

双二体几何切面法及天梯地月转移轨道分析*

童科伟¹,程炳琳²,汪小卫¹

(1. 中国运载火箭技术研究院 研究发展部, 北京 100076; 2. 中国运载火箭技术研究院, 北京 100076)

摘要:双二体模型是求解地月转移轨道的重要基础。与传统的采用月球影响球入口点经纬度的描述方式不同,本文提出一种基于飞行轨道面参数来描述地月转移轨道的双二体模型几何表达方式,结合一维非线性方程求根算法 Brent 算法和 Lambert 原理,将原始三维球面搜索算法降维成为二维圆上的搜索算法,可以高效求解地月转移轨道的形状参数。为避免重复计算,将转移轨道窗口计算的轨道多变量搜索问题解耦分解成两个子问题——转移轨道形状参数求解问题和转移轨道面空间定向问题,降低了问题的求解维度。形成两级并行计算算法,充分发挥多核计算机算力,加速计算过程。仿真结果表明,基于提出的并行圆锥曲线几何切面法,可以成功应用于计算天梯地月转移轨道分析。

关键词:地月转移轨道;双二体模型;Lambert 问题;天梯;并行计算

中图分类号:V412.4 文献标志码:A 开放科学(资源服务)标识码(OSID):

文章编号:1001-2486(2022)06-021-09



听语音
与作者互动
聊科研

Double two-body model using geometrical section method and the analysis of Earth-Moon transfer orbit from space elevator

TONG Kewei¹, CHENG Binglin², WANG Xiaowei¹

(1. Research & Development Department, China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China;

2. China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract: Double two-body model is the fundamental conception model for solving Earth-Moon transfer orbit. The traditional approaches use the latitude and longitude of entry point on the sphere of influence to describe double two-body model, while in this paper a geometrical representation method of double two-body model by using parameters in orbital plane of flight trajectory was proposed. The search space on three-dimensional sphere was reduced to be a two-dimensional circle formed by tangent of the orbital plane and the sphere of influence, the shape parameter of Earth-Moon transfer orbit can be efficiently solved by one-parameter Brent root-finding algorithm and Lambert theory. In order to avoid double calculation, the orbital multivariate search problem calculated by the transfer orbit window was decoupled into two sub-problems, the transfer orbit shape parameter solution problem and the transfer orbital plane space orientation problem, which reduce the solution dimension of the problem. The two-stage method with parallel computing was approached in order to make full use of the nowadays computational power of multi-core computer. The simulation results show that the new parallel double two-body model with the use of geometrical section of orbital plane can be successfully applied to the analysis of the Earth-Moon transfer orbit from space elevator.

Keywords: Earth-Moon transfer orbit; double two-body model; Lambert problem; space elevator; parallel computing

双二体轨道拼接设计方法在月球探测轨道设计中具有基础性作用,国内外学者以双二体轨道拼接法为基础对月球探测轨道设计方法进行了大量的研究^[1-8]。

在基于双二体问题求解地月转移轨道时,Battin、郗晓宁、黄文德、贺波勇等都不约而同地以入口点月心经纬度作为中间变量来拼接地球影响球内飞行轨道和月球影响球内飞行轨道^[1-2,4-5,8]。这种基于月球影响球球坐标来描述入口点位置的

方法比较直观,但是没有充分利用转移轨道的物理意义。

对于着陆地点已知的奔月任务,贺波勇推导了一种类解析的改进双二体模型,该方法与传统的从地球计算到月球不同,在计算窗口时针对已知的月心轨道六根数逆向计算地月转移轨道六根数,计算量极小^[9]。

对于工程约束不明、具体探测地点不定的地月转移轨道窗口计算问题,还需要按照传统的计

* 收稿日期:2020-12-25

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61703437)

作者简介:童科伟(1982—),男,湖南常德人,高级工程师,博士,E-mail:tongkewei@126.com

算量较大的搜索方法,进而得到一些运动特性。与常规的以入口点月经纬度作为中间变量的双二体拼接方法不同,本文提出一种直接基于轨道特征的地月转移飞行轨道的几何方法,物理意义明确,求解地月轨道更加直观,通过两次降维解耦操作,降低问题求解维数,进一步提升计算效率。

考虑到目前大多数计算机都是多核中央处理器(central processing unit, CPU),最简单的提高算力的途径是采用并行计算,充分利用各核的计算能力,并行计算技术在国内外受到高度重视。并行程序设计编程语言通常基于消息传递接口标准(message passing interface, MPI)、OpenMP 等,二者甚至已经分别形成了集群并行和单机多核并行领域的事实标准^[10-13]。

本文以 Java 相关的多核并行编程技术为基础^[13],设计了一种地月转移轨道的多核并行计算方法,并应用于天梯地月转移轨道计算与特性分析。按照国际天梯协会(international space elevator consortium, ISEC)的定义,天梯是一种把有效载荷从地球表面提升到空间的系统,该系统是一个长 10 万千米的绳系,质心在地球静止轨道(geostationary orbit, GEO),并固定于地表的某个锚点。随着爬升高度的变化,天梯攀爬器在电能作用下抬升高度并获得地球自转带来的圆速度,从而使有效载荷获得势能和动能^[14]。由于天梯位于赤道上空,轨道倾角受限,与常规月球转移轨道设计有一定区别。本文以一种几何切面法双二体模型来分析天梯发射航天器进入月球转移轨道的特性。

