

火箭横向模态耦合型自激振动的稳定性分析与仿真模拟

商霖*, 张海瑞, 孙向春, 宋志国, 高峰, 孙冬伟

(中国运载火箭技术研究院, 北京 100076)

摘要:为了深入研究火箭飞行试验中出现的自激振动现象,建立了一个基于弹性力与气动力耦合的两自由度线性系统,阐明了俯仰和偏航自由度之间由于位移反馈而引发自激振动的工作机理。通过对系统运动方程进行稳定性分析,得到平衡点失去渐近稳定特性并产生自激振动的判据。利用数值方法求解常微分方程组得到俯仰和偏航角位移时程曲线。仿真结果与试验数据对比表明,火箭飞行过程中出现的振动突然放大的现象是位移反馈导致的模态耦合型自激振动。此外,分析结果表明,自激振动发生前、后,通常会伴随有拍频振动或定频振动。

关键词:模态耦合;位移反馈;稳定性分析;自激振动;拍频振动

中图分类号:TJ760.1; TH113.1 **文献标志码:**A

文章编号:1001-2486(2025)03-073-08



论文
拓展

Stability analysis and simulation of transverse mode-coupled self-excited vibration of rocket

SHANG Lin*, ZHANG Hairui, SUN Xiangchun, SONG Zhiguo, GAO Feng, SUN Dongwei

(China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract: In order to intensive study the self-excited vibration phenomenon of rocket in the flight test, a two-degree-of-freedom linear system based on the coupling of elastic force and aerodynamic force was established, and the working mechanism of self-excited vibration caused by the displacement feedback between pitch and yaw degrees of freedom was explained. By analyzing the stability of the motion equation of the system, the criterion of losing asymptotic stability of equilibrium point and generating self-excited vibration was obtained. The time history curves of pitch and yaw angular displacement were obtained by solving ordinary differential equations with numerical method. The comparison between the simulation results and the measured data shows that the sudden amplification of vibration divergence phenomenon during the flight of rocket is the mode-coupling self-excited vibration caused by displacement feedback. In addition, the analysis results show that the beat or constant frequency vibration usually occurs before and after the self-excited vibration.

Keywords: mode-coupling; displacement feedback; stability analysis; self-excited vibration; beat frequency vibration

火箭飞行过程中其整体在某一时段内,在不外加激励信号的情况下,存在振动突然放大现象,即自激振动。火箭整体的自振是一个极为严重的气弹问题^[1-3]。其表现出的强烈振动会影响设备的工作性能,进而诱发飞行故障,若振幅持续增大则可能在很短时间内导致火箭结构的破坏。因此,有必要探究火箭飞行过程中出现的自激振动现象,分析其形成机理,为工程研制提供必备的理论支撑和设计指导。

当前,有关火箭在自由飞行状态下出现自激振动现象的报道和研究都还很少。已有的火箭气动弹性分析中,研究者们主要集中于分析空气舵、燃气舵和边条翼及尾翼等操纵面的颤振特性^[4-8]。此外,Qiao等^[9]研究了高超声速飞行器轻结构设计和细长几何结构导致的刚体模态和弹性模态耦合问题及液体晃动对飞行器的影响,揭示了在特定的飞行器结构下,弹性挠度和液体晃动对稳定性的影响。商霖等^[10-11]研究了导弹滑

收稿日期:2023-08-15

基金项目:国家自然科学基金资助项目(U20B2028)

*第一作者:商霖(1977—),男,山西阳泉人,研究员,博士,E-mail:shang_lin30@126.com

引用格式:商霖,张海瑞,孙向春,等.火箭横向模态耦合型自激振动的稳定性分析与仿真模拟[J].国防科技大学学报,2025,47(3):73-80.

Citation:SHANG L, ZHANG H R, SUN X C, et al. Stability analysis and simulation of transverse mode-coupled self-excited vibration of rocket[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2025, 47(3): 73-80.

