

## 通气空泡与超音速尾喷流耦合作用实验研究\*

赵小宇, 向敏, 刘波, 张为华

(国防科技大学空天科学学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:**基于开放式水洞,构建了通气空泡与超音速尾喷流耦合作用实验系统。设计了四种可变长度实验模型,重点研究射流与通气空泡相对位置对空泡射流耦合作用机理的影响。针对不同外形实验模型,改变通气流量和射流流量,获得了不同工况下空泡界面瞬态演化规律。通过实验,观察到射流完全补气、射流部分泄气、射流完全泄气三种不同耦合作用模式。进一步结合实验数据和 Paryshev 理论分析,建立了不同模式下临界转变条件和空泡尺度计算模型。当  $J \leq 0.1$  时,空泡长度可用经典空泡经验公式来描述;当  $0.1 < J < 1.5$  时,空泡长度分为模型长度和尾部空泡长度两部分,而尾部空泡长度只与无量纲动量比  $J$  有关;当  $J \geq 1.5$  时,空泡闭合在喷管出口,空泡长度与模型长度相等。

**关键词:**射流;通气空泡;相对位置;耦合作用

中图分类号:O359<sup>+</sup>.1 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2021)05-053-08

## Experimental study on the coupling effect of ventilated cavity and supersonic tail jet

ZHAO Xiaoyu, XIANG Min, LIU Bo, ZHANG Weihua

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Based on an open water tunnel, an experimental system for the coupling of ventilated cavity and supersonic jets was constructed. Four variable length experimental models were designed, focusing on the influence of the relative position of the jet and the ventilated cavity on the interaction mechanism. For different experimental models, the ventilation flow and jet flow were changed to obtain the dynamic process of the evolution of the cavity interface under different working conditions. Experiment observed three distinct mechanisms, which were divided into the following types: the jet fully inflated the cavity and the jet partially deflated the cavity; the jet fully deflated the cavity. By combining the experimental results and Paryshev's theory, the calculation model of the cavity size and critical transition conditions for different mechanism were further constructed. When  $J \leq 0.1$ , the cavitation length can be described by the classic cavity empirical formula; When  $0.1 < J < 1.5$ , the cavitation length is divided into two parts: the model length and the tail cavity length, and the length of the closed cavity from the nozzle outlet is only related to the parameter  $J$ ; When  $J \geq 1.5$ , the ventilated cavity closes at the tail of the nozzle, the cavity length is approximately equal to the model length.

**Keywords:** tail jet; ventilated cavity; relative position; coupling effect

国家的海洋发展战略需求,包括海洋环境探测、海洋资源开发和海军武器装备,对水下运载和水下兵器等水下航行器的速度和机动性能提出了更高的要求。适用于高速水下航行体的减阻技术包括:航行体流线型结构设计、添加高分子聚合物<sup>[1-2]</sup>、超疏水材料表面涂层<sup>[3]</sup>、柔性壁技术等。除此之外,超空泡减阻技术由于其高减阻率,已引起国内外研究人员的广泛关注<sup>[4]</sup>。其基本原理是,通过在航行体表面通气生成稳定包裹航行体的空泡,使航行体表面与液体介质隔离,从而大大减小航行体的摩擦阻力,减阻率可以高达 90% 以

上。超空泡减阻技术彻底改变了水下航行器的运行模式,必将引起水下运载和武器装备技术变革。

空泡减阻技术的核心之一是空泡生成与控制,以满足不同航行环境的需求。而对于采用以水冲压发动机为代表的喷气推进的水下高速航行体而言,射流与空泡耦合作用是不可回避的关键问题。相关研究表明,对于某些特定工况和航行体外形,尾喷射流能引起空泡较大脉动和稳定性问题,从而造成航行体流体动力的非定常特性。俄罗斯学者 Paryshev<sup>[5]</sup>结合空泡截面独立扩张原理和 Efros 空泡尾流闭合模型,研究得到射流作用

\* 收稿日期:2021-04-06

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51776221);国防科技大学校科研基金资助项目(ZK18-02-07)

作者简介:赵小宇(1989—),男,湖南常德人,博士研究生,E-mail:zhaoxiaoyu14@nudt.edu.cn;

向敏(通信作者),女,副研究员,博士,硕士生导师,E-mail:xiangmin333@hotmail.com

下空泡闭合模式的理论判别模型,为气泡与射流相互作用研究提供理论指导。美国宾夕法尼亚大学 Kirschner 等<sup>[6]</sup>、Moeny 等<sup>[7]</sup>、Kinzel 等<sup>[8]</sup>分别从理论、实验和数值模拟三个角度探讨了通气空泡与尾部射流之间的相互作用规律。验证了 Paryshev 提出的模型,并得出以下结论:射流使通气空泡从回射流泄气向轴流式泄气转变,从而增大空泡泄气量;当射流强度足够大时,在射流流量影响下,空泡泄气模式最终转变为振荡式泄气模式。国内学者张琦<sup>[9]</sup>针对航行体尾部流场特性,开展了带尾喷流的通气空泡水洞实验,重点分析了通气空泡闭合在尾喷管上游和尾喷管出口两种情况下通气空泡的形态变化。胡勇等<sup>[10]</sup>建立了气、汽、液多相数值仿真模型,研究了发动机尾部燃气对通气空泡形态的影响。党建军等<sup>[11]</sup>、刘统军等<sup>[12]</sup>开展了尾喷流对定常空泡形态影响的数值模拟,研究表明,在来流水速、头部通气量等条件不变时,改变尾喷流强度对闭合于尾喷流上游的空泡形态无影响。