1 双二体几何切面法

双二体假设下的地月转移轨道计算也称为圆锥曲线拼接法。本质上是月球影响球为边界,将轨道分成多段来拼接:进入影响球前,飞行轨迹为地心圆锥曲线(一般为椭圆);在影响球内,飞行轨迹为月心圆锥曲线(一般为双曲线)。对于自由返回轨道等任务,还需考虑飞出影响球后的飞行轨迹,其为地心圆锥曲线(一般也为椭圆)。在进入和离开影响球的两个边界点(一般称为入口点和出口点),将这几段圆锥曲线拼接成完整的运动轨迹。

圆锥曲线拼接法的设计参数通常以月球影响球入口点/出口点在月心白道坐标系下的经纬度作为独立变量,通过该经纬度来描述入口点/出口点的空间位置^[1-2,4-6,8]。

采用传统的圆锥曲线拼接法的设计参数计算

转移窗口时问题待求解参数的维度大,计算转移窗口时的计算时间过长。对于在天梯系统出发这一类地月转移轨道设计问题,由于出发轨道的倾角已知、升交点赤经(right ascension of ascending node, RAAN)也可求出,本文借助空间几何关系把原始问题降维,从而大大降低求解问题的规模。其基本思想是:基于转移轨道面和月球影响球的几何关系来描述空间位置关系,地月/月地转移轨道面与月球影响球必须相交(否则一定不可能被月球捕获)。通过转移轨道面切割月球影响球形成的几何关系就可以描述地月/月地转移轨道,结合 Lambert 原理就可以求解出所需的转移轨道参数。这样就把原来的三维球面搜索算法降维成了二维平面内切割月球影响球形成的圆上的搜索算法。另外本文的描述方式把地月转移轨道求解问题解耦成平面内转移轨道形状计算问题以及转移轨道空间定向问题,从而大大降低了问题求解维度。

1.1 转移三角形形状计算问题

选择到达入口点时刻 t_A 、从近地点出发飞行到入口点的飞行时间 t_{PA} 、入口点地心距向量 $\vec{EA}$ 的大小 r_{EA} 作为设计变量。

对于从天梯出发的奔月任务来说,为了扩大任务窗口,可以适当允许出发转移轨道有小倾角,以尽可能节约推进剂,比如要求 $i \in [-0.5^\circ, 0.5^\circ]$ 。由于天梯质心位于地球定点位置,相应的升交点赤经为:

$$\Omega = \Omega_0 + \omega_E t$$

其中, Ω_0 为初始点降交点赤经, ω_E 为地球自转角速度, t 为据初始点时刻。

如图 1 所示,定义地心为 E ,月心为 L ,轨道面与月球影响球切割形成圆的圆心为 O 。转移轨道在地球近地点出发,该点定义为 P ,到达月球影响球的入口点 A 。

转移轨道面与月球影响球切割的交线必然形成一个圆,该圆上各点到月心的距离等于影响球半径 r_s , $r_s = 66\ 200\ \text{km}$ 。转移轨道面法方向或轨道动量矩方向 $\mathbf{n}_{OL}$ 为:

$$\mathbf{n}_{OL} = [\sin i \sin \Omega, -\sin i \cos \Omega, \cos i]^T \quad (1)$$

通过法向量 $\mathbf{n}_{OL}$ 和地月连线向量 $\vec{EL}$ (即月球在地心惯性系的位置 $\mathbf{r}_L$,由星历 DE405/LE405 计算可得)点乘,可以求得夹角 $\angle OLE$:

$$\cos \angle OLE = |\mathbf{n}_{OL} \cdot \mathbf{r}_L| / r_L \quad (2)$$

其中, r_L 为地月距离。

由图(1)所示的几何关系可知,顺行轨道(i ,

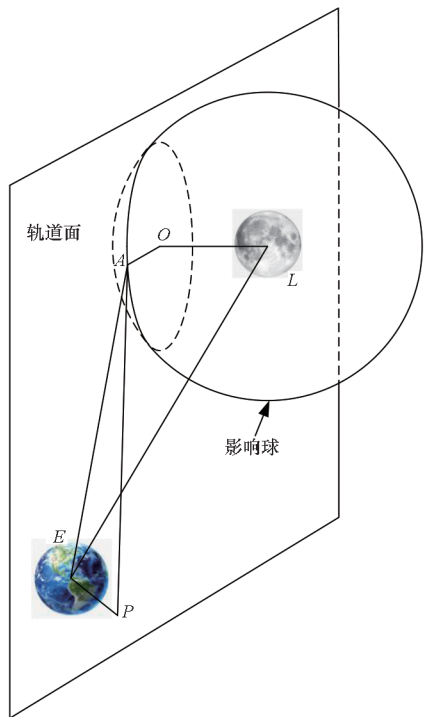


图 1 轨道面与月球影响球的切割示意图
Fig. 1 Demonstration of section of orbital plane and the sphere of influence of moon

Ω)和逆行轨道($\pi - i, \Omega + \pi$)都满足以上几何关系(二者轨道面法向相差 180°),相应的式(2)取绝对值,可根据工程实际约束来选取。

