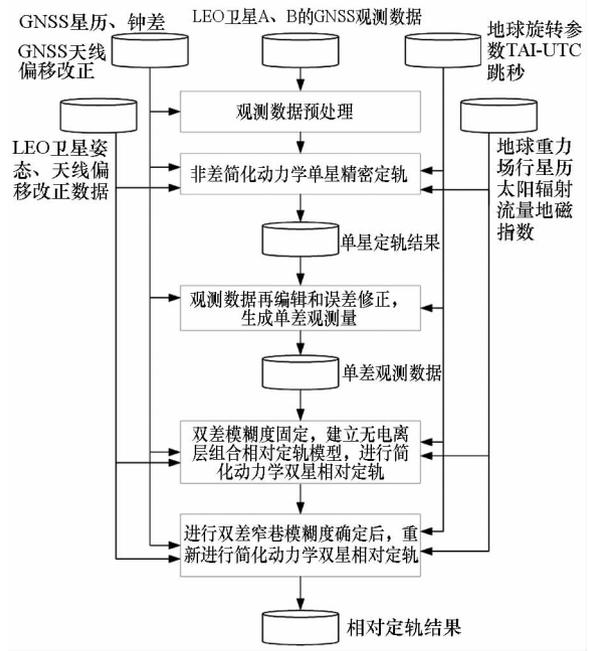


图 3 基于 NUDTTK 的相对定轨流程图

Fig.3 Flow chart of the NUDTTK based PROD

### 3 结果分析

#### 3.1 观测噪声的影响

在高精度相对定轨中,钟差、一阶电离层延迟等可通过差分完全消掉,而星历误差和观测噪声无法通过差分消除,是本研究关心的主要问题。仅考虑伪距和载波相位的观测噪声时,低轨卫星 A 和 B 15 天的相对定轨结果如图 4 所示,平均精度为 0.74 mm,这表明在仅受观测噪声影响时,采用 BDS 的相对定轨精度可达到毫米量级。进一步分析 BDS 下低轨卫星的全球相对定轨精度,以 5° × 5° 为区间统计了 15 天的相对定轨精度,如图 5 所示,相比北斗 2 代区域系统<sup>[17]</sup>,BDS 的平均相对定轨精度优于 1 mm,且没有明显的区域性,可实现低轨卫星编队相对定轨全球服务。

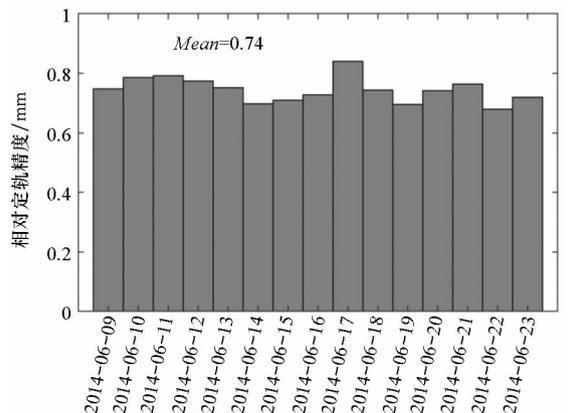


图 4 低轨卫星 A 和 B 15 天的相对定轨三维方向精度

Fig.4 PROD results in 3D of A and B in 15 days

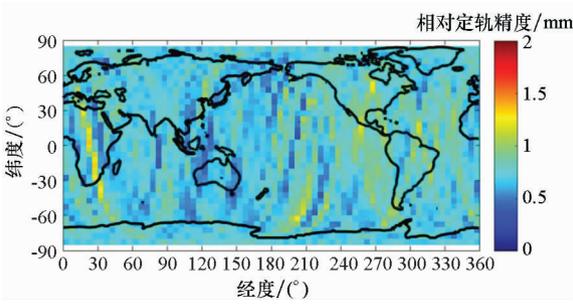


图5 低轨卫星 A 和 B 相对定轨精度的全球分布  
Fig. 5 Global distribution of PROD results of A and B

### 3.2 GEO 和 IGSO 卫星的影响

由图1可知,亚太地区的可视卫星数明显居多,表4为亚太地区与非亚太地区15天仅考虑伪距和载波相位观测噪声时相对定轨结果在卫星轨道径向(R)、飞行方向(T)、法方向(N)和三维(3D)方向的精度,亚太地区和非亚太地区R、T、N、3D方向的精度分别为0.26 mm、0.48 mm、0.40 mm、0.68 mm和0.27 mm、0.55 mm、0.44 mm、0.76 mm,亚太地区的相对定轨精度略高于非亚太地区。