尾喷管出口处的环境,对发动机参数设计来说尤为重要。而气体射流直接喷在水中和有空泡包裹前提下喷到水中,两者形态存在很大差异。更进一步地,关于水流环境影响下射流形态演化的研究工作,在射流和水流方向一致下,许昊等<sup>[13]</sup>通过水洞实验研究了水流速度对尾喷气体射流的影响,对比分析有无水流速度两种情况下,剪切作用差异带来的气体射流形态演化过程与压力脉动特性的变化。张孝石等<sup>[14]</sup>研究了水下气体射流诱导产生的尾空泡问题,得出 Paryshev 理论模型中无量纲参数  $\bar{P} = (\rho_{\infty} U_{\infty}^2) / (\rho_{\text{jet}} U_{\text{jet}}^2)$  ( $U_{\infty}$ ,  $\rho_{\infty}$ ,  $U_{\text{jet}}$ ,  $\rho_{\text{jet}}$  分别代表环境水流的速度和密度,喷管出口处射流的速度和密度) 可以作为不同类型诱导尾空泡转变条件的判据,但实验结果表明,不同机制转换的临界点并非是确定的,需要结合射流内部结构来具体分析。Jiang 等<sup>[15]</sup>在循环水洞中进行了航行体头部逆向喷气形成超空泡的实验研究,观察和测量了空泡的形成、稳定和溃灭的过程。根据实验数据总结出射流逆向喷流形成的空泡尺寸与  $U_{\infty} / U_{\text{jet}}$  成正比例关系。水下气体射流和空泡相互作用的物理过程主要涉及气液界面的剪切不稳定性,气体强压缩形成的激波干扰等复杂多相流动力学问题。国内张阿曼团队<sup>[16-18]</sup>对水下爆炸问题做了大量的研究工作,建立了强可压缩性条件下气泡破碎与聚并的理论模型与方法。

Paryshev 理论较好地建立了亚音速射流和空

泡耦合作用模型,但实际工程实践中,喷流多为超音速工况,需要考虑气体的可压缩性和总压损失。除此之外,射流和空泡相对位置关系的变化等都会影响到不同模式转化临界条件。Paryshev 理论模型尚不足以解决上述问题,且未能对射流作用下的空泡形态进行理论描述。本文构建了通气空泡与超音速尾喷流耦合作用实验系统。设计了四种可变长度实验模型,重点研究射流与通气空泡相对位置对空泡射流耦合作用机理的影响。针对不同实验模型,改变通气流量和射流流量,开展不同工况下空泡界面演化动力学研究。结合实验数据分析,构建射流空泡形态预示和空泡尺度计算模型。

## 1 空泡射流耦合实验系统

本文研究通气空化与尾喷流相互作用,为了提高水洞除气率,采用开放式水洞实验系统,如图 1 所示,其基本结构包括储水箱、气动蝶阀、整流段、收缩段、工作段及扩张段。水洞平均流速 5 m/s,以实验模型总长为参考长度的来流雷诺数及弗劳德数分别为  $Re = 4.5 \times 10^5$ ,  $Fr = 13.0$ ,水洞稳定工作时间 30 s,可满足通气空泡实验需求。

实验模型采用头部支撑方式固定于水洞实验段上壁面,如图 2 所示。其中,A 为头部通气空泡气流入口,B 为尾部喷管射流通气入口,C 为整流罩,截面外形采用翼型。通气空泡气流通道由图 2 中蓝色部件构成,尾部射流气流通道由白色部件组成。实验模型采用回转体结构,主要由头部空化器、中间段(可更换不同长度)和尾喷管构成,其外形示意图及尺寸如图 3 所示。采用圆盘形空化器,最大直径为 15 mm,其侧面周向等距布置 8 个 1 mm 孔径的通气孔。实验中,首先由 A 入口通气,在模型空化器之后形成稳定通气空泡,再由 B 入口通入高压气体,经收缩扩张型喷管加速,形成高速尾喷流。尾喷管结构设计为喉部和出口的扩张比为 2.25,出口设计马赫数  $Ma_e = 2.33$ 。在不同射流流量条件下,射流的出口速度范围可以覆盖亚音速到超音速。

通气空泡与尾喷流相互作用具有强烈的非定常特性,本文主要采用高速摄像测量技术对射流与空泡形态演化及二者相互作用过程进行图像采集。通气空泡与射流工质为空气,气泵将空气压缩至储气罐高压贮存,而后气流经气阀、减压阀分别输送至两个不同量程的气体流量控制器,并根据设定流量向水洞实验段通入气体。其中,高速