轨道面与月心的距离向量 $\overrightarrow{OL}$ 的大小 l 为:

$$l = r_L \cos \angle OLE \tag{3}$$

地月转移轨道面与月球影响球必须相交,否则转移轨道与月球影响球没有交点,就无法形成环月轨道。对应的数学约束条件就是:

$$l \leq r_s \tag{4}$$

发射窗口搜索时间区间出现在满足式(4)的时间段,该约束条件可以极大地节约转移窗口的计算量。

轨道面与影响球切割而成的圆半径 OA 的大小 r_0 为:

$$r_0 = \sqrt{r_s^2 - l^2} \tag{5}$$

向量 $\overrightarrow{OE}$ 的大小 k :

$$k = \sqrt{r_L^2 - l^2} \tag{6}$$

轨道面与月球影响球相切的截面如图 2 所示,定义 O 点为截面圆的圆心,转移轨道入口点地心距向量 $\overrightarrow{EA}$ 的大小 r_{EA} 完全取决于向量 $\overrightarrow{OE}$ 的大小 k 与 OA 的大小 r_0 ,即:

$$k - r_0 \leq r_{EA} \leq k + r_0 \tag{7}$$

由地月几何关系, r_{EA} 取值范围可扩大为:

$$r_L - r_s \leq k - r_0 \leq r_{EA} \leq k + r_0 \leq r_L + r_s \tag{8}$$

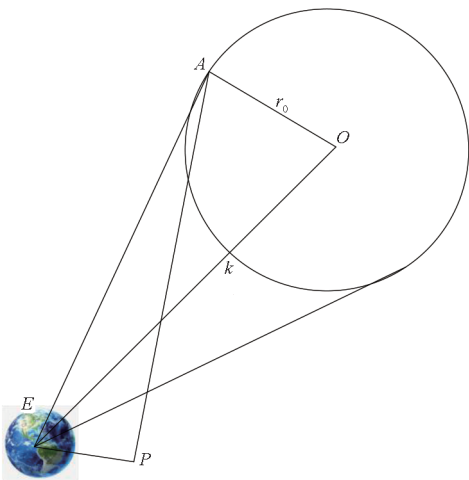


图 2 轨道面与月球影响球的截面平面示意图
Fig. 2 Section plane of orbital plane and the sphere of influence of moon

已知地月平均距离为 384 400 km,因此地月距离 r_L 考虑一定余量就可以得到 r_{EA} 的取值范围,如取余量 $\Delta = 0.1$ 可得:

$$(r_L - r_s)(1 - \Delta) \leq r_{EA} \leq (r_L + r_s)(1 + \Delta)$$

即

$$286\,380\text{ km} \leq r_{EA} \leq 495\,660\text{ km} \tag{9}$$

在给定时间 t_{PA} 内,从近地出发点 P 运行到入口点 A 的地月转移轨道构成了一个 Lambert 问题。根据 Lambert 定理,地月转移出发点 P 到入口点 A 的飞行时间 t_{PA} 仅与轨道半长轴、两点与地心距离之和 $r_{PE} + r_{EA}$ 以及弦长 r_{PA} 有关。又由余弦定理,给定 r_{PE} 和 r_{EA} ,则弦长 r_{PA} 和真近点角 θ_{PA} 一一对应。因此地月转移轨道问题转化为已知 t_{PA} 求 θ_{PA} 的问题。 E, P, A 确定了一个与转移轨道相关的三角形,称为转移三角形。

现在出发点距地心的位置向量 $\overrightarrow{EP}$ 的大小 r_{EP} 已知(即出发点轨道半径)、飞行时间 t_{PA} 的取值范围一般由任务给定、入口点地心距 r_{EA} 取值由式(9)给定,给定一组飞行时间 t_{PA} 和 r_{EA} 就可以根据 Lambert 问题求解对应的真近点角 θ_{PA} 。该问题只与三个轨道形状参数(半长轴、偏心率和真近点角)相关,与其他三个轨道面参数(轨道倾角、升交点赤经和近地点幅角)无关。因此称该问题为转移三角形形状计算问题。

贺波勇推导了 t_{PA} 和 θ_{PA} 的导数关系。将 t_{PA} 作为设计变量,用牛顿迭代法求解 θ_{PA} ^[9]。本文的算例测试发现,该方法对初值较敏感,收敛性一般,计算量较大,且计算精度也不太高,为此改用 Brent 法求解。

Brent 法在 20 世纪 60 年代,由阿姆斯特丹

数学中心的 Van Wijngaarden 和 Dekker 等研究成功,并在 1973 年由 Brent 进行了改进。该方法特别适合于求解一维非线性方程的根,而无须提供函数的导数。该方法具有超线性收敛特性,又能够保证二分法的收敛确定性。具体算法参见文献[15]。

按照 Brent 算法,选择 t_{PA} 作为设计变量,求解 θ_{PA} ,二者的求解关系如下:

地月转移轨道由近地点出发,存在如下关系:

$$r_{EA} = p / (1 + e \cos \theta_{PA})$$

$$p = r_{EP}(1 + e)$$

可得到:

$$e = \frac{r_{EA} - r_{EP}}{r_{EP} - r_{EA} \cos \theta_{PA}} \quad (10)$$

$$a = \frac{r_{EP}}{1 - e} \quad (11)$$

其中: p 为半通径; e 为偏心率; a 为半长轴。

至此由 θ_{PA} 、 a 、 e 不难求得转移轨道飞行时间 t_{PA} ,可以将求得的 t_{PA} 与给定的转移轨道飞行时间 t_{PA0} 之差作为待求的一维非线性目标函数,对应的未知量 θ_{PA} 可由 Brent 法求解。

