

基于气动-弹道一体化模型的飞行器外形优化设计*

张海瑞, 秦梦, 周国峰, 王浩
(中国运载火箭技术研究院, 北京 100076)

摘要:为提升飞行器气动外形优化设计效果,研究了新型飞行器在大空域、宽速域范围的气动适应性问题,提出一种基于气动-弹道一体化模型的外形优化设计方法。通过考虑气动和弹道的耦合作用,综合利用类型函数/形状函数转换技术、气动工程估算方法和Radau伪谱法,建立飞行器气动-弹道一体化模型。基于该模型,通过明确优化目标和约束条件,给出基于Kriging的气动外形优化方法,实现在多参数约束条件下的飞行器气动外形高效全局优化。以升力体构型飞行器为例,开展气动外形优化设计,结果表明该方法能较好地描述大空域、宽速域的气动和弹道特征,有效提升飞行器气动外形设计精度和水平,可为新型飞行器总体设计提供技术支撑。

关键词:参数化设计; Radau伪谱法; Kriging模型; 气动外形优化; 高效全局优化

中图分类号: V411 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2021)01-027-06

Shape optimization design for vehicles based on aerodynamic and trajectory integrated model

ZHANG Hairui, QIN Meng, ZHOU Guofeng, WANG Hao
(China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract: In order to improve the effect of the shape optimization design, the influence of the flight profile with large-air-space and wide speed range for new type of vehicles on aerodynamic shape was studied and a new shape optimization design method based on the aerodynamic and trajectory integrated model was proposed. By this method, the aerodynamic and trajectory integrated model was constructed by using the CST(class/shape function transformation) parametric method, engineering estimation and the Radau pseudospectral method. To implement the efficient global optimization within multi-constraints, an aerodynamic shape optimal design method based on Kriging surrogate model was proposed after clearing the optimization target and constraint condition. The shape optimization design for a type of lifting body vehicles was carried out. It is shown that the aerodynamic and trajectory feature of large-air-space and wide speed range can be better described, and the accuracy and performance of the shape optimization design are improved, which can provide technical support for the conceptual aircraft design.

Keywords: parametric design; Radau pseudospectral method; Kriging surrogate model; aerodynamic shape optimization; efficient global optimization

新型高超声速飞行器具有飞行速度快、突防能力强、机动范围大等优势,是世界主要军事大国的研究热点之一。外形优化设计是影响这一类新型飞行器总体性能的关键技术之一,旨在寻找一定参数约束条件下飞行器总体性能最优的气动外形,由于其本身的基础性和全局性,在总体设计中占有重要地位^[1]。结合新型飞行器大空域、宽速域特点,有必要考虑飞行剖面的影响,开展飞行器气动-弹道一体化外形优化设计。

传统飞行器外形优化设计方法通常针对典型工况开展气动外形设计,给出该工况条件下的外形设计方案,在工程中有着广泛的应用。马洋^[2]

基于类型函数/形状函数转换(Class/Shape function Transformation, CST)技术,以升阻比、容积率和压心位置为目标函数,开展了气动外形的多目标优化设计;Deng等^[3]基于二次曲线参数化模型,以升阻比为目标函数,并以其他总体性能参数为约束条件,开展了总体气动布局优化设计。然而,随着新型飞行器总体性能不断提升,传统方法难以综合考虑大空域、宽速域飞行剖面特征对气动外形适应性的影响,严重制约了飞行器综合性能的有效提升。针对此问题,在传统气动外形优化模型基础上,进一步耦合了弹道的影响。

本文以新型飞行器为研究对象,以外形参

* 收稿日期:2019-07-11

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11602306)

作者简介:张海瑞(1972—),男,福建漳州人,研究员,博士,硕士生导师,E-mail:hoewong@126.com

数为设计变量,以最大纵程为优化目标,综合利用 CST 参数化方法、气动工程估算方法和 Radau 伪谱法,建立了飞行器气动-弹道一体化模型。由于耦合了弹道的影响,极大增加了一体化模型的复杂程度。为进一步提升优化求解效率,引入了 Kriging 代理模型,提出了一种基于气动-弹道一体化模型的飞行器外形高效全局优化设计方法。