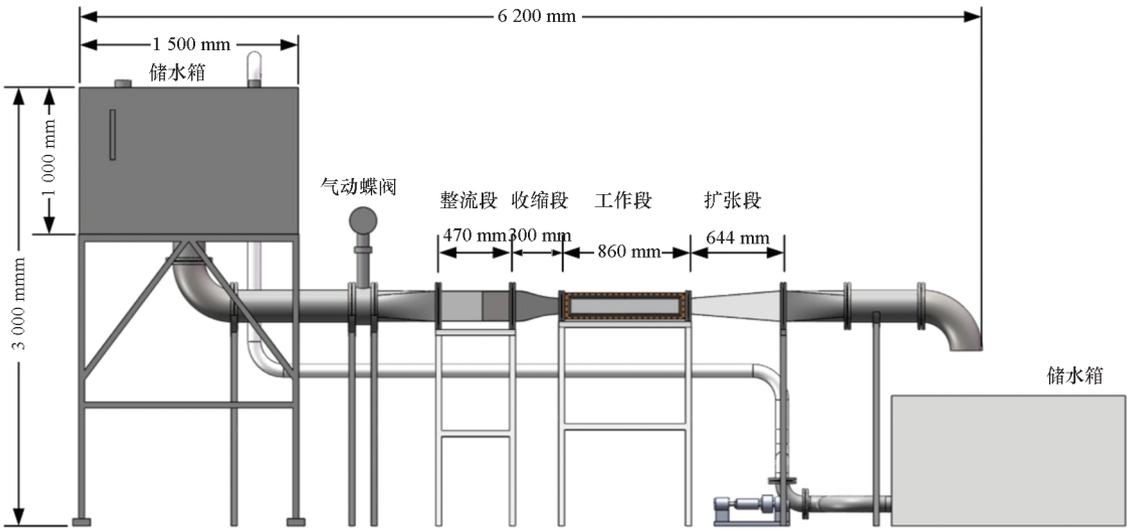


图1 开放式水洞实验系统结构图

Fig. 1 Structure diagram of the open water tunnel experiment system

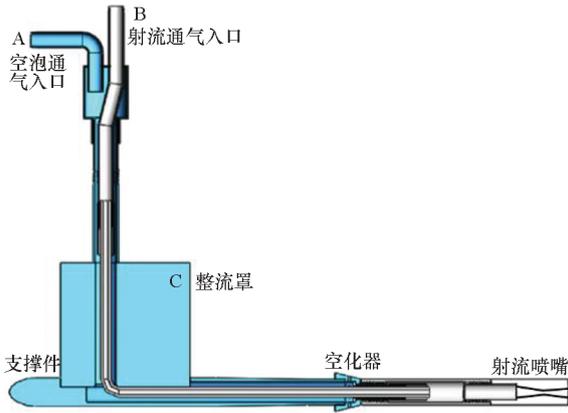


图2 实验模型支撑结构与通气管路示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the experimental model support structure and ventilation pipeline

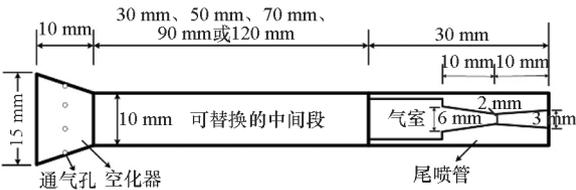


图3 实验模型外形与尺寸示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the shape and size of the experimental model

摄像机型号为 Photron FASTCAM SA1.1, 曝光时间设置为 0.5 ms, 拍摄帧率为 1 500 帧/s, 全帧分辨率 (2 016 × 2 016, 400 万像素), 机身内存 36 GB, 可有效满足高分辨率、长时间拍摄需求。两台流量控制器型号为 YJ-700CD-AIR, 量程分别为 0~10 SLPM 和 0~200 SLPM, 控制精度为 ±1%, 响应时间小于 1 s。通气流量系数和射流流量系数分别为:

$$\begin{cases} \overline{Q_c} = \frac{Q_c}{U_\infty D_n^2} \\ \overline{Q_j} = \frac{Q_j}{U_\infty D_n^2} \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $Q_c$ 、 $Q_j$  分别表示通气气体体积流量和射流气体体积流量,  $D_n$  表示空化器直径。

## 2 实验结果

### 2.1 不同通气量下空泡形态演化

图 4 展示了由改变通气量形成的不同流型空泡与尾部射流相互作用的实验结果。  $T_0$  时刻为通气生成的初始空泡,  $T_1$  时刻为开启射流后空泡形态周期性变化。随着通气流量的增加, 空泡尺度逐渐增大, 空泡形态由泡状流逐步发展为闭合在模型上的局部空泡、模型尾部闭合空泡以及自由闭合超空泡。随着通气量的增加, 可以清晰地观察到通气空泡尾部由回射流向双涡管泄气模式转化。在工况图 4(a)~(c) 中, 生成的空泡和尾部射流不相连通, 尾部射流对通气空泡几乎不产生影响。而一旦空泡和尾部射流相连通, 即  $L_{C\_initial} > L_m$  时, 其中  $L_{C\_initial}$  为空泡初始长度,  $L_m$  为模型长度。如图 4(d)~(f) 所示, 尾部射流会显著改变空泡的形状和泄气模式。对于工况图 4(d)~(e), 初始空泡闭合于喷管出口附近, 射流导致空泡长度增加, 空泡尾部由回射流泄气向振荡泄气模式转化; 对于工况图 4(f), 初始空泡为双涡管泄气超空泡, 射流导致空泡长度收缩, 空泡尾部转化为振荡泄气, 泄气量急剧增加。值得注意的是, 工况图 4(d)~(f) 中射流作用下最终空泡

形态基本相同,这说明在来流工况和射流参数不变的条件下,最终空泡形态主要取决于射流强度,受初始空泡形态影响较小。归纳原因为,射流流量远远大于通气流量,因此射流作用下空泡内流场结构主要取决于射流卷吸和射流回

流之间的平衡。而射流卷吸和回流效应与射流沿轴向的速度衰减、射流诱导剪切层内的湍流掺混密切相关。实验研究表明,在相同来流速度下,射流卷吸和回流之间的平衡长度主要取决于射流强度。