转移三角形形状求解问题在整个搜索过程中重复出现,但由本文模型描述方式可知,该三角形与轨道倾角、升交点赤经和近地点幅角无关,因此该求解问题与整体窗口搜索算法解耦,可以把转移三角形所有可能的轨道组合提前求解出来,在接下来的窗口搜索中就只需要匹配这些已知的转移三角形,从而大大降低问题的搜索维度,节省计算量。此外转移三角形形状求解问题也从原来的三维影响球的球面经纬度搜索问题降维成为平面内圆上点的搜索问题,进一步节省了计算量。

1.2 转移三角形的空间定向问题

1) 对于如近地轨道空间站出发的地月转移轨道, i 和初始 Ω_0 一般已知,则当时的 Ω 可由到达入口点时刻和飞行时间来决定,未知量为近地点幅角 ω ;

2) 对于天梯奔月任务来说,天梯位于赤道上方, ω 等于 0° (顺行轨道) 或者 180° (逆行轨道),未知量为 i 。

以上两种情况均可由 Brent 算法求解。

由地心惯性系到轨道系的坐标旋转矩阵为:

$$L_i^0 = L_z(u) L_x(i) L_z(\Omega)$$

其中: $L_x(\vartheta)$ 表示绕 x 轴旋转 ϑ 角度的坐标旋转矩阵; $L_z(\vartheta)$ 表示绕 z 轴旋转 ϑ 角度的坐标旋转矩阵; $u = \omega + \theta$ 为纬度幅角,其中 θ 为真近点角。

地心惯性系下的入口点位置矢量 r_{EA} 为:

$$\begin{aligned} r_{EA} &= (L_i^0)^T \begin{pmatrix} r_{EA} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= r_{EA} \begin{pmatrix} \cos u \cos \Omega - \sin u \cos i \sin \Omega \\ \cos u \sin \Omega + \sin u \cos i \cos \Omega \\ \sin u \sin i \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

由图 1 可知, r_{EA} 与月球位置矢量 r_L (由星历计算) 及入口点到月心的矢量 r_{LA} 满足如下几何关系:

$$r_{LA} = r_{EA} - r_L$$

而 r_{LA} 的大小等于月球影响球半径 r_s , 则:

$$|r_{EA} - r_L| - r_s = 0 \quad (13)$$

因此根据未知的 ω 或者 i , 由 Brent 算法预先判断所求区间是否有解,再求解式 (13) 对应的一维非线性方程的根,就可以得到满足条件的未知的 ω 或者 i [15]。即:

1) 对于 i 给定的转移轨道, $\omega \in [0^\circ, 360^\circ]$, 由式 (12) 和式 (13), 根据已知的五个轨道根数, 由 Brent 算法求解 ω ;

2) 对于天梯任务, $i \in [-0.5^\circ, 0^\circ]$ 和 $i \in [0^\circ, 0.5^\circ]$ 对应的逆行和顺行轨道, 同样由式 (12) 和式 (13), 根据已知的其他五个轨道根数, 由 Brent 算法求解 i 。

然后根据式 (1) ~ (6) 计算转移三角形数据库有待评估的转移三角形是否满足式 (7)。

以上求解轨道面参数的过程称为转移三角形的空间定向问题。

以上求解出了地月转移段轨道六个轨道根数,还需要进一步判断该轨道进入月球影响球被月球捕获以后形成的环月轨道是否满足给定条件。此时需把地心惯性系下的入口点处的矢量 r_{LA} 和 v_{LA} 转换到月心白道系下 [12]:

$$r_{LA}^L = M r_{LA} = M(r_{EA} - r_L)$$

$$v_{LA}^L = M(v_{EA} - v_L)$$

$$M = L_z(u_L + \pi) L_x(i_L) L_z(\Omega_L)$$

其中: M 为地心惯性系到月心瞬时白道系的旋转矩阵。上式中的上标 L 表示月球相关的参数。

基于上式求得的月心系下的位置和速度,就可以求得月心段绕月轨道参数,之后可以判断是否满足需要的环月轨道条件,比如环月轨道高度约束等。

以上是普通地月转移轨道的求解流程。对于载人航天任务常用的自由返回轨道,可基于对称性原理,进一步求得月地转移段轨道参数,再判断是否满足载人航天任务常用的自由返回轨道约束条件,如返回地球时的近地点高度、再入角等。本

文只计算一般的地月转移轨道,自由返回轨道求解的具体流程可参考 Battin^[1]、黄文德^[4-5]、贺波勇^[8]等的报道。

2 天梯奔月解法

2.1 CPU 并行计算技术简介

当前 CPU 主频的提升已经明显遇到了瓶颈,计算机硬件界主要关注如何发展多核 CPU。目前民用 CPU 已经拥有十多个核心。针对 CPU 核心数越来越多的现状,科学计算必须考虑并行/并发程序设计,避免浪费计算资源。

并行计算一般可分为计算密集型、数据密集型、网络密集型^[10],本文主要关注计算密集型计算。1994 年诞生的 MPI 已经成为集群并行程序设计事实上的标准。1997 年诞生的 OpenMP 已经成为单机多核并行事实上的标准^[10]。本文的并行程序主要针对单机多核并行架构,而单机多核图形处理器(graphics processing unit, GPU)加速并行架构和多机多核并行架构不在本文考虑。常用的并行分解技术有两种:递归分解和数据分解^[11-12]。本文着重关注单机 CPU 并行程序设计,并主要采用数据分解的方式来设计并行程序。