行出箱过程中弹体局部出现的颤动现象,论述了颤动现象的形成原因,构建质量块-传输带干摩擦动力学模型对颤动现象进行了仿真模拟。张磊^[12]在航天结构振动试验中发现,当振动方向和正交方向具有相同的模态频率时,会发生正交模态耦合,而模态耦合现象的发生与激励形式、结构形式和材料特性等无关,仅与结构的截面对称性和振动方向有关。同时,刘丽兰等^[13]认为,模态耦合是摩擦引起系统自激振动的一种重要的不稳定机理,其主要条件是摩擦力与法向力的耦合。

综上,火箭作为类轴对称、弹性细长体,其俯仰、偏航等多阶横向模态比较接近,若弹性力与气动力存在耦合,则可能会出现模态耦合型自激振动。首先根据火箭自身特点将其等效简化为一个由俯仰和偏航自由度组成的自由系统,同时考虑微幅振动下气动力与弹性力的耦合,将飞行状态下的火箭处理为一个自由-自由边界的两自由度线性系统。随后,利用平衡点稳定性分析法推导得到系统特征方程和稳定性判据,代入火箭模态参数和气动系数按飞行秒点逐时进行稳定性判断,得到飞行过程的稳定性图。最后,采用龙格-库塔数值方法编制动力学程序,计算模拟系统稳定时段出现的拍频振动和系统失稳时段出现的自激振动,仿真计算结果与飞行实测结果吻合良好。

1 动力学模型

1.1 火箭模型

火箭一般由战斗部舱、仪器舱、发动机和尾段等四个舱段组成,舱段间通过螺栓铆接成为整体^[14],如图 1 所示。需要说明一点,图 1 仅为火箭外形示意图,不代表真实的结构特性和气动特性。图 1 中,Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ和Ⅳ分别是火箭截面的四个象限线,其中沿Ⅰ-Ⅲ象限线称为俯仰方向,沿Ⅱ-Ⅳ象限线称为偏航方向,统称为横向。

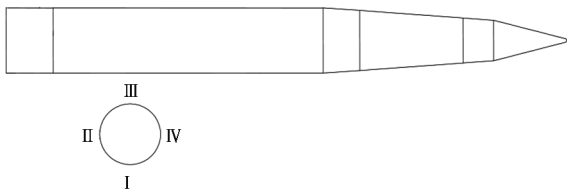


图 1 火箭示意图及象限线定义

Fig. 1 Schematic diagram of rocket and definition of quadrant line

按俯仰和偏航通道进行火箭姿控设计时,若需解决与火箭控制相关的问题则必须研究俯仰和偏航两个通道的稳定性。已有模态试验表明,火

箭俯仰和偏航方向的模态频率比较接近^[15]。相关风洞试验^[16-17]发现,流场中会出现以箭体横向弯曲频率为主要特征的非定常压力脉动现象,表明火箭在俯仰和偏航方向容易出现气弹现象。结合火箭姿控设计需求,考虑俯仰和偏航两个通道是相互正交、独立的,可将其横向一阶模态等效简化为一个两自由度系统,其自由振动的运动方程为:

$$\ddot{\alpha} + 2\xi_{\alpha}\omega_{\alpha}\dot{\alpha} + \omega_{\alpha}^2\alpha = 0 \quad (1)$$

$$\ddot{\beta} + 2\xi_{\beta}\omega_{\beta}\dot{\beta} + \omega_{\beta}^2\beta = 0 \quad (2)$$

式中: α 和 β 分别代表火箭俯仰和偏航方向的角度; ω_i 和 ξ_i 分别是火箭在 $i = \alpha, \beta$ 方向的圆频率和阻尼比系数,一般可以通过模态试验获取。

将方程(1)和方程(2)写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} + \mathbf{C} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2\xi_{\alpha}\omega_{\alpha} & 0 \\ 0 & 2\xi_{\beta}\omega_{\beta} \end{bmatrix} \\ \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \omega_{\alpha}^2 & 0 \\ 0 & \omega_{\beta}^2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4)$$

式中: \mathbf{C} 是等效阻尼矩阵; \mathbf{K} 是等效刚度矩阵。 \mathbf{K} 满足以下条件^[18]:

$$\begin{cases} K_{\alpha\alpha} > 0 \\ K_{\beta\beta} > 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$K_{\alpha\beta} = K_{\beta\alpha} = 0 \quad (6)$$

$$K_{\alpha\alpha}K_{\beta\beta} - K_{\alpha\beta}K_{\beta\alpha} > 0 \quad (7)$$