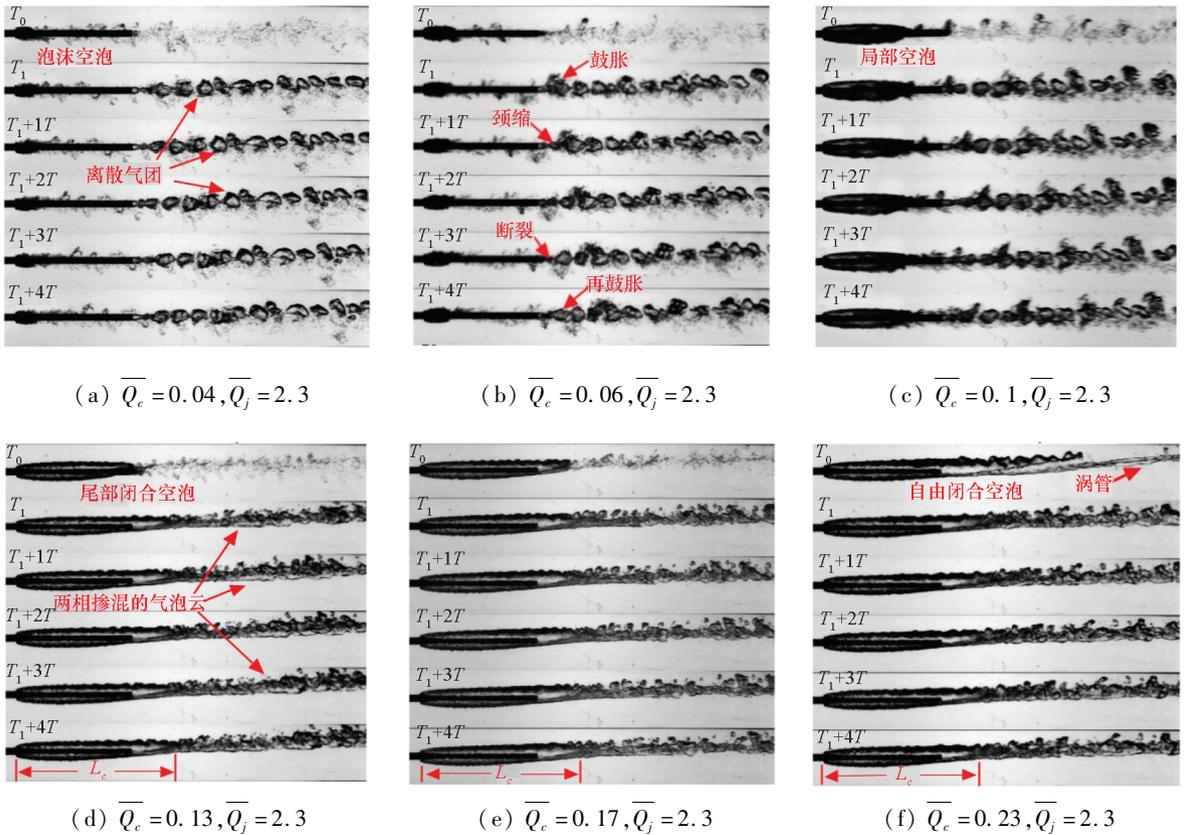


图 4 随着通气流量变化,不同形态的空泡与尾部射流相互作用

Fig. 4 As the ventilation coefficient varies, the interaction results of cavity with a tail jet

### 2.2 不同射流流量下空泡形态演化

图 5 展示了在相同通气流量下 ( $\overline{Q}_c = 0.17$ ), 不同流量射流与空泡相互作用的实验结果。当射流流量较小时 ( $\overline{Q}_j = 1.0$  和  $1.7$ ), 射流对通气超空泡具有补气的作用, 致使空泡长度和直径随射流流量上升而增大。同时, 由于等效通气量和空泡长度增大, 通气超空泡尾部泄气模型逐渐由经典的回射流泄气向轴流泄气转变, 空泡形态较为稳定。

随着射流流量上升 ( $\overline{Q}_j = 2.3$ ), 空泡形态发生颈缩, 长度有所减小, 最终稳定长度略小于初始通气超空泡长度, 射流出口位置之前空泡界面及直径仍未受明显影响。整体而言, 颈缩位置之前, 流场表现为通气超空泡, 颈缩位置之后流场主要呈射流形态, 但与纯射流形态存在一定差别。当射流强度进一步增强 ( $\overline{Q}_j = 3.0$ ), 通气超空泡颈缩位置向上游移动, 空泡最大长度进一步减小, 逐

渐向喷管出口靠近。空泡下游流场透明度下降, 可见大量两相掺混的气泡云结构。此时空泡泄气模式表现为明显的射流振荡泄气模式, 气体呈团状脱落的特征凸显。

当射流流量增大到一定程度时 ( $\overline{Q}_j = 4.0$  和  $4.7$ ), 空泡颈缩位置迅速向上游推进, 最终稳定在喷管出口处, 通气超空泡由自由闭合流型转变为尾部闭合流型, 射流出口位置之前的空泡形态受到扰动发生变形, 空泡最大长度大大减小, 直径变小, 最大直径位置向上游移动。此时的空泡具有很强的瞬态特性, 其形状和尺寸较透明空泡随时间变化更为剧烈。空泡尾部射流区掺混大量离散气团和液滴/气泡云, 形态与纯射流较为接近。