本文综合考虑到可移植性、编程方便性、程序稳健性等,避免采用复杂的 MPI,而是采用 Java 语言,并行计算程序设计基于 Parallel Java 2 Library (PJ2 库)^[13]。

PJ2 库是 RIT (Rochester Institute of Technology) 的 Kaminsky 教授开发的 Java 语言的并行计算调度库,并应用于 RIT 计算机学院的超级计算机集群上。其主要设计思想是简化并行计算程序设计的难度,特别是避免使用复杂的 MPI,能够极好地适用于单机 CPU、GPU 并行以及分布式集群异构并行计算。PJ2 库有五种 CPU 核心并行调度机制:Fixed、Leapfrog、Dynamic、Proportional、Guided。后四种调度机制代表了当前常见的先进并行调度机制,具体介绍参见文献^[13]。本文选择 Dynamic 调度机制作为示例。

2.2 天梯地月转移轨道窗口计算并行设计

天梯系统的基本组成如图 3 所示,主要包括天梯绳索、地球表面节点、GEO 节点、顶点锚、绳索攀爬器、地球表面运输系统和运营中心^[14]。

天梯绳索是天梯最重要的组成部分,其主要功能为向攀爬器提供依附的途径,使攀爬器能够沿着缆绳从地表节点进入空间,同时其还要平衡整个天梯的重力与系统绕地球转动形成



图 3 天梯系统组成示意图^[15]

Fig. 3 Composition of space elevator system^[15]

的离心力;攀爬器为运输有效载荷进入空间的运载器,其沿着绳索爬升,进入轨道预定位置后将有效载荷释放;地球表面节点和顶点锚分别位于绳索的两端,起到固定绳索位置、调整绳索姿态的功能。整个天梯的质心设置在 GEO 节点位置,这样整个天梯系统就以地球的自转速度围绕地球旋转,从而保证天梯与地面相对静止^[14,16]。

由于天梯从地表一直延伸到 GEO 更远端,在执行行星际发射任务时,在天梯不同的高度释放可以获得不同的能量。比如,在天梯远端顶点锚处(距离地心 100 000 km)释放甚至无须施加速度增量就可以飞往火星^[16]。本文设计的从天梯飞往月球的转移轨道算法,重点解决在天梯哪一高度释放才能以最小的代价飞往月球。

本文假定天梯初始位于升交点赤经 60° 赤道上空。转移轨道约束地月转移轨道真近点角差 $\theta_{PA} < \pi$,近月点轨道高度为 $50 \text{ km} \leq r_H \leq 1\,000 \text{ km}$ 。考虑到 2025 年 3 月白道面与赤道面相对夹角达到最大值,约为 28.72° ,本文窗口计算的时间段取为 2025 年 3 月。

本文采用基于数据分解的并行方式,主要设计两级并行算法:转移三角形形状并行计算问题和转移三角形的空间定向并行计算问题。具体流程如图 4 所示。

第一个问题是转移三角形形状计算问题并

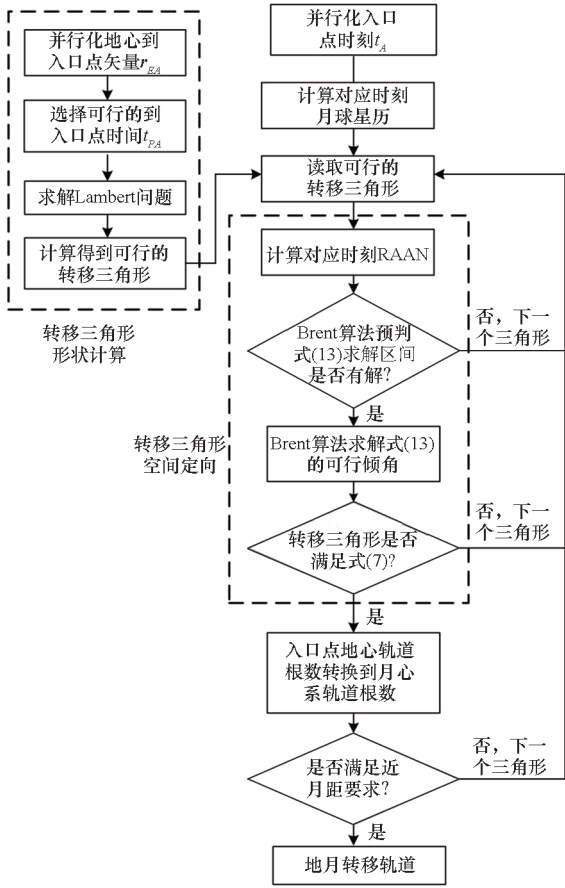


图 4 轨道设计流程

Fig. 4 Flow chart of trajectory design

行化:在初估转移轨道特性时, r_{EA} 根据式(9)均匀选择若干个作为并行化设计参数,从近地点出发飞行到入口点的飞行时间 t_{PA} 取 30 ~ 170 h,基于 Brent 算法求解转移三角形的真近点角,求得的结果存储下来用于下一个子问题的搜索。