1.2 气动力矩

火箭飞行过程中,其平衡态附近的微幅振动会在俯仰和偏航方向产生相应的气动力矩 $-M_{\alpha}$ 和 $-M_{\beta}$ 。气动力矩包括稳定力矩 $M_{i=\alpha,\beta}^w$ 和阻尼力矩 $M_{i=\alpha,\beta}^c$,即

$$\begin{cases} M_{\alpha} = M_{\alpha}^w + M_{\alpha}^c \\ M_{\beta} = M_{\beta}^w + M_{\beta}^c \end{cases} \quad (8)$$

工程上,火箭沿Ⅰ-Ⅲ象限线和Ⅱ-Ⅳ象限线通常是不对称的,因而会导致俯仰和偏航方向的气动力出现耦合。由此,稳定力矩表示为:

$$M_{\alpha}^w = m_{\alpha\alpha}qsl\alpha + m_{\alpha\beta}qsl\beta \quad (9)$$

$$M_{\beta}^w = m_{\beta\alpha}qsl\alpha + m_{\beta\beta}qsl\beta \quad (10)$$

式中: $m_{\alpha\alpha}$ 和 $m_{\beta\alpha}$ 分别是俯仰方向运动引起的俯仰和偏航稳定力矩系数导数, $m_{\alpha\beta}$ 和 $m_{\beta\beta}$ 分别是偏航方向运动引起的俯仰和偏航稳定力矩系数导数, q 是飞行动压, s 是特征面积, l 是参考长度。同时,阻尼力矩表示为:

$$\begin{cases} M_\alpha^c = m_\alpha q s \frac{l^2}{V} \dot{\alpha} \\ M_\beta^c = m_\beta q s \frac{l^2}{V} \dot{\beta} \end{cases} \quad (11)$$

式中: m_α 和 m_β 分别是俯仰和偏航方向的阻尼力矩系数导数, V 是飞行速度。

1.3 动力学方程

将方程(8)除以火箭等效转动惯量后添加到方程(3)右边,可得:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\xi_\alpha \omega_\alpha & 0 \\ 0 & 2\xi_\beta \omega_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_\alpha^2 & 0 \\ 0 & \omega_\beta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_\alpha^c/I_\alpha \\ M_\beta^c/I_\beta \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中: I_α 和 I_β 分别是火箭在俯仰和偏航方向的等效转动惯量。式(12)表明,火箭受到的气动阻尼力矩 M_α^c 和 M_β^c 分别又受到其速度 $\dot{\alpha}$ 和 $\dot{\beta}$ 的控制,这种系统称为速度反馈系统;同样地,作用在火箭上的气动稳定力矩 M_α^w 和 M_β^w 又受到其位移 α 和 β 的控制,这种系统称为位移反馈系统。

式(12)移项后,可得:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_\alpha + D_\alpha & 0 \\ 0 & C_\beta + D_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{\alpha\alpha} + \lambda_{\alpha\alpha} & \lambda_{\alpha\beta} \\ \lambda_{\beta\alpha} & K_{\beta\beta} + \lambda_{\beta\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中: $D_\alpha = m_\alpha \frac{qsl^2}{I_\alpha V}$, $D_\beta = m_\beta \frac{qsl^2}{I_\beta V}$; $\lambda_{\alpha\alpha} = m_{\alpha\alpha} \frac{qsl}{I_\alpha}$, $\lambda_{\alpha\beta} = m_{\alpha\beta} \frac{qsl}{I_\alpha}$, $\lambda_{\beta\alpha} = m_{\beta\alpha} \frac{qsl}{I_\beta}$, $\lambda_{\beta\beta} = m_{\beta\beta} \frac{qsl}{I_\beta}$ 。

由此,得到一个两自由度系统自由振动运动方程。方程(13)中,阻尼系数由系统自身的等效阻尼系数 C_i ($i = \alpha, \beta$)和速度反馈阻尼系数 D_i ($i = \alpha, \beta$)组成,刚度系数由系统本身的等效刚度系数 K_{ii} ($i = \alpha, \beta$)和位移反馈刚度系数 λ_{ij} ($i, j = \alpha, \beta$)组成。