表4 低轨卫星 A 和 B 的相对定轨精度

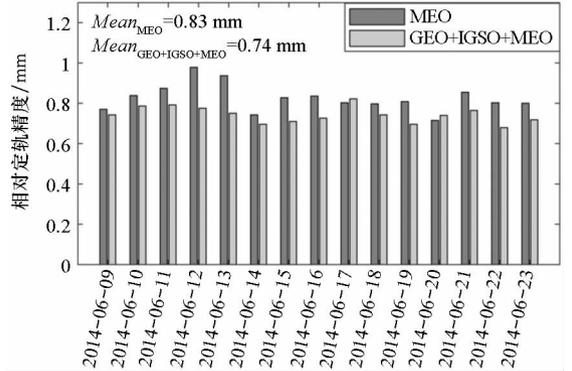
Tab. 4 PROD results of A and B

单位:mm

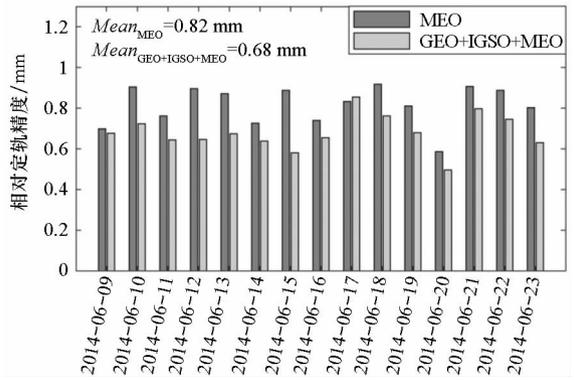
	亚太地区				非亚太地区			
	R	T	N	3D	R	T	N	3D
Jun. 9 <sup>th</sup>	0.24	0.24	0.28	0.68	0.25	0.53	0.48	0.76
Jun. 10 <sup>th</sup>	0.24	0.24	0.46	0.72	0.29	0.61	0.44	0.80
Jun. 11 <sup>th</sup>	0.27	0.27	0.38	0.64	0.37	0.62	0.42	0.83
Jun. 12 <sup>th</sup>	0.27	0.38	0.44	0.65	0.31	0.52	0.54	0.81
Jun. 13 <sup>th</sup>	0.20	0.49	0.42	0.67	0.25	0.55	0.48	0.78
Jun. 14 <sup>th</sup>	0.23	0.51	0.30	0.64	0.24	0.54	0.40	0.71
Jun. 15 <sup>th</sup>	0.22	0.43	0.32	0.58	0.23	0.56	0.43	0.75
Jun. 16 <sup>th</sup>	0.25	0.44	0.42	0.65	0.29	0.56	0.40	0.75
Jun. 17 <sup>th</sup>	0.29	0.61	0.52	0.86	0.24	0.68	0.38	0.81
Jun. 18 <sup>th</sup>	0.35	0.54	0.40	0.76	0.27	0.51	0.46	0.74
Jun. 19 <sup>th</sup>	0.28	0.52	0.34	0.68	0.25	0.49	0.43	0.70
Jun. 20 <sup>th</sup>	0.25	0.30	0.31	0.50	0.30	0.62	0.42	0.80
Jun. 21 <sup>th</sup>	0.28	0.64	0.39	0.80	0.32	0.52	0.44	0.75
Jun. 22 <sup>th</sup>	0.26	0.48	0.51	0.75	0.27	0.47	0.37	0.66
Jun. 23 <sup>th</sup>	0.23	0.39	0.44	0.63	0.26	0.43	0.56	0.75
Mean	0.26	0.48	0.40	0.68	0.27	0.55	0.44	0.76

为了深入分析 GEO 卫星和 IGSO 卫星对相对定轨的作用,分别统计了仅 MEO 卫星和 MEO + GEO + IGSO 卫星在全球、亚太地区和亚太地区的相对定轨精度,如图6所示。仅 MEO 时15天的平均相对定轨精度在全球、亚太地区和亚太地区