1 气动-弹道一体化模型

1.1 气动-弹道学科分析模型

在新型飞行器的方案设计阶段,外形设计参数决定飞行器的气动特性,并最终影响弹道特性。为了描述这些设计参数对弹道的影响,需要建立一个既能反映系统特点,又能快速分析和优化的学科分析模型。本文的学科分析模型主要包括:外形参数化模型、气动分析模型和弹道分析模型。

1) 外形参数化模型通过一组参数表达和约束飞行器几何外形^[2]。采用 CST 方法^[4-6]描述飞行器底部截面曲线 $\eta(\psi)$,通过类型函数 $C(\psi)$ 定义底部截面曲线的种类,利用形状函数 $S(\psi)$ 修正类型函数定义的几何外形,采用幂函数^[7]控制飞行器俯视图轮廓曲线,进而生成参数化几何外形,涉及的曲线控制方程如下:

$$\begin{cases} \eta(\psi) = C(\psi)S(\psi) \\ C(\psi) = \psi^{N_c}(1-\psi)^{N_c} \\ S(\psi) = 2^{2N_c} \end{cases} \quad (1)$$

$$\psi = \frac{1}{2}\xi^{x_n} \quad (2)$$

其中, (ξ, ψ, η) 为飞行器物理坐标 (x, y, z) 归一化后的参数坐标。式(1)表示升力体底部截面轮廓控制曲线, N_c 为类型函数指数;式(2)表示飞行器俯视图轮廓控制曲线, x_n 为俯视图轮廓控制指数。

2) 气动分析模型根据飞行器外形以及飞行状态参数等计算气动系数。目前常用的气动分析方法主要有风洞试验、数值计算方法和快速工程估算方法。前两者能够更为精确地获取气动参数,缺点在于成本高、计算周期长。为兼顾精度和快速性的计算要求,本文采用快速工程估算方法求解气动特性,将飞行器表面划分面元网格,计算各面元压力系数,对所有面元上的气动力进行求和,给出飞行器气动特性。其中迎风面的计算使用修正牛顿理论,背风面的计算使用 Prandtl-Meyer 法^[8]。

3) 弹道分析模型是在气动分析模型的基础

上,根据飞行器动力学方程实现飞行过程仿真。为引入全空、速域变化对气动外形优化设计的影响,本文将弹道学科模型处理为轨迹优化问题,在一定的约束条件下,以飞行器纵向射程最大为优化目标,利用 Radau 伪谱法实现轨迹优化。采用简化的纵向运动方程作为弹道计算模型,飞行器在此阶段只受气动力和重力影响,不考虑地球的自转与非球形摄动项等因素带来的影响。用飞行速度 V 、速度倾角 θ 、地心距 r 和射程角 φ 描述速度系下的飞行器运动方程:

$$\begin{cases} m \frac{dV}{dt} = -C_L q S_M - g \sin\theta \\ m \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{V} \left[C_D q S_M + \cos\theta \left(\frac{V^2}{r} - g \right) \right] \\ \frac{dr}{dt} = V \sin\theta \\ \frac{d\varphi}{dt} = \frac{V \cos\theta}{r} \end{cases} \quad (3)$$

式中, C_L 、 C_D 分别为升力系数和阻力系数, m 为飞行器质量, q 为飞行动压, S_M 为飞行器参考面积。针对纵向动力学方程组,采用 Radau 伪谱法开展快速轨迹优化。Radau 伪谱法^[9-11]的基本原理是先将状态变量和控制变量在 $(-1, 1]$ 上的 N 个 LGR (Legendre-Gauss-Radau) 配点上离散,然后以 N 个配点和初始点 $\tau_0 = -1$ 为节点构造 Lagrange 插值多项式来逼近状态和控制变量,把最优控制问题转化成非线性规划问题,再使用某种非线性规划算法求得使性能指标最优的参数,最后代回原问题进行求解。