火箭飞行过程中随着攻角的增加,箭体横向上会出现非对称涡,由于非对称涡的非定常脱落,会在俯仰和偏航方向均产生非定常的气动力,因此力矩系数 $m_{\alpha\beta}$ 和 $m_{\beta\alpha}$ 不等于0。由于 $\lambda_{\alpha\beta} \neq 0$ 和 $\lambda_{\beta\alpha} \neq 0$,造成方程(13)中刚度矩阵不是对角矩阵,进而引起火箭在俯仰和偏航方向的耦合,这种耦合称为附加弹性耦合。由 $\lambda_{\alpha\beta}$ 和 $\lambda_{\beta\alpha}$ 公式可知,在火箭稳定力矩系数导数和模态等效参数确定的情况下,动压越大,俯仰和偏航方向耦合关系越强。

方程(3)和方程(13)在形式上是相似的,但在本质上却有很大的不同,因为方程(13)不一定满足方程(5)~(7)。由此,方程(13)所描述的

系统可能会发生动态或静态的不稳定。

令变量 $z_1 = \alpha, z_2 = \beta, z_3 = \dot{\alpha}, z_4 = \dot{\beta}$,则可将两个二阶微分方程(13)变成四个一阶微分方程,即

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_3 \\ \dot{z}_2 = z_4 \\ \dot{z}_3 = -(C_\alpha + D_\alpha)z_3 - (K_{\alpha\alpha} + \lambda_{\alpha\alpha})z_1 - \lambda_{\alpha\beta}z_2 \\ \dot{z}_4 = -(C_\beta + D_\beta)z_4 - \lambda_{\beta\alpha}z_1 - (K_{\beta\beta} + \lambda_{\beta\beta})z_2 \end{cases} \quad (14)$$

变量 z_i ($i = 1, 2, 3, 4$)称为状态变量,方程(14)称为状态方程。以 z_1 或 z_2 和 z_3 或 z_4 为坐标轴构成的二维状态空间(状态平面)称为相平面,该平面上的点表示系统的特定运动状态,称为相点^[19]。

2 稳定性分析

2.1 特征方程与稳定性判据

为了研究系统参数对火箭模态耦合型自激振动现象的影响,采用平衡点稳定性分析法对方程(14)所描述系统进行分析。火箭飞行时,在外部气动力作用下处于平衡状态。系统平衡点扰动方程的线性特征多项式为:

$$p^4 + Ap^3 + Bp^2 + Ep + D = 0 \quad (15)$$

其中

$$A = (C_\alpha + D_\alpha) + (C_\beta + D_\beta) \quad (16)$$

$$B = (C_\alpha + D_\alpha)(C_\beta + D_\beta) + (K_{\alpha\alpha} + \lambda_{\alpha\alpha}) + (K_{\beta\beta} + \lambda_{\beta\beta}) \quad (17)$$

$$E = (C_\alpha + D_\alpha)(K_{\beta\beta} + \lambda_{\beta\beta}) + (C_\beta + D_\beta)(K_{\alpha\alpha} + \lambda_{\alpha\alpha}) \quad (18)$$

$$D = (K_{\alpha\alpha} + \lambda_{\alpha\alpha})(K_{\beta\beta} + \lambda_{\beta\beta}) - \lambda_{\alpha\beta}\lambda_{\beta\alpha} \quad (19)$$

常规火箭基本上是旋成体结构,因此其俯仰和偏航方向的转动惯量近似相等,即 $I_\alpha \approx I_\beta$ 。模态试验结果表明,其俯仰和偏航方向的模态参数近似相等,即 $\omega_\alpha \approx \omega_\beta$ 和 $\xi_\alpha \approx \xi_\beta$ 。同时,气动计算也表明,其俯仰和偏航方向的阻尼力矩系数导数近似相等,即 $m_\alpha \approx m_\beta$ 。这里,引入新的转动惯量 I 、圆频率 ω 、阻尼比系数 ξ 和阻尼力矩系数导数 \dot{m} ,由此方程(16)~(19)可简化为:

$$A = 4\xi\omega + 2\dot{m} \frac{qsl^2}{IV} \quad (20)$$

$$B = \frac{A^2}{4} + \left(\omega^2 + m_{\alpha\alpha} \frac{qsl}{I}\right) + \left(\omega^2 + m_{\beta\beta} \frac{qsl}{I}\right) \quad (21)$$

$$E = \frac{A}{2} \left[\left(\omega^2 + m_{\alpha\alpha} \frac{qsl}{I}\right) + \left(\omega^2 + m_{\beta\beta} \frac{qsl}{I}\right) \right] \quad (22)$$

$$D = \left(\omega^2 + m_{\alpha\alpha} \frac{qsl}{I}\right) \left(\omega^2 + m_{\beta\beta} \frac{qsl}{I}\right) - m_{\alpha\beta}m_{\beta\alpha} \left(\frac{qsl}{I}\right)^2 \quad (23)$$

根据 Routh-Hurwitz 准则,系统平衡状态的渐近稳定性条件为^[20] $A > 0, E > 0, D > 0, E(AB - E) - DA^2 > 0$ 。

由判据 $A > 0$, 可得

$$\begin{cases} c_{ad} < c_{eq} \\ c_{ad} = -\dot{m}sl^2 \cdot \frac{q}{V} \\ c_{eq} = 2\xi\omega l \end{cases} \quad (24)$$

式中, c_{ad} 和 c_{eq} 分别为附加阻尼和等效阻尼, 满足式(24)即可保证系统不会发生由速度反馈引起的自激振动。

由判据 $E > 0$, 可得

$$\begin{cases} k_{ad} < k_{eq} \\ k_{eq} = \omega^2 I \\ k_{ad} = -(m_{\alpha\alpha} + m_{\beta\beta})qsl/2 \end{cases} \quad (25)$$

式中: k_{ad} 和 k_{eq} 分别为附加刚度和等效刚度。

由判据 $D > 0$, 可得

$$\begin{cases} k_{eq}^2 - 2k_{ad}k_{eq} + k_{ad}^2 > 0 \\ k_{ad}^2 = (m_{\alpha\alpha}m_{\beta\beta} - m_{\alpha\beta}m_{\beta\alpha})(qsl)^2 \end{cases} \quad (26)$$

式中: k_{ad}^2 为附加刚度平方。满足式(25)和式(26)即可保证系统不会发生由位移反馈引起的静态失稳。

由 $E(AB - E) - DA^2 > 0$, 可得判据 Δ , 即

$$\Delta = (m_{\alpha\alpha} - m_{\beta\beta})^2 + 4m_{\alpha\beta}m_{\beta\alpha} > 0 \quad (27)$$

满足式(27)即可保证系统不会发生由位移反馈引起的模态耦合型自激振动。式(27)可扩展为

$$\left[\left(\frac{\omega_\alpha^2 I_\alpha}{qsl} + m_{\alpha\alpha} \right) - \left(\frac{\omega_\beta^2 I_\beta}{qsl} + m_{\beta\beta} \right) \right]^2 + 4m_{\alpha\beta}m_{\beta\alpha} > 0 \quad (28)$$

或

$$\left[\left(\frac{\omega_\alpha^2 I_\alpha}{qsl} - \frac{\omega_\beta^2 I_\beta}{qsl} \right) + (m_{\alpha\alpha} - m_{\beta\beta}) \right]^2 + 4m_{\alpha\beta}m_{\beta\alpha} > 0 \quad (29)$$

可发现,若火箭横向模态频率相距越远,则越不容易引起模态耦合的自激振动。据此,工程上可通过调整舱段间对接面连接刚度在俯仰和偏航方向的刚度值,增大这两个方向模态频率的偏差。

2.2 稳定性图

式(24)~(27)表明,系统稳定性不仅与火箭模态特性和气动外形相关,还与其飞行弹道、姿态等相关。为说明问题,本节仅分析火箭再入段模态特性、气动特性和弹道姿态等参数对系统稳定性的影响。考虑再入段时,火箭质量特性已不再变化,因此与质量特性相关的所有参数均取常值。