第二个问题是转移三角形的空间定向问题并行化:天梯地月转移轨道窗口计算时,以到达入口点时刻 t_A 作为划分并行颗粒度的设计变量,计算 1 个月的时间周期。以到达入口点时刻作为并行颗粒度划分的主要好处是可以在并行计算之前计算好 t_A 时刻的月球星历。在计算空间定向时,轨道倾角 $i \in [-0.5^\circ, 0.5^\circ]$ 。在前一问题中求得的满足约束的转移三角形数据库中,求解满足式(13)的 Brent 子问题,从而求解出对应的转移轨道空间定向参数轨道倾角。然后判断所求得的轨道是否满足地月转移轨道条件,如果满足则找到一条可行的转移轨道。

2.3 天梯奔月窗口计算结果

下面分别计算 GEO 点释放和天梯远端顶点锚处释放奔月的计算结果,分别如图 5 和图 6 所

示。本文的算例中,采用一台 Windows 10 系统的电脑 (AMD 3700X 八核十六线程 CPU, 主频 3.6 GHz, 内存 8G), r_{EA} 取 500 个点, t_{PA} 间隔取 0.2 h, t_A 间隔取 10 min, 并行计算在天梯 GEO 点释放时 1 个月的奔月窗口需要 437.57 s, 串行计算需要 3 040.32 s, 并行加速比为 6.95。

由图 5 和图 6 的计算结果表明,从天梯奔月每月内存在两次窗口,每次窗口持续 4 ~ 6 天。对于奔月任务,天梯顶点锚处释放所需的速度增量反而比在 GEO 节点直接奔月所需的速度增量大,这主要是由于在远端顶点锚处释放的地月转移轨道获得了过多的能量,此能量甚至能飞行到火星,但不适合用于月球轨道转移。为了详细计算窗口,还需要把 r_{EA} 、 t_{PA} 和 t_A 的间隔取得更密集一些,但这里用于了解转移轨道的特性已经足够。

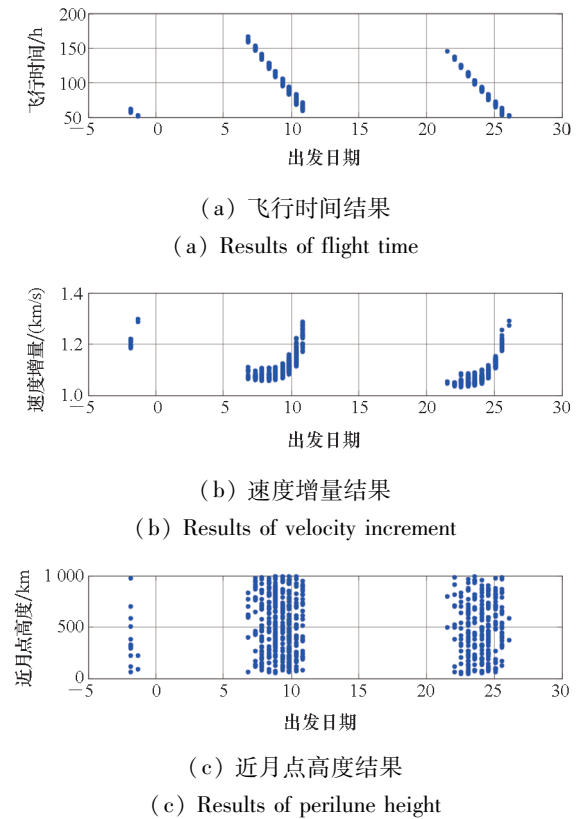
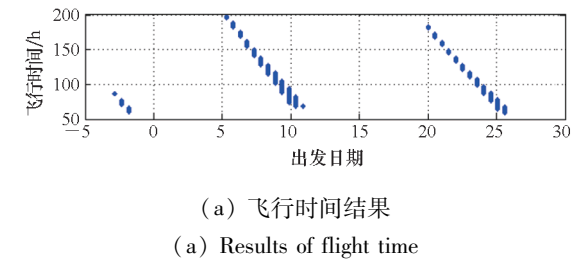
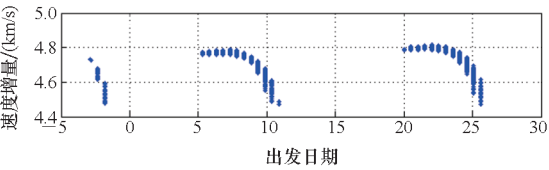


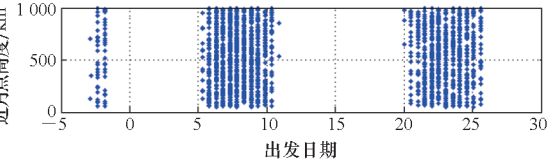
图 5 天梯 GEO 点发射月球轨道任务图

Fig. 5 Demonstration of space elevator transfer to Moon orbit at GEO point





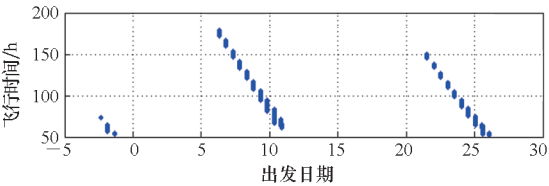
(b) 速度增量结果
(b) Results of velocity increment



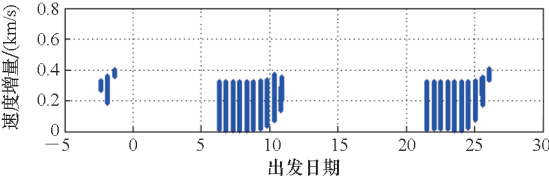
(c) 近月点高度结果
(c) Results of perilune height