1.2 一体化优化模型

1) 目标函数。外形设计参数对飞行器容积率 η_v 和气动性能具有显著影响^[2],为了结果的可比较性,将飞行器的容积率固定,以最大纵程 L 为优化目标开展气动-弹道一体化优化设计。

2) 设计变量。CST 参数化外形的设计参数中,对升阻比影响最大的 5 个参数依次为底部截面高度 x_{Hl} 、 x_{Hu} ,俯视图轮廓控制指数 x_n ,底部截面类型函数指数 $x_{N_{cu}}$ 、 $x_{N_{cl}}$ ^[2]。文献[10]指出,射程最大的飞行控制方式是最大升阻比,因此设计变量选为 $\mathbf{X} = (x_{Hu}, x_{Hl}, x_{N_{cu}}, x_{N_{cl}}, x_n)$ 。考虑飞行器总体规模及外形尺寸限制,设飞行器最大宽度和最大长度为定值。

3) 约束条件。约束条件主要由弹道参数取值范围、弹道约束条件和容积率组成。弹道约束条件主要考虑驻点热流密度 \dot{Q} 、动压 q 和过载 n_y :

$$\begin{cases} \dot{Q} = K_n \rho^{0.5} V^{3.15} \leq \dot{Q}_{\max} \\ q = \frac{1}{2} \rho V^2 \leq q_{\max} \\ n_y \leq n_{y\max} \end{cases} \quad (4)$$

式中: K_n 为飞行器相关经验参数,与飞行器头部驻点曲率半径、飞行器外形及材料相关; ρ 为大气密度。

综上,优化模型可表示为:

$$\begin{cases} \text{find} & \mathbf{X}(x_{Hu}, x_{Hl}, x_{N_{cu}}, x_{N_{cl}}, x_n) \\ \text{min} & -R_e \cdot \varphi \\ \text{s. t.} & \mathbf{X}_{\min} \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{X}_{\max} \\ & \dot{Q}_{\min} \leq \dot{Q} \leq \dot{Q}_{\max} \\ & q_{\min} \leq q \leq q_{\max} \\ & n_{y\min} \leq n_y \leq n_{y\max} \\ & \eta \geq \eta_{\max} \end{cases} \quad (5)$$

式中, R_e 为地球平均半径。

2 高效全局优化方法

由于引入了 Radau 伪谱法轨迹优化模块,极大地增加了一体化模型的复杂度,增大了单次迭代的计算时间。针对这一问题,引入 Kriging 代理模型代替设计空间内的响应值。Kriging 代理模型^[12-13]是一种基于随机过程的无偏估计模型,其预测的响应值服从正态分布,不仅能给出对未知函数的预估值,还能给出预估值的误差估计,在工程中有着广泛的应用。

采用高效全局优化(Efficient Global Optimization, EGO)方法^[14-15]进行求解与优化。EGO 方法作为一种全局优化算法,具有很高的效率和精度^[16],其基本原理是通过期望改善函数(Expected Improvement Function, EIF)描述代理模型预测值优于真实值的可能性,并在 EIF 最大处加入样本点以更新代理模型。

高效全局优化方法的流程如图 1 所示。首先,通过试验设计方法在外形设计空间生成一定数量的初始样本点,记为训练样本点集 $\tilde{\mathbf{X}} = (\tilde{\mathbf{x}}_{Hu}, \tilde{\mathbf{x}}_{Hl}, \tilde{\mathbf{x}}_{N_{cu}}, \tilde{\mathbf{x}}_{N_{cl}}, \tilde{\mathbf{x}}_n)$;分别建立各初始样本点控制下的参数化模型,并通过工程估算方法求解与之对应的气动特性,将气动特性代入弹道模型并采用 Radau 伪谱法以纵程 L 最大为目标开展轨迹优化。图 1 中虚线框以内的部分即为气动-弹道一体化模型。