火箭的基本参数:模态圆频率 $\omega = 180 \text{ rad/s}$ 、

模态阻尼比系数 $\xi = 0.015$, 等效转动惯量 $I = 130 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$;特征面积 $s = 0.45 \text{ m}^2$ 、参考长度 $l = 8.0 \text{ m}$;篇幅所限,气动数据和弹道姿控数据予以略去。图 2~4 给出了满足判据 $A > 0, C > 0$ 和 $D > 0$ 的稳定性图。图 2 中附加阻尼小于等效阻尼,图 3 中附加刚度远小于等效刚度,图 4 中判据 D 远大于零,表明系统处于稳定状态、不会出现由速度反馈引起的动态失稳和由位移反馈引起的静态失稳。此外,已有火箭飞行试验结果,也未发现存在诸如此类的现象。

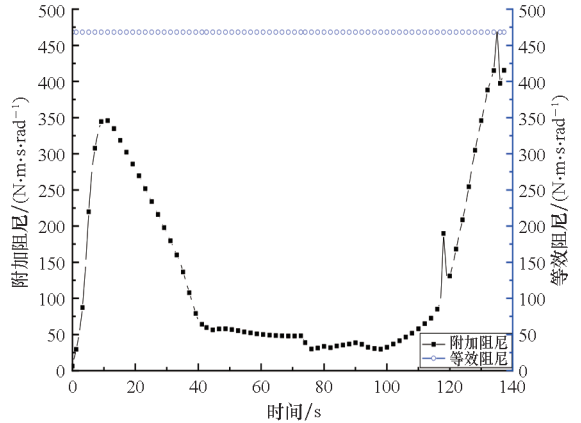


图 2 满足判据 $A > 0$ 的稳定性图

Fig. 2 Stability graph satisfying the criterion $A > 0$

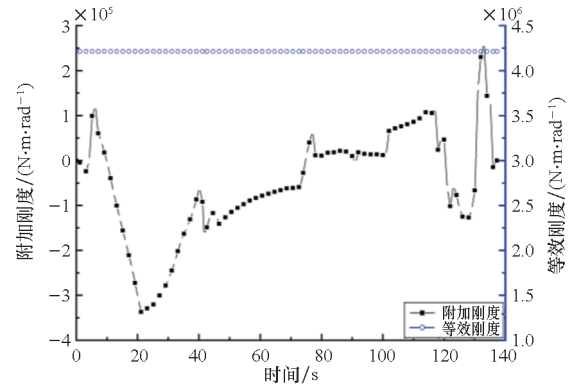


图 3 满足判据 $E > 0$ 的稳定性图

Fig. 3 Stability graph satisfying the criterion $E > 0$

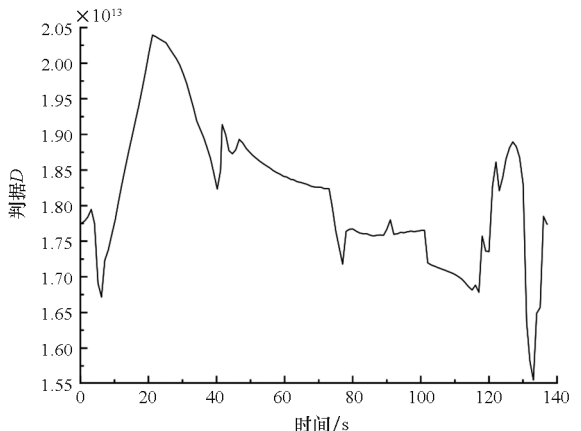


图 4 满足判据 $D > 0$ 的稳定性图

Fig. 4 Stability graph satisfying the criterion $D > 0$

图5给出了判据 Δ 的稳定性图。由图可知,火箭飞行前60 s时段系统比较稳定,第70~104 s时段系统不太稳定,其他时段则处于偏临界状态。这表明在火箭飞行第70~104 s时段内可能会出现由位移反馈引发的模态耦合型自激振动。