### 2.3 不同模型长度条件下空泡形态演化

图 6 给出了不同长度模型和不同射流强度下的空泡射流形态。对于工况图 6(a), 不同长度模

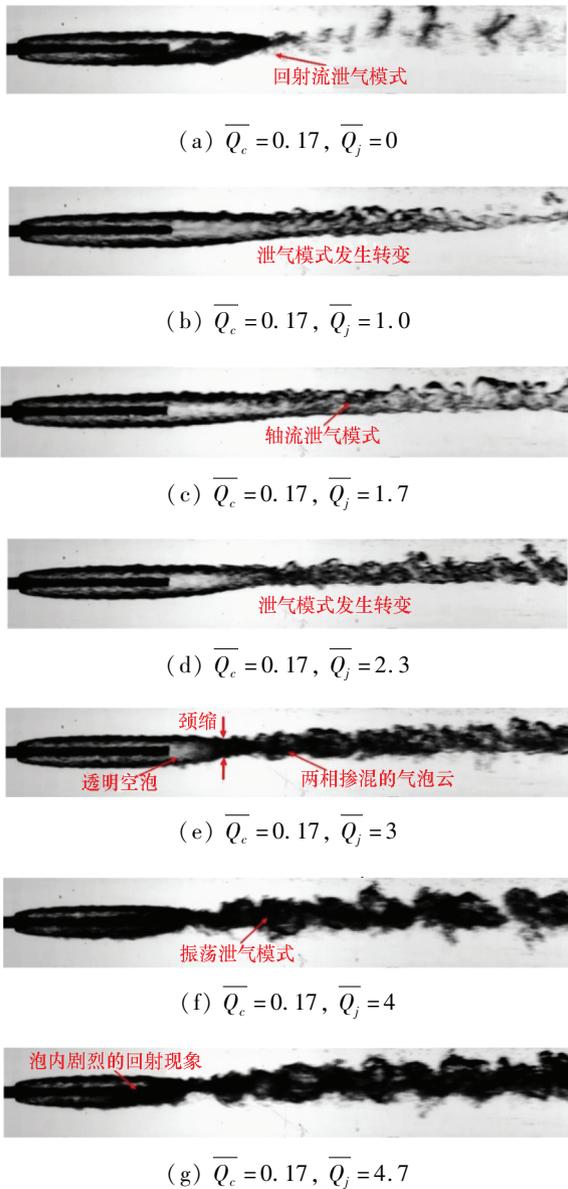


图5 随着射流流量变化,不同强度的尾部射流与空泡相互作用

Fig. 5 As the jet flow coefficient varies, the interaction results of cavity with a tail jet

型均处于射流完全补气模式,当射流流量相同时,四种工况的空泡长度大致相等,空泡的形态与相对位置无关。其机理为,当射流完全为空泡补气时,通气空泡两处进气口,叠加的总流量控制空泡

形态,空泡内气体质量流率而非气体的动量流率,影响着空泡的形态特征。在此模式下,空泡形态完全可以用经典的通气空泡经验公式来表达,即空化数函数。

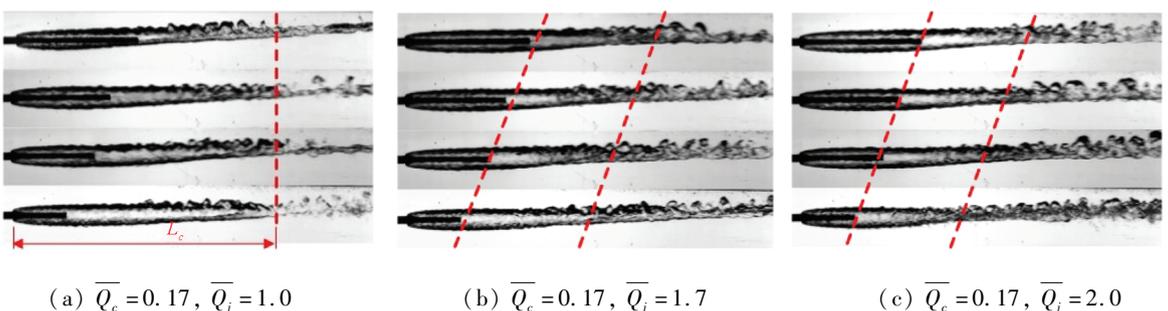
$$\frac{L_c}{D_n} = f(\sigma_c) \quad (2)$$

特别地,由于射流流量远远大于通气流量,很容易造成通气空泡处于饱和状态,即空泡长度接近最小空化数时的极限空泡长度。

$$\frac{L_c}{D_n} = f(\sigma_{c,\min}) \quad (3)$$

对于工况图 6(b) ~ (f),此时射流部分回流为空泡进行补气,部分卷吸周围空泡内气体后溢出,为射流部分补气模式。空泡闭合在射流出口下游。通过实验发现,空泡闭合处与射流出口距离  $L_i$  受模型长度影响较小。机理分析为,空泡闭合的位置为高压区,射流中部分气体在此处速度滞止为 0 然后形成回流,显然射流速度的衰减过程与前半部空泡长度相关性较小,而与射流强度和水流环境密切相关。因此,射流作用下空泡尺度主要取决于射流衰减过程中卷吸与回流的平衡,而模型长度通过改变空泡头部回流区大小来影响空泡尺度。