然后,以初始样本点为输入、对应的最大纵程 L 为输出,构建 Kriging 代理模型为:

$$\hat{L}(\mathbf{X}) = \hat{\beta} + \mathbf{z}(\mathbf{X}) \quad (6)$$

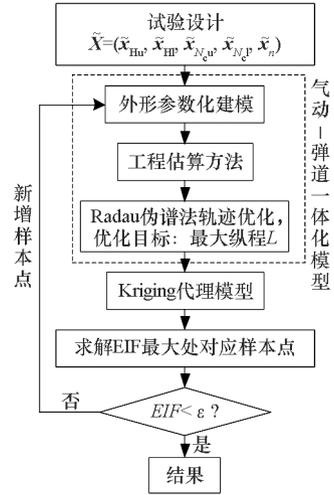


图 1 高效全局优化方法流程

Fig. 1 Flow chart of efficient global optimization

式中: $\hat{\beta}$ 为未知常数,也称为全局趋势模型; $\mathbf{z}(\mathbf{X})$ 为高斯修正过程,服从均值为 0、方差为 $\hat{\sigma}^2$ 的正态分布。对于未知外形设计参数向量 \mathbf{X} 的预测最大纵程 \hat{L} 服从如下正态分布:

$$\hat{L}(\mathbf{X}) \sim N[\mu_{\hat{L}}(\mathbf{X}), \sigma_{\hat{L}}^2(\mathbf{X})] \quad (7)$$

式中的均值和方差都可以由式(8)^[14]计算:

$$\begin{cases} \mu_{\hat{L}}(\mathbf{X}) = \hat{\beta} + \mathbf{r}^T(\mathbf{X})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{L} - \mathbf{I}\hat{\mu}) \\ \sigma_{\hat{L}}^2(\mathbf{X}) = \hat{\sigma}^2 \left\{ 1 - \mathbf{r}^T(\mathbf{X})\mathbf{R}^{-1}\mathbf{r}(\mathbf{X}) + \frac{[1 - \mathbf{I}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{r}(\mathbf{X})]^2}{\mathbf{I}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{I}} \right\} \end{cases} \quad (8)$$

式中, $\mathbf{r}(\mathbf{X}) = [R(\mathbf{X}, \tilde{\mathbf{X}}_1), \dots, R(\mathbf{X}, \tilde{\mathbf{X}}_N)]$ 是未知外形设计参数向量 \mathbf{X} 和当前训练样本点集 $\tilde{\mathbf{X}}$ 之间的相关函数向量, \mathbf{R} 为相关矩阵, \mathbf{I} 为单位列向量。

进而基于 Kriging 代理模型,根据期望改善准则对最优解进行预测。设当前训练点集 $\tilde{\mathbf{X}}$ 中的最优外形设计方案记为 \mathbf{X}^* ,对应的最大纵程为 L^* 。针对某一未知外形设计方案 \mathbf{X} ,Kriging 模型预测最大纵程为 $\hat{L}(\mathbf{X})$ 。 $\hat{L}(\mathbf{X})$ 并非模型的真值,因此存在预测最大纵程 $\hat{L}(\mathbf{X})$ 优于当前最大纵程 L^* 的可能,为了量化这种可能,定义:

$$P(\mathbf{X}) = \max(\hat{L}(\mathbf{X}) - L^*, 0) \quad (9)$$

式中, $P(\mathbf{X})$ 越大,则未知外形设计方案 \mathbf{X} 的真实值 $L(\mathbf{X})$ 优于当前最大纵程 L^* 的可能性就越大。由于 $\hat{L}(\mathbf{X})$ 是随机变量, $P(\mathbf{X})$ 也是随机变量,进而定义 $P(\mathbf{X})$ 的概率平均为期望改善函数 EIF^[14]:

$$\begin{aligned} EIF(\mathbf{X}) &= E(P(\mathbf{X})) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} P(\mathbf{X}) \cdot f(P(\mathbf{X})) \cdot dP(\mathbf{X}) \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $E(\cdot)$ 为函数的数学期望, $f(\cdot)$ 为函数的概率密度函数。对预测最大纵程 $\hat{L}(\mathbf{X})$ 的分布进行积分, 期望改善函数 EIF 可以表示为:

$$\begin{aligned} EIF(\mathbf{X}) &= \int_{L^*}^{+\infty} (L(\mathbf{X}) - L^*) \phi\left(\frac{\mu_{\hat{L}}(\mathbf{X}) - L^*}{\sigma_{\hat{L}}(\mathbf{X})}\right) dL \\ &= (\mu_{\hat{L}}(\mathbf{X}) - L^*) \Phi\left(\frac{\mu_{\hat{L}}(\mathbf{X}) - L^*}{\sigma_{\hat{L}}(\mathbf{X})}\right) + \\ &\quad \sigma_{\hat{L}}(\mathbf{X}) \phi\left(\frac{\mu_{\hat{L}}(\mathbf{X}) - L^*}{\sigma_{\hat{L}}(\mathbf{X})}\right) \end{aligned} \quad (11)$$

式中, $\Phi(\cdot)$ 为标准正态概率分布函数, $\phi(\cdot)$ 为标准正态概率密度函数。期望改善函数 EIF 的第一项为当前训练样本点集 $\tilde{\mathbf{X}}$ 中最大纵程 L^* 与未知外形设计方案 \mathbf{X} 的预测最大纵程均值 $\mu_{\hat{L}}(\mathbf{X})$ 之间的差值, 预测最大纵程均值 $\mu_{\hat{L}}(\mathbf{X})$ 越大, 则预测最大纵程均值 $\mu_{\hat{L}}(\mathbf{X})$ 相比当前最大纵程 L^* 越大, 期望改善函数 EIF 越大; 第二项表示了未知外形设计方案 \mathbf{X} 的不确定性, 预测均方根 $\sigma_{\hat{L}}(\mathbf{X})$ 越大, 预测最大纵程的不确定性越大, 期望改善函数 EIF 越大。在此基础上采用全局优化算法 DIRECT 作为优化求解器, 在设计空间中搜索 EIF 最大的点, 以该点为新增样本点加入训练点集 $\tilde{\mathbf{X}}$ 中, 重构 Kriging 代理模型并再次搜索 EIF 最大的点。上述过程迭代进行, 直至 EIF 的最大值小于给定阈值 ε , 判定收敛。

3 算例

以升力体构型飞行器开展优化设计, 飞行器质量为 $m = 900 \text{ kg}$, 参考面积 S_M 考虑飞行器底部最大截面积, 容积率 η_v 不小于 0.292。飞行器最大宽度和长度分别为 4 m 和 2.5 m, 外形设计变量取值范围如表 1 所示。

表 3 气动优化与气动-弹道一体化优化结果对比

Tab. 3 Comparison of results of aerodynamic-only optimization with aerodynamic and trajectory integrated optimization

代号	工况	x_n	$x_{N_{c,u}}$	$x_{N_{c,l}}$	x_{H_u}/m	x_{H_l}/m	最大升阻比	容积率
AeroOpt-8	气动优化	0.749 4	1.379 9	1.624 4	0.700 0	0.200 0	4.603 7	0.292 0
	$Ma = 10, \alpha = 8^\circ$							
JointOpt	气动-弹道一体化优化	0.749 4	1.312 8	1.196 7	0.670 0	0.214 1	4.599 1	0.292 0

由表 3 和图 2 可以看出, 两种方法给出的俯视图轮廓控制指数 x_n 相同, 俯视图轮廓外形完全一致; 一体化优化方法给出的底部截面高度相对较低, 通过优化底部截面类型函数, 在保证容积率相同条件下, 获取较优气动外形。

为了进一步说明气动-弹道一体化模型的优

表 1 外形设计变量及变化范围

Tab. 1 Design variables and ranges of variation

范围	x_n	$x_{N_{c,u}}$	$x_{N_{c,l}}$	x_{H_l}/m	x_{H_u}/m
下界	0.5	1.0	1.5	0.2	0.2
上界	0.9	3.0	3.0	0.7	0.7