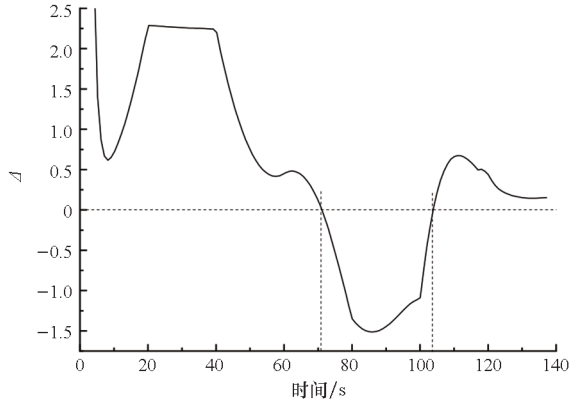


图5 判据 Δ 的稳定性图

Fig. 5 Stability graph of the criterion Δ

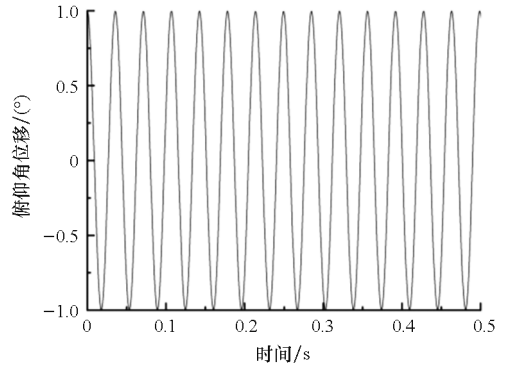
3 仿真模拟

根据式(14)微分方程组,采用4阶龙格-库塔算法编制动力学计算程序对方程(13)所描述的系统进行仿真计算,模拟火箭再入段飞行时其平衡态附近俯仰和偏航方向的微幅振动响应。结合计算程序,设定参数:俯仰圆频率 $\omega_\alpha = 176.4 \text{ rad/s}$ 和偏航圆频率 $\omega_\beta = 183.6 \text{ rad/s}$,分别对应火箭横向模态频率的下限频率值和上限频率值,其他参数取值同2.2节;按飞行时间导入气动数据 $\dot{m}_\alpha, \dot{m}_\beta, m_{\alpha\alpha}, m_{\alpha\beta}, m_{\beta\alpha}, m_{\beta\beta}$ 和弹道数据 q, V ;给定俯仰初始角位移 $\alpha_0 = 1.0^\circ$ 和角速度 $\dot{\alpha}_0 = 0 \text{ (}^\circ\text{)/s}$,偏航初始角位移 $\beta_0 = -1.0^\circ$ 和角速度 $\dot{\beta}_0 = 0 \text{ (}^\circ\text{)/s}$ 。

3.1 无阻尼、模态解耦系统

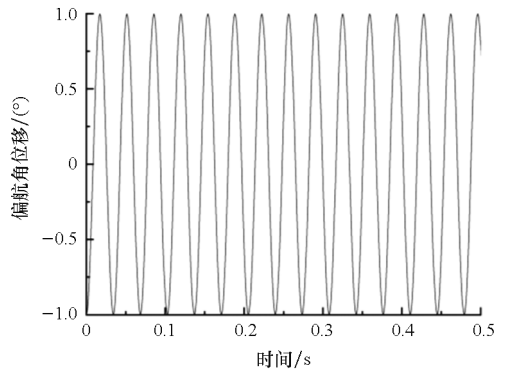
令方程(13)中 $C_i (i = \alpha, \beta) = 0, D_i (i = \alpha, \beta) = 0, \lambda_{\alpha\beta} = 0$ 和 $\lambda_{\beta\alpha} = 0$,可以得到一个无阻尼、模态解耦的系统。对这个系统进行仿真计算,并绘制俯仰和偏航振动的时程图、合成轨迹图,分别如图6和图7所示。图6中,为便于波形识别,仅图示初始时段的计算结果,可以发现俯仰和偏航都做等幅的简谐振动,相互之间没有干扰。

图7中,当偏航和俯仰频率比不成整数比时,两个方向振动的合成轨迹在边长为 $2|\alpha_0|$ 和 $2|\beta_0|$ 的矩形中画出了较为复杂的曲线;若偏航和俯仰频率比为整数比时,则两个方向振动的合成轨迹是封闭曲线,振动具有周期性,这种振动轨迹表现为如图所示的“8”字形,也称为李萨如图