对于工况图 6(g) ~ (h),此时处于射流完全泄气模式,空泡基本闭合在喷管出口处,空泡长度基本与模型长度一致。然而需要注意的是,空泡的脉动特征随着模型长度的减小而显著增强,透明的空泡向泡沫空泡发展。由此可见,尾喷管离空化器越近,尾喷射流越容易造成空泡不稳定。当模型  $L_m = 10.7$  时,各工况空泡均呈透明状;当模型  $L_m = 8.7$  时,空泡界面脉动逐渐增强。随着模型长度的继续减小,空泡水气界面在高速回流气体的剪切作用下逐渐失稳破碎,对光线的散射作用增强而变得不透明,进而演变为泡沫空泡。当模型长度降到最低  $L_m = 4.7$  时,此时空泡已经完全泡沫化,不利于稳定减阻。



(a)  $\bar{Q}_c = 0.17, \bar{Q}_j = 1.0$

(b)  $\bar{Q}_c = 0.17, \bar{Q}_j = 1.7$

(c)  $\bar{Q}_c = 0.17, \bar{Q}_j = 2.0$

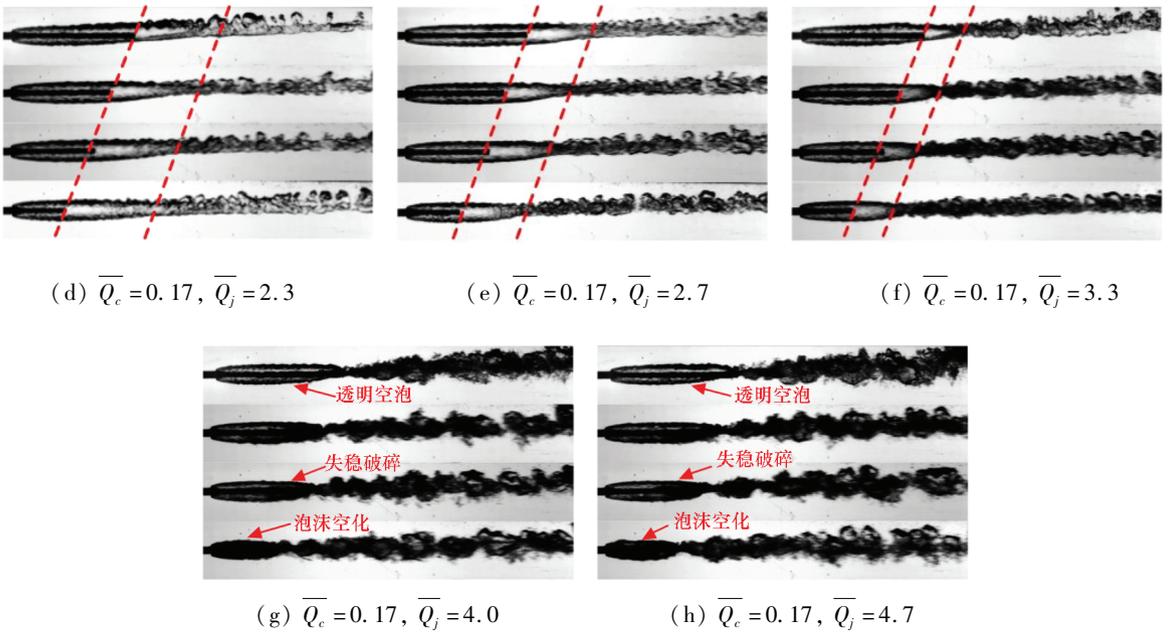


图 6 不同模型长度条件下的尾部射流与空泡相互作用

Fig. 6 As the model length varies, the interaction results of cavity with a tail jet

### 3 分析及讨论

本文针对四种不同长度实验模型,通过调节通气流量和射流流量开展对比分析。实验中观测到三种空泡射流耦合作用模式,且空泡长度主要包括受模型长度影响的头部区域和射流影响的尾空泡区两部分。图 7 给出了尾空泡长度随无量纲参数  $\bar{J}$  ( $\bar{J} = \dot{m}U_0/W_c$ ) 的变化规律。其物理意义代表着射流动量与空化器阻力之比。对于亚音速工况,  $\dot{m}U_0$  亦代表射流所产生的推力。对于超音速工况,本文对  $\bar{J}$  的表达式修正为:

$$\bar{J} = [\dot{m}U_0 + (p_e - p_c)A_0]/W_c \quad (4)$$

式中,  $p_e$ 、 $p_c$  分别为喷管出口压力和空泡内压力,  $A_0$  为喷管出口面积,  $W_c$  为空化器阻力。

由图 7 可知,对于四种不同长度的模型,三种模式下  $L_i$  变化规律十分一致。当  $\bar{J} \leq \bar{J}_{c1}$  时,射流处于完全补气模式,空泡长度取决于最小空化数,  $L_i$  随空泡长度的增加而减小。根据经典的通气空泡理论公式<sup>[19]</sup>,可以得到通气空泡尺寸分别为:

$$\sigma_{c,\min} \approx \sqrt[3]{\frac{2.5C_0}{Fr^4}} \quad (5)$$

$$\bar{L}_c = \frac{\sqrt{C_x}}{\sigma_{c,\min}} \sqrt{\ln \frac{1}{\sigma_{c,\min}}} \quad (6)$$