伪谱法轨迹优化的状态变量初值和终值设置如表 2 所示。控制变量为飞行攻角 α , 性能指标为终端时刻的最大射程角 φ_f 。过程约束考虑驻点热流密度 $\dot{Q} \leq 5000 \text{ kW/m}^2$, 动压 $q \leq 200 \text{ kPa}$, 过载 $n_y \leq 3g$ 。

表 2 伪谱法状态变量初值和终值设置

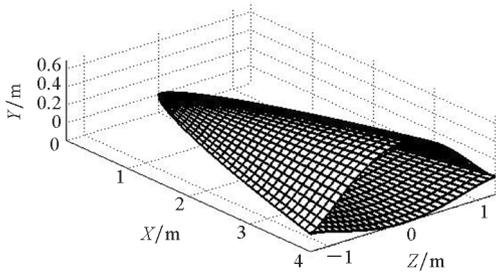
Tab. 2 Initial and final value settings of state variables in pseudospectral method

初值	终值
初始高度 $h_0 = 90 \text{ km}$	终值高度 $h_f = 90 \text{ km}$
初始速度 $V_0 = 6500 \text{ m/s}$	终值速度 $V_f = 2500 \text{ m/s}$
初始速度倾角 $\theta_0 = 0^\circ$	终值速度倾角 $\theta_f = 0^\circ$
初始射程角 $\varphi_0 = 0^\circ$	

利用高效全局优化方法进行气动-弹道一体化优化设计。在初始阶段采用全因子采样方案对初始参数设计空间进行等密度采样, 构建初始 Kriging 代理模型。为对比验证, 利用高效全局优化方法, 开展 $Ma = 10, \alpha = 8^\circ$ 工况下的气动外形优化设计, 构建初始代理模型的方法同上, 进而将优化结果代入弹道模型, 采用 Radau 伪谱法以最大射程为目标开展快速轨迹优化。优化结果对比如表 3 所示, 外形对比如图 2 所示。

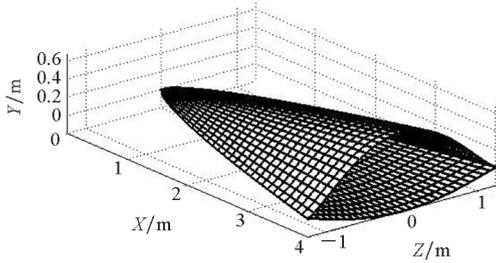
势, 给出 AeroOpt-8 和 JointOpt 升力体的升阻比随攻角变化曲线, 如图 3 所示。可以看到, 当攻角 $\alpha = 7.71^\circ$ 时, AeroOpt-8 升力体的升阻比最大, 为 4.604 8; 当攻角 $\alpha = 7.39^\circ$ 时, JointOpt 升力体的升阻比最大, 为 4.602 3。AeroOpt-8 和 JointOpt 两者的最大升阻比相同, 然而 JointOpt 升力体的攻

角-升阻比曲线更平缓,这是因为 AeroOpt-8 只考虑了攻角 $\alpha=8^\circ$ 时的优化外形,而气动-弹道一体化模型耦合了弹道,考虑了飞行过程攻角扰动对外形设计的影响,得到全空、速域下的优化外形。