图 6 天梯远端发射月球轨道任务图
Fig.6 Demonstration of space elevator transfer to Moon orbit at Far side

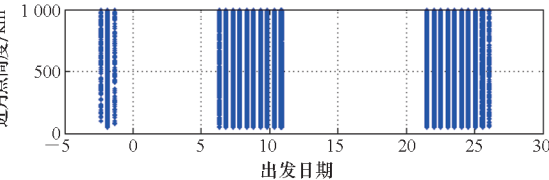
为寻找到底在何处释放可以以较小代价飞往月球,计算了天梯不同轨道高度释放的奔月窗口,计算结果表明:在天梯距地心 51 000 km 处释放进入地月转移轨道,所需要的速度增量较小,所需速度增量如图 7 所示。在此处释放飞行器获得的相对地心惯性系的线速度为 3.719 km/s。



(a) 飞行时间结果
(a) Results of flight time



(b) 速度增量结果
(b) Results of velocity increment



(c) 近月点高度结果
(c) Results of perilune height

图 7 天梯 51 000 km 处发射月球轨道任务图
Fig.7 Demonstration of space elevator transfer to Moon orbit at 51 000 km

为详细研究从地心距 51 000 km 处释放的地月转移轨道特性, r_{EA} 取 2 000 个点, t_{PA} 间隔取 0.1 h, t_A 间隔取 1 min,并行计算天梯在 GEO 点释放时 1 个月的奔月窗口需要 30 220.12 s(合 503.7 min)。

如图 8 所示,在距地心 51 000 km 处的天梯奔月环月轨道倾角分布在 $10^{\circ} \sim 170^{\circ}$ 之间。

天梯地月转移轨道的月球影响球入口点如图 9 所示,在月球影响球上西半球,在南、北纬度均有分布。

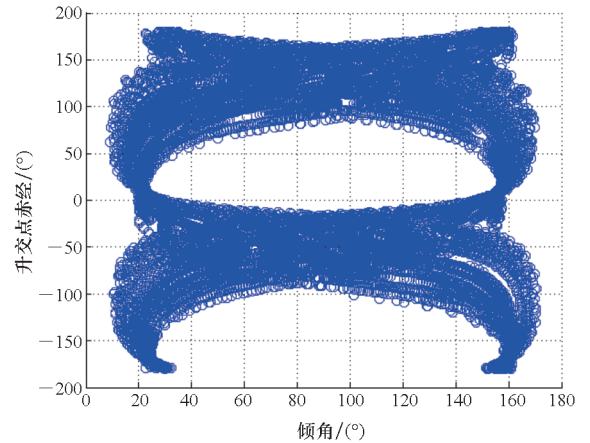


图 8 月球轨道倾角与升交点赤经
Fig.8 Inclination and RAAN of Moon orbit

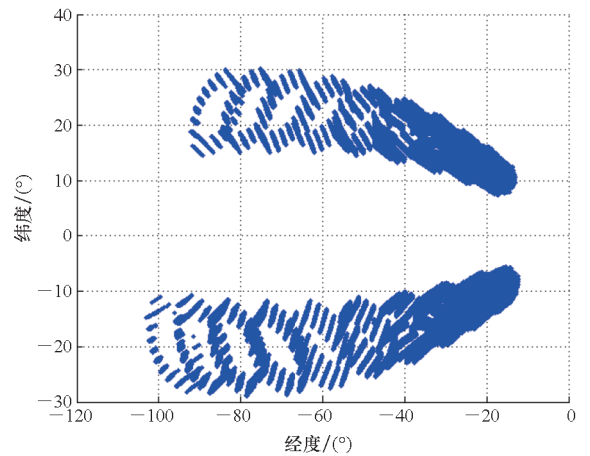


图 9 入口点经纬度分布
Fig.9 Latitude and longitude of entry point

以寻找到的速度增量最小的转移轨道为例,输入 STK 进行验证,计算得到的转移轨道根数如表 1 所示,到入口点飞行时间 111.9 h,入口点对应历书时儒略日(对应 STK 的 JED 时间)为 2 460 747.973 611 11,求得的最小速度增量为 0.855 m/s,近月点高度为 517.040 km。

基于商业软件 STK 的 Astrogator 模块进行验证,STK/Astrogator 在地球段和月球段轨道预报器分别选地球点质量和月球点质量模型,STK 计算得到的近月点高度为 517.645 km。本文计算结

果与之接近,显示了本文算法的正确性。设计结果如图 10 所示。

表 1 地月转移轨道入口点根数

Tab. 1 Earth-Moon transfer orbit elements at entry point					
半长轴/ km	偏心率	倾角/ rad	升交点 赤经/rad	真近点 角/rad	
222 153. 524	0. 770 43	$2. 325\ 35\times 10^{-5}$	6. 272 67	2. 993 11	