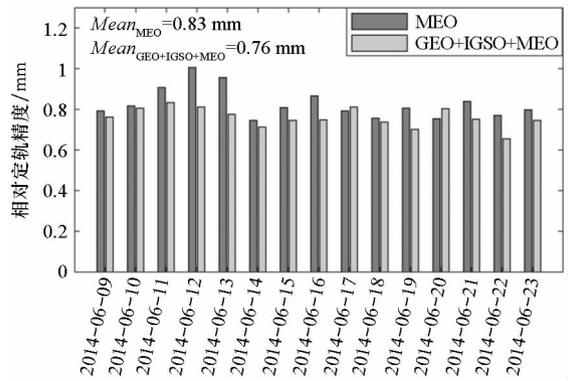
分别为0.83 mm、0.82 mm和0.83 mm,而MEO + GEO + IGSO时分别为0.74 mm、0.68 mm和0.76 mm。GEO和IGSO卫星只分布在亚太地区上空,但对全球范围的相对定轨都有提升作用,主要原因可能是相对定轨中双差整周模糊度固定采取分段区间的形式,亚太地区观测数据的增多,可增强整个解算区间的约束<sup>[19]</sup>,因此可提升全球的相对定轨精度,但对亚太地区的提高要略高于非亚太地区。



(a) 全球  
(a) Global



(b) 亚太地区  
(b) Asia-Pacific region



(c) 非亚太地区  
(c) Out of the Asia-Pacific region

图6 在GEO + IGSO + MEO和MEO情况下的低轨卫星A和B的相对定轨精度

Fig. 6 PROD results of A and B based on GEO + IGSO + MEO and MEO

### 3.3 星历误差的影响

在高精度相对定轨中,通过 CDGNSS 可以差分掉大部分的星历误差,但是目前北斗卫星的精密轨道产品精度较差,如 GEO 卫星的星历误差仍有数米<sup>[18]</sup>,不容忽视。因此,本文通过仿真实验分析了星历误差对相对定轨的影响,按式(3)在 BDS 卫星的轨道文件中加入星历误差,

$$d_j = \sqrt{2} \cdot \sigma_j \cdot \cos\left(\frac{2\pi t}{T_j} + \varphi_j\right) \quad (3)$$

其中,下标  $j$  代表导航卫星, $\sigma_j$  为表 5 中对应的值, $T_j$  为轨道周期, $\varphi_j$  为随机项。图 7 为 2014 年 6 月 9 日 R 方向星历误差示意图,GEO、IGSO、MEO 卫星各选取 2 颗,星历误差具有明显周期性规律,且周期与轨道周期基本相同,随机项  $\varphi_j$  的加入使得星历误差不会被差分,基本符合实际环境。

表 5 仿真星历误差大小<sup>[18]</sup>

Tab.5 Errors added to broadcast ephemeris  
单位:m

卫星类型	R	T	N
GEO	0.20	2.00	0.60
IGSO	0.10	0.20	0.20
MEO	0.05	0.10	0.10

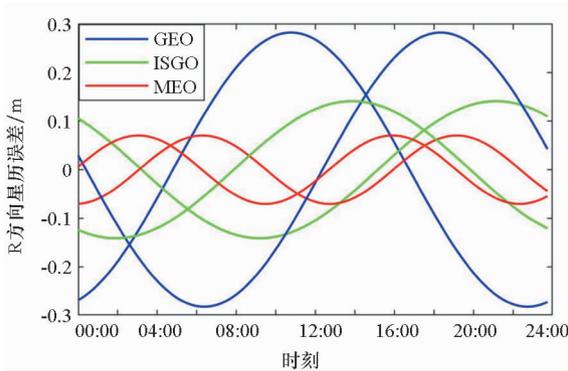


图 7 R 方向添加的星历误差大小示意图

Fig.7 Errors added to ephemeris in R

保持观测噪声和观测数据不变,表 6 为 15 天的平均相对定轨精度,可知,在低轨卫星 A 和 B 中加入星历误差对相对定轨结果的影响可以忽略。星历误差对单差数据的影响如式(4)<sup>[1]</sup>所示。

$$e_{AB}^j(t) \cdot \varepsilon_{r_j}(t) \leq \frac{\|\mathbf{r}_{AB}(t)\|}{\|\mathbf{r}^j(t) - \mathbf{r}_B(t)\|} \|\varepsilon_{r_j}(t)\| \quad (4)$$

$$\mathbf{r}_{AB}(t) = \mathbf{r}_B(t) - \mathbf{r}_A(t) \quad (5)$$

其中, $\mathbf{r}_A$  和  $\mathbf{r}_B$  分别代表低轨卫星的位置, $\mathbf{r}^j$  和  $\varepsilon_{r_j}$