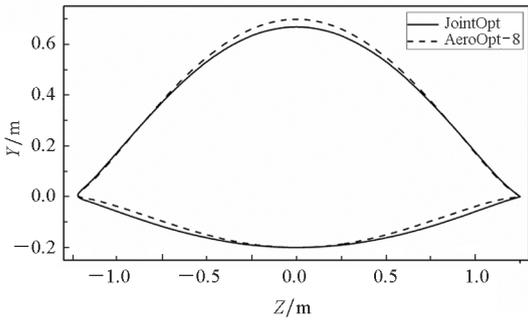
(a) 气动优化外形

(a) Aerodynamic optimization shape



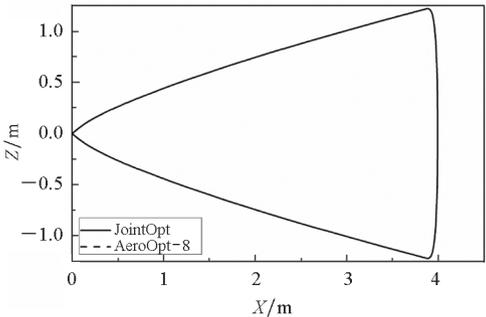
(b) 气动-弹道一体化外形

(b) Aerodynamic and trajectory integrated optimization shape



(c) 底部截面外形对比

(c) Bottom section shape comparison



(d) 俯视图轮廓外形对比

(d) Overlooking contour comparison

图 2 气动优化与气动-弹道一体化优化升力体外形对比
Fig.2 Comparison of shapes of aerodynamic-only optimization with aerodynamic and trajectory integrated optimization

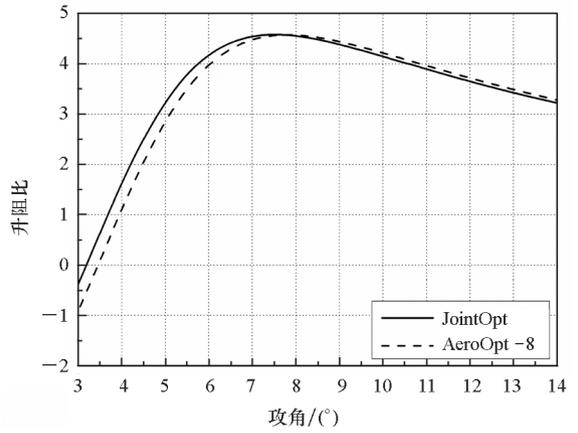


图 3 升阻比随攻角变化曲线对比

Fig.3 Comparison of lift-to-drag ratio curves

分别求解 AeroOpt-8 和 JointOpt 升力体的气动特性,最大射程对比如表 4 所示,伪谱法控制飞行攻角的变化曲线对比如图 4 所示。JointOpt 的最大升阻比略小于 AeroOpt-8 的最大升阻比,但前者的最大纵向射程比后者提升了 28.04 km; JointOpt 升力体的飞行攻角整体小于 AeroOpt-8,二者的飞行攻角分别在各自最大升阻比对应攻角附近小幅度振荡。结合图表可以说明,当飞行攻角在最大升阻比对应攻角附近发生扰动时,JointOpt 升阻比的降低量比 AeroOpt-8 更小,前者受到攻角扰动的影响比 AeroOpt-8 更小,说明采用高效全局优化算法针对气动-弹道一体化模型开展优化设计可以提升飞行器对工况变化的适

表 4 最大升阻比及最大纵向射程对比

Tab.4 Comparison of the maximum lift-to-drag ratio and maximum trajectory

比较对象	AeroOpt-8	JointOpt
最大升阻比	4.604 8	4.602 3
最大纵向射程/km	15 802.69	15 830.73

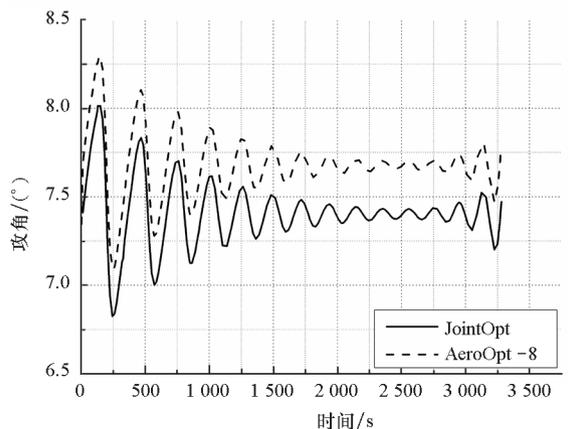


图 4 飞行攻角变化曲线对比

Fig.4 Comparison of the angle of attack

应能力,避免因攻角扰动而影响升阻比最终导致射程的降低,进一步验证了气动-弹道一体化模型能够综合考虑全空、速域下优化外形的结论。

4 结论

1) 以新型飞行器为研究对象,为考虑大空域、宽速域飞行剖面特征对气动外形适应性的影响,采用 CST 参数化建模方法结合快速工程估算方法获取气动特性,通过伪谱法给出弹道特性,建立飞行器气动-弹道一体化模型,提升了外形优化模型精度。