$$C_x = C_0(1 + \sigma_{c,\min}) \quad (7)$$

式中,  $C_x$  为尖锥空化器的阻力系数,  $C_0$  为空化数等于 0 时的阻力系数,  $\sigma_{c,\min}$  为最小空化数。

当  $\bar{J}_{c1} < \bar{J} \leq \bar{J}_{c2}$  时,射流部分补气模式下,  $L_i$  随

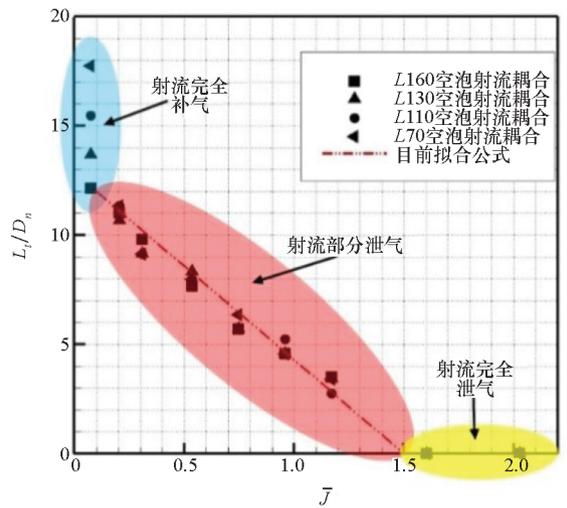


图 7 喷管出口到空泡闭合处的长度  $\bar{L}_i$  随无量纲参数  $\bar{J}$  曲线的拟合结果

Fig. 7 As the dimensionless parameter  $\bar{J}$  varies, the fitting results of the length  $\bar{L}_i$  between the jet nozzle exit and the point of cavity closure

$\bar{J}$  的增加线性减小,且不同工况下  $L_i$  曲线斜率一致。空泡长度可以分为模型长度和喷管到闭合位置长度两部分。

$$\bar{L}_c = \bar{L}_m + \bar{L}_t = \bar{L}_m + f(\bar{J}) \quad (8)$$

当  $\bar{J} \geq \bar{J}_{c2}$  时,此时射流空泡耦合作用模式为射流完全泄气。空泡基本闭合在喷管出口处,空泡长度为模型的长度。

$$\bar{L}_c = \bar{L}_m \quad (9)$$

根据实验数据对不同工况  $L_i$  曲线进行拟合,

得到空泡尾部长度  $L_t$  的计算公式为:

$$\bar{L}_t = -8.57\bar{J} + 12.86 \quad (10)$$

且不同模式转化的临界射流强度十分吻合,  $\bar{J}_{c1} \approx 0.1$ ,  $\bar{J}_{c2} \approx 1.5$ 。

图8展示了所建立的尾喷射流条件下空泡尺度计算模型与实验结果的对比,在射流完全补气模式下,实验结果和经典通气空泡形态描述公式的对比,平均相对误差为7.1%。在其他两种模式下两者吻合得较好。对比无射流的经典空泡公式,新的空泡尺度计算模型用无量纲气体动量参数代替了气体流量参数,变化规律由空泡尺度随通气流量的增加而增长转变为随气体动量的增加而减小。宏观上规律的转变,其本质上是尾部气体射流导致的空泡内流场结构的变化,以及剪切不稳定性造成的空泡界面振荡和萎缩。

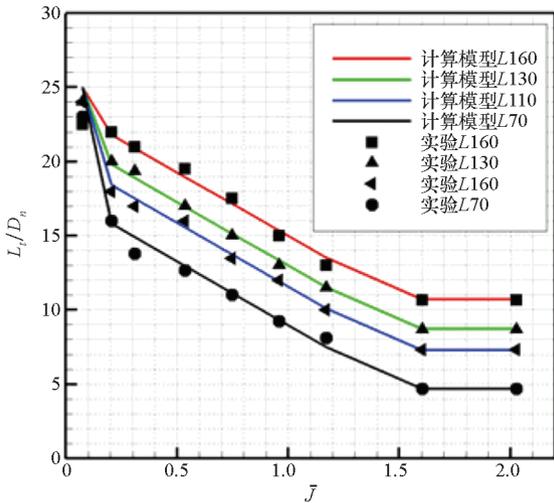


图8 尾喷射流条件下空泡尺度计算模型与实验结果的对比

Fig.8 Comparison of calculation model and experimental results of the cavity length under a tail jet

## 4 结论

本文开展了通气空泡和射流耦合作用实验,通过改变通气流量(调整空泡流型)和模型长度(调整喷管出口位置),以及射流流量,研究不同相对位置的尾喷射流冲击作用下空泡界面形态演化规律。得到如下结论:

1) 通气空泡和尾部射流不相连通,尾部射流对通气空泡的生成和溃灭过程几乎不产生影响;空泡闭合在射流上时,射流将改变空泡形状和泄气模式;空泡长度主要取决于射流衰减过程中的卷吸和回流效应的平衡,与初始超空泡形态无关。

2) 小射流流量下,空泡射流处于完全补气模式,空泡长度取决于最小通气空化数,可用经典空泡经验公式来描述;随着射流流量的增大,空泡射

流过渡至部分补气模式。稳定空泡长度主要取决于模型长度和无量纲动量比;随着射流流量的进一步增加,发展至完全泄气模式,空泡基本闭合在喷管出口处,空泡长度主要取决于模型长度。