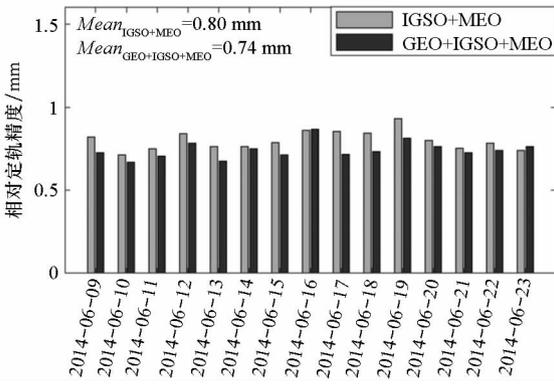
分别代表导航卫星  $j$  的位置和星历误差, $e_{AB}^j \cdot \varepsilon_{r_j}$  为星历误差对单差数据的影响。文中 A 和 B 的星间距离平均约 2 km,A 与 GEO 卫星的最短距离约为 35 000 km,由此可得 GEO 卫星的星历误差对 A 和 B 单差数据的影响最大约为 0.1 mm,同理 IGSO 和 MEO 卫星的星历误差对单差数据的影响约为 0.02 mm 和 0.015 mm,即 BDS 目前的星历误差对短距离编队系统相对定轨结果的影响可以直接忽略。当星间距离增大到 200 km 时,GEO 卫星单差后的星历误差最大可达到 10 mm,不可忽略。选用表 3 中 A 和 C 作为编队系统,图 8 为 A 和 C 在无星历误差和有星历误差下的相对定轨精度,不考虑星历误差时 IGSO + MEO 和 GEO + IGSO + MEO 的相对定轨结果分别为 0.80 mm 和 0.74 mm,加入星历误差后的结果分别为 0.96 mm 和 1.09 mm。可见,考虑星历误差影响时,GEO 卫星的加入使得相对定轨的精度在 IGSO + MEO 的基础上下降了 13.54%。

表 6 有无星历误差时 A 和 B 的相对定轨精度

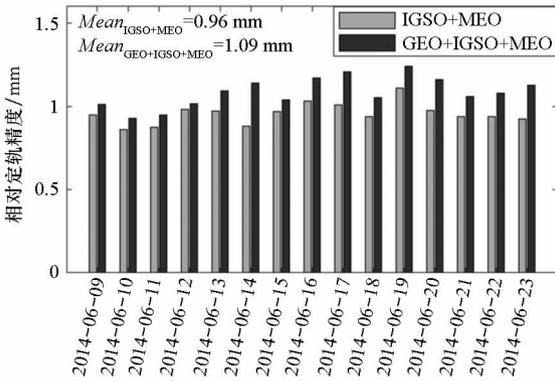
Tab.6 PROD results of A and B with and without  
ephemeris errors

	无星历误差				有星历误差			
	R	T	N	3D	R	T	N	3D
Jun. 9 <sup>th</sup>	0.25	0.54	0.44	0.74	0.25	0.50	0.48	0.73
Jun. 10 <sup>th</sup>	0.28	0.59	0.45	0.79	0.29	0.55	0.46	0.78
Jun. 11 <sup>th</sup>	0.35	0.58	0.42	0.79	0.39	0.59	0.41	0.82
Jun. 12 <sup>th</sup>	0.30	0.49	0.52	0.77	0.29	0.57	0.54	0.84
Jun. 13 <sup>th</sup>	0.24	0.54	0.47	0.75	0.23	0.54	0.49	0.77
Jun. 14 <sup>th</sup>	0.24	0.53	0.38	0.70	0.25	0.55	0.37	0.71
Jun. 15 <sup>th</sup>	0.23	0.53	0.41	0.71	0.26	0.56	0.39	0.72
Jun. 16 <sup>th</sup>	0.28	0.53	0.40	0.73	0.29	0.53	0.40	0.72
Jun. 17 <sup>th</sup>	0.25	0.66	0.42	0.82	0.25	0.52	0.41	0.71
Jun. 18 <sup>th</sup>	0.29	0.52	0.45	0.74	0.32	0.56	0.44	0.78
Jun. 19 <sup>th</sup>	0.26	0.50	0.41	0.70	0.26	0.56	0.41	0.74
Jun. 20 <sup>th</sup>	0.29	0.56	0.40	0.74	0.27	0.57	0.39	0.74
Jun. 21 <sup>th</sup>	0.31	0.55	0.43	0.76	0.29	0.52	0.43	0.73
Jun. 22 <sup>th</sup>	0.26	0.47	0.41	0.68	0.28	0.54	0.41	0.73
Jun. 23 <sup>th</sup>	0.25	0.42	0.53	0.72	0.30	0.41	0.51	0.72
Mean	0.27	0.53	0.44	0.74	0.28	0.54	0.44	0.75