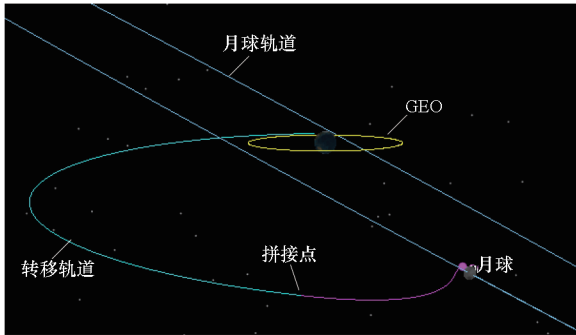


图 10 天梯地月转移轨道

Fig. 9 Earth-Moon transfer orbit from space elevator

3 结论

本文提出一种基于飞行轨道面参数描述地月转移轨道的双二体模型表达方式,避免采用传统的基于月球影响球入口点经纬度的描述方式,该表达方式由轨道定义出发,通过地月几何关系来表述,更加明确直观。通过表述方式的转换把原来的三维球面搜索算法降维成为二维平面内圆上的搜索算法,结合一维非线性方程求根算法 Brent 算法和 Lambert 原理,可以高效地求解地月转移轨道的形状参数。

通过合理的解耦分解,将原始的轨道窗口多变量搜索问题进一步分解为两个子问题:一个为转移三角形形状计算问题,通过转移轨道形成的三角形几何关系,结合 Lambert 原理求解出转移轨道的形状参数(半长轴、偏心率及真近点角);另一个为转移三角形的空间定向问题,基于已求得的转移轨道形状数据匹配搜索可行的转移轨道,确定剩余的三个轨道面相关参数。最后为了加速窗口搜索过程,充分发挥多核计算机算力,形成一种转移三角形形状计算问题和空间定向问题的两级并行算法。

基于本文的并行圆锥曲线几何切面法,计算了天梯不同高度进行奔月任务的轨道窗口,结果表明:

1)在天梯远端释放执行奔月任务效果甚至

不如在 GEO 点直接释放的效果。
2)在距地心 51 000 km 左右释放执行奔月任务所需的速度增量极小。
3)天梯出发的奔月环月轨道轨道倾角分布在 $10^{\circ}\sim 170^{\circ}$ 之间。入口点在月球影响球上西半球,在南、北纬度均有分布。
4)计算天梯奔月 1 个月的发射窗口,本文的两级并行算法加速比达 6. 95。

参考文献(References)

[1] BATTIN R H. An introduction to the mathematics and methods of astrodynamics[M]. New York: AIAA Education Series, 1987.

[2] 郗晓宁,王威. 近地航天器轨道基础[M]. 长沙:国防科技大学出版社,2003.
XI X N, WANG W. Fundamentals of near-earth spacecraft orbit [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 2003. (in Chinese)

[3] LIU X L, DUN G R. Designs of optimal free-return orbit for moon landing [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, 2007.

[4] 黄文德,郗晓宁,王威. 基于双二体假设的载人登月混合轨道特性分析及设计[J]. 国防科技大学学报, 2010, 32(4): 61-67.
HUANG W D, XI X N, WANG W. Characteristic analysis and design of hybrid trajectory for manned lunar landing mission based on double two-body model [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2010, 32(4): 61-67. (in Chinese)

[5] 黄文德,郗晓宁,王威,等. 基于双二体假设的载人登月自由返回轨道特性分析及设计[J]. 宇航学报, 2010, 31(5): 1297-1303.
HUANG W D, XI X N, WANG W, et al. Characteristic analysis and design of free return orbit for lunar manned landing based on the double two-body model[J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(5): 1297-1303. (in Chinese)

[6] PENG Q B, SHEN H X, LI H Y. Free return orbit design and characteristics analysis for manned lunar mission [J]. Science China Technological Sciences, 2011, 54(12): 3243-3250.

[7] LI J Y, GONG S P, BAOYIN H X. Generation of multisegment lunar free-return trajectories [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2013, 36(3): 765-775.

[8] 贺波勇,彭祺擘,沈红新,等. 载人登月轨道月面可达区域分析[J]. 载人航天, 2014, 20(4): 290-295.
HE B Y, PENG Q B, SHEN H X, et al. Reachable region analysis of orbits for manned lunar landing mission [J]. Manned Spaceflight, 2014, 20(4): 290-295. (in Chinese)

[9] 贺波勇,李海阳. 载人登月着陆器奔月窗口搜索方法[J]. 航空学报, 2017, 38(4): 273-281.
HE B Y, LI H Y. Lunar module trans-lunar window searching approach for manned lunar mission[J]. Acta Aeronautica et

Astronautica Sinica, 2017, 38(4): 273–281. (in Chinese)

[10] PACHECO P, MALENSEK M. An introduction to parallel programming [M]. 2nd ed. San Francisco: Morgan Kaufmann, 2020.

[11] SANDERS P, MEHLHORN K, DIETZFELBINGER M, et al. Sequential and parallel algorithms and data structures; the basic toolbox[M]. New York: Springer, 2019.

[12] GONZALEZ J F. Java 9 concurrency cookbook[M]. 2nd ed. Birmingham: Packt Publishing, 2017.

[13] KAMINSKY A. Big CPU, big data: solving the world’s toughest computational problems with parallel computing[M]. 2nd ed. New York: Barnes & Noble Press, 2019.

[14] SWAN P A, RAITT D I, SWAN C W, et al. Space elevators: an assessment of the technological feasibility and the way forward[M]. Virginia: Virginia Edition Publishing Company, 2013.

[15] PRESS W H, TEUKOLSKY S A, VETTERLING W T, et al. Numerical recipes in C++: the art of scientific computing[M]. 2nd ed. Cambridge, New York: Cambridge University Press, 2002.

[16] GAO Z H, TONG K W, FENG Z, et al. Mission analysis of human mars exploration based on space elevator [C]// Proceedings of IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference (CGNCC), 2016.