2) 针对这一模型的特点,以最大纵向射程为优化目标,以外形参数为设计变量,并明确约束条件,给出了基于 Kriging 的气动外形优化方法,实现在多参数约束条件下的飞行器气动外形高效全局优化,提升了复杂外形优化模型的求解效率。

3) 以升力体构型飞行器为例,开展气动外形优化设计,结果表明,气动-弹道一体化模型能够较好描述大空域、宽速域的气动和弹道特征,有效提升新型飞行器气动外形设计精度和水平,具有一定的工程应用价值。

参考文献 (References)

[1] 崔尔杰. 近空间飞行器研究发展现状及关键技术问题[J]. 力学进展, 2009, 39(6): 628-673.
CUI Erjie. Research statutes, development trends and key technical problems of near space flying vehicles [J]. Advances in Mechanics, 2009, 39(6): 628-673. (in Chinese)

[2] 马洋. 基于代理模型和 MOEA/D 的飞行器气动外形优化设计研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2014.
MA Yang. Research on the aerodynamic shape optimization of vehicle based on surrogate model and MOEA/D [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2014. (in Chinese)

[3] DENG F, JIAO Z H, CHEN J, et al. Overall performance analysis-oriented aerodynamic configuration optimization design for hypersonic vehicles[J]. Journal of Spacecraft and Rocket, 2017, 54(5): 1015-1026.

[4] KULFAN B M. A universal parametric geometry representations method - "CST" [C] //Proceedings of 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2007.

[5] KULFAN B M. Universal parametric geometry representation method[J]. Journal of Aircraft, 2008, 45(1): 142-158.

[6] KULFAN B M, BUSSOLETTI J E. "Fundamental" parametric geometry representations for aircraft component shapes [C] //Proceedings of 11th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, 2006.

[7] 蔡国飙, 徐大军. 高超声速飞行器技术[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
CAI Guobiao, XU Dajun. Hypersonic flight vehicle technology[M]. Beijing: Science Press, 2012. (in Chinese)

[8] 徐敏, 安晓民. 飞行器空气动力特性分析与计算方法[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2012.
XU Min, AN Xiaomin. Aerodynamic characteristics analysis and calculation method of aircraft [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2012. (in Chinese)

[9] FAHROO F, ROSS I M. Pseudospectral method for infinite-horizon nonlinear optimal control problems [C] // Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2005.

[10] 何烈堂. 跨大气层飞行器的力热环境分析与飞行规划研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2008.
HE Lietang. Trans-atmospheric vehicle force heat analysis and flight planning research [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008. (in Chinese)

[11] KAMESWARAN S, BIEGLER L T. Convergence rates for direct transcription of optimal control problems using collocation at Radau points [J]. Computational Optimization and Applications, 2008, 41(1): 81-126.

[12] KRIGE D G. A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand [J]. Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 1951, 52(6): 119-139.

[13] SACKS J, WELCH W J, MITCHELL T J, et al. Design and analysis of computer experiments [J]. Statistical Science, 1989, 4(4): 409-423.

[14] JONES D R, SCHONLAU M, WELCH W J. Efficient global optimization of expensive black-box functions [J]. Journal of Global Optimization, 1998, 13: 455-492.

[15] BICHONB J, ELDRED M S, MAHADEVAN S, et al. Efficient global surrogate modeling for reliability-based design optimization [J]. Journal of Mechanical Design, 2013, 135(1): 011009.

[16] 韩忠华. Kriging 模型及代理优化算法研究进展[J]. 航空学报, 2016, 37(11): 3197-3225.
HAN Zhonghua. Kriging surrogate model and its application to design optimization: a review of recent progress [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2016, 37(11): 3197-3225. (in Chinese)