综上可知,对于远距离编队卫星相对定轨必须考虑 GEO 卫星的星历误差,进一步分析星历误差对单差数据的影响,图 9 为 2014 年 6 月 23 日 GEO、IGSO 和 MEO 三类卫星添加星历误差后单



(a) 无星历误差  
(a) Without ephemeris errors



(b) 有星历误差  
(b) With ephemeris errors

图8 低轨卫星 A 和 C 在无星历误差和有星历误差下的相对定轨精度

Fig.8 PROD results with and without ephemeris errors

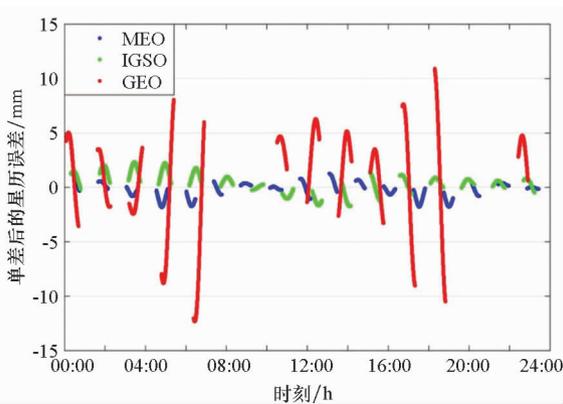


图9 低轨卫星 A 和 C 单差后的星历误差  
Fig.9 The SD ephemeris errors of A and C

差数据的变化。同类卫星的星历误差量级基本相同,因此每类卫星仅列举 1 颗卫星来说明。MEO 和 IGSO 卫星单差后的星历误差最大约 2 mm,平均小于 1 mm, GEO 卫星单差后的星历误差平均约 4 mm,最大可达到厘米量级。但北斗全星座中仅有 5 颗 GEO 卫星,并未对整体定轨结果造成厘米量级的影响。未来 BDS 应用于远距离编队卫

星高精度相对定轨时,应对 MEO、GEO、IGSO 卫星设置不同的权值,以降低星历误差对定轨结果的影响。

### 4 结论

本文研究了基于 BDS 的低轨卫星编队相对定轨,对未来 BDS 应用于低轨卫星编队相对轨道的确定具有重要的参考价值。首先,分析了全球可视 BDS 卫星数,500 km 空域平均可视 BDS 卫星数约为 9.7,由于 GEO 和 IGSO 的存在,BDS 在亚太地区的可视卫星数明显居多。然后,在仅受观测噪声影响的情况下,BDS 求解的相对定轨精度平均约为 0.74 mm。亚太地区与非亚太地区 15 天的平均相对轨道精度分别为 0.68 mm 和 0.76 mm,两个区域的相对定轨精度基本一致。最后,GEO 卫星目前的星历误差对近距离编队相对定轨的影响可以忽略,但当星间距离增大到数百公里时,GEO 卫星的星历误差对高精度相对定轨的影响不可忽略。

### 参考文献 (References)

- [1] Kroes R. Precise relative positioning of formation flying spacecraft using GPS [D]. Delft: Delft University of Technology, 2006.
- [2] 谷德峰. 分布式 InSAR 卫星系统空间状态的测量与估计[D]. 长沙: 国防科技大学, 2009.  
Gu Defeng. The spatial states measurement and estimation of distributed InSAR satellite system [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2009. (in Chinese)
- [3] Moreira A, Krieger G, Hajnsek I, et al. TanDEM-X: a TerraSAR-X add-on satellite for single-pass SAR interferometry [C]// Proceedings of IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2004: 1000 - 1003.
- [4] van den Ijssel J, Encarnação J, Doornbos E, et al. Precise science orbits for the swarm satellite constellation [J]. Advances in Space Research, 2015, 56(6): 1042 - 1055.
- [5] Tapley B D, Bettadpur S, Watkins M M, et al. The gravity recovery and climate experiment: mission overview and early results[J]. Geophysical Research Letters, 2004, 31(9): 4.
- [6] Wen H Y, Kruizinga G, Paik M, et al. Gravity recovery and climate experiment follow-on (GRACE-FO) level-1 data product user handbook [M]. California Institute of Technology, 2019.
- [7] 涂佳. 基于双频 GPS 的分布式 InSAR 卫星系统高精度星间基线确定方法研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2012.  
TU Jia. Precise baseline determination method of distributed InSAR satellite system using spaceborne dual-frequency GPS [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2012. (in Chinese)
- [8] Montenbruck O, Wermuth M, Kahle R. GPS based relative navigation for the TanDEM-X mission-first flight results[J]. Navigation, 2011, 58(4): 293 - 304.
- [9] Antony J W, Gonzalez J H, Schwerdt M, et al. Results of the