3) 完全泄气模式下,空泡的脉动特征随着模型长度的减小而显著增强,透明的空泡有向泡沫空泡发展的趋势。由此可见,尾喷管离空化器越近,尾喷射流越容易造成空泡不稳定。

4) 基于实验结果提出了不同模式转化理论预示模型,进一步构建了不同模式下空泡尺度计算模型。实验结果与理论预示不同模式下空泡尺度基本一致。

## 参考文献 (References)

- [1] XIONG Y L, BRUNEAU C H, KELLAY H. Drag enhancement and drag reduction in viscoelastic fluid flow around a cylinder [J]. *Europhysics Letters*, 2010, 91(6): 64001 - p1 - 64001 - p5.
- [2] XIONG Y L, BRUNEAU C H, KELLAY H. A numerical study of two dimensional flows past a bluff body for dilute polymer solutions [J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2013, 196: 8 - 26.
- [3] BRUNEAU C H, MORTAZAVI I. Numerical modelling and passive flow control using porous media [J]. *Computers & Fluids*, 2008, 37(5): 488 - 498.
- [4] REICHARDT H. The laws of cavitation bubbles at axially symmetrical bodies in a flow [R]. Spring Quarry, Great Britain; Ministry of Aircraft Production, 1946: 322 - 326.
- [5] PARYSHEV E V. Approximate mathematical models in high-speed hydrodynamics [J]. *Journal of Engineering Mathematics*, 2006, 55(1/2/3/4): 41 - 64.
- [6] KIRSCHNER I N, MOENY M J, KRANE M H, et al. Jet-supercavity interaction; insights from physics analysis [C]. *Proceedings of the 9th International Symposium on Cavitation*, 2015.
- [7] MOENY M J, KRANE M H, KIRSCHNER I N, et al. Jet-supercavity interaction; insights from experiments [J]. *Proceedings of the 9th International Symposium on Cavitation*, 2015.
- [8] KINZEL M P, KRANE M H, KIRSCHNER I N, et al. A numerical assessment of the interaction of a supercavitating flow with a gas jet [J]. *Ocean Engineering*, 2017, 136: 304 - 313.
- [9] 张琦. 超高速航行体尾部流场特性分析与试验研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2006.  
ZHANG Qi. Analysis and experimental research on the flow field characteristics at the tail of a high speed vehicle [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2006. (in Chinese)
- [10] 胡勇, 陈鑫, 鲁传敬, 等. 水下航行体尾喷燃气与通气超空泡相互作用的研究 [J]. *水动力学研究与进展 A 辑*, 2008, 23(4): 438 - 445.  
HU Yong, CHEN Xin, LU Chuanjing, et al. Study on the interaction between ventilated cavitating flow and exhausted gas of an underwater vehicle [J]. *Chinese Journal of Hydrodynamics*, 2008, 23(4): 438 - 445. (in Chinese)

- [11] 党建军, 刘统军, 胥银. 尾部喷流对定常超空泡形态影响的数值研究[J]. 鱼雷技术, 2007, 15(6): 50–52.  
DANG Jianjun, LIU Tongjun, XU Yin. Numerical simulation of influence of tail jet on steady supercavitation configuration[J]. Torpedo Technology, 2007, 15(6): 50–52. (in Chinese)
- [12] 刘统军, 罗凯, 胥银. 尾部喷流对超空泡流动影响试验技术研究[J]. 鱼雷技术, 2009, 17(5): 63–66.  
LIU Tongjun, LUO Kai, XU Yin. Experimental technology for investigating tail jet influence on supercavitation flow[J]. Torpedo Technology, 2009, 17(5): 63–66. (in Chinese)
- [13] 许昊, 王聪, 陆宏志, 等. 水下超声速气体射流诱导尾空泡实验研究[J]. 物理学报, 2018, 67(1): 191–204.  
XU Hao, WANG Cong, LU Hongzhi, et al. Experimental study on submerged supersonic gaseous jet induced tail cavity[J]. Acta Physica Sinica, 2018, 67(1): 191–204. (in Chinese)
- [13] 张孝石, 许昊, 王聪, 等. 水流冲击超声速气体射流实验研究[J]. 物理学报, 2017, 66(5): 200–211.  
ZHANG Xiaoshi, XU Hao, WANG Cong, et al. Experimental study on underwater supersonic gas jets in water flow[J]. Acta Physica Sinica, 2017, 66(5): 200–211. (in Chinese)
- [15] JIANG Y H, BAI T, GAO Y. Formation and steady flow characteristics of ventilated supercavity with gas jet cavitator[J]. Ocean Engineering, 2017, 142: 87–93.
- [16] 倪宝玉, 张阿漫, 张忠宇, 等. 复杂流场下气泡界面不稳定现象的数值模拟方法综述[J]. 船舶力学, 2014, 18(4): 470–483.  
NI Baoyu, ZHANG Aman, ZHANG Zhongyu, et al. Review on the numerical simulation methods of the instability of bubble interface under complex flow field[J]. Journal of Ship Mechanics, 2014, 18(4): 470–483. (in Chinese)
- [17] LI T, ZHANG A M, WANG S P, et al. Bubble interactions and bursting behaviors near a free surface[J]. Physics of Fluids, 2019, 31(4): 042104.
- [18] CUI P, ZHANG A M, WANG S P, et al. Experimental study on interaction, shock wave emission and ice breaking of two collapsing bubbles[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2020, 897: A25.
- [19] GARABEDIAN P. Calculation of axially symmetric cavities and jets[J]. Pacific Journal of Mathematics, 1956, 6(4): 611–684.