- TanDEM-X baseline calibration[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2013, 6(3): 1495 – 1501.
- [10] Kroes R, Montenbruck O, Bertiger W, et al. Precise GRACE baseline determination using GPS[J]. *GPS Solutions*, 2005, 9(1): 21 – 31.
- [11] Zhao Q L, Hu Z G, Guo J, et al. Precise relative orbit determination of twin GRACE satellites [J]. *Geospatial Information Science*, 2010, 13(3): 221 – 225.
- [12] Teunissen P J G. The least-squares ambiguity decorrelation adjustment; a method for fast GPS integer ambiguity estimation[J]. *Journal of Geodesy*, 1995, 70(1): 65 – 82.
- [13] Barneveld P W L V. Orbit determination of satellite formations[D]. Delft: Delft University of Technology, 2012.
- [14] Jäggi A, Hugentobler U, Bock H, et al. Precise orbit determination for GRACE using undifferenced or doubly differenced GPS data [J]. *Advances in Space Research*, 2007, 39(10): 1612 – 1619.
- [15] China Satellite Navigation Officer. BeiDou navigation satellite system signal in space interface control document. open service signal (Version 2.1) [R]. China Satellite Navigation Officer, 2016.
- [16] Montenbruck O, Hauschild A, Steigenberger P, et al. Initial assessment of the COMPASS/BeiDou-2 regional navigation satellite system[J]. *GPS Solutions*, 2013, 17(2): 211 – 222.
- [17] Liu J H, Gu D F, Ju B, et al. Basic performance of BeiDou-2 navigation satellite system used in LEO satellites precise orbit determination [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2014, 27(5): 1251 – 1258.
- [18] Guo F, Li X X, Zhang X H, et al. Assessment of precise orbit and clock products for Galileo, BeiDou, and QZSS from IGS multi-GNSS experiment (MGEX) [J]. *GPS Solutions*, 2017, 21(1): 279 – 290.
- [19] 易彬. BDS 与 GPS 融合低轨卫星编队高精度相对轨道确定[D]. 长沙: 国防科技大学, 2017.
- YI Bin. Integrating BDS and GPS for precise relative orbit determination of LEO formation flying [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2017. (in Chinese)
- [20] Yang Y X, Li J L, Xu J Y, et al. Contribution of the compass satellite navigation system to global PNT users[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2011, 56(26): 2813.
- [21] Moon Y, Koenig R, Michalak G, et al. Precise orbit and baseline determination for TerraSAR-X and TanDEM-X[C]// *Proceedings of IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, 2008: II – 121 – II – 124.
- [22] 易彬, 秦显平, 谷德峰, 等. 多机构比对融合的分布式 InSAR 编队星间基线确定[J]. *航空学报*, 2018, 39(1): 238 – 247.
- YI Bin, QIN Xianping, GU Defeng, et al. Baseline determination for distributed InSAR satellite system using inter-agency comparison and fusion [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2018, 39(1): 238 – 247. (in Chinese)
- [23] Gu D F, Lai Y W, Liu J H, et al. Spaceborne GPS receiver antenna phase center offset and variation estimation for the Shiyao 3 satellite[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2016, 29(5): 1335 – 1344.
- [24] Ju B, Gu D F, Herring T A, et al. Precise orbit and baseline determination for maneuvering low earth orbiters [J]. *GPS Solutions*, 2017, 21(1): 53 – 64.
- [25] Gu D F, Ju B, Liu J H, et al. Enhanced GPS-based GRACE baseline determination by using a new strategy for ambiguity resolution and relative phase center variation corrections[J]. *Acta Astronautica*, 2017, 138: 176 – 184.