(a) 俯仰角位移

(a) Pitch angular displacement

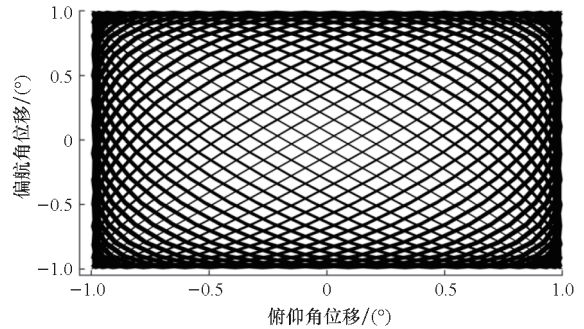


(b) 偏航角位移

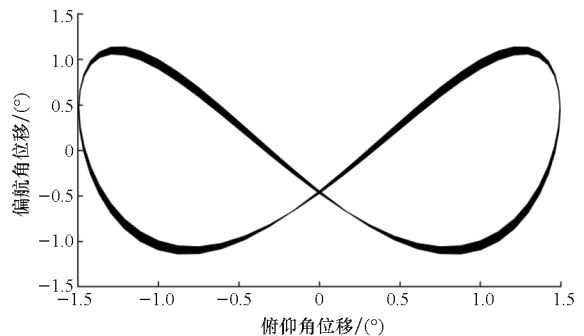
(b) Yaw angular displacement

图6 俯仰和偏航振动的时程图

Fig. 6 Time history diagram of pitch and yaw vibration



(a) $\omega_\beta/\omega_\alpha = 1.04$



(b) $\omega_\beta/\omega_\alpha = 2.0$

图7 俯仰和偏航振动的合成轨迹图

Fig. 7 Synthetic trajectory diagram of pitch and yaw vibration

形^[21]。由此表明,俯仰和偏航是独立的、垂直的两个运动,符合本节系统的预示。

3.2 无阻尼、模态耦合系统

令方程(13)中 $C_i (i = \alpha, \beta) = 0$ 和 $D_i (i = \alpha, \beta) = 0$, 可以得到一个无阻尼、模态耦合的系统。对这个系统进行仿真计算,可以得到系统稳定时段内的角位移时程曲线,如图 8 所示。由图 8 可见,随着动压逐渐增大,角位移逐渐放大。

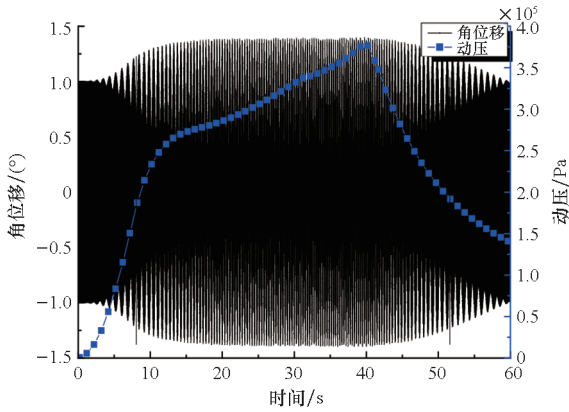
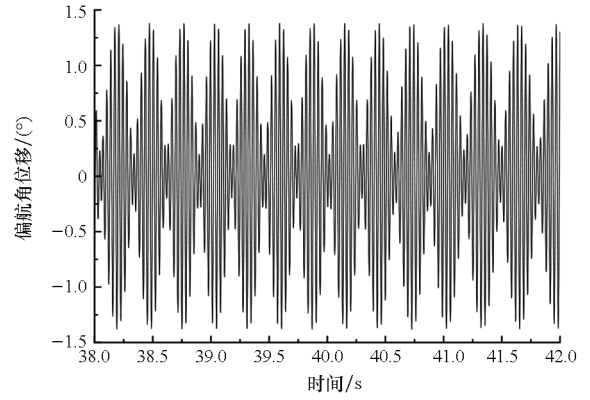


图 8 角位移和动压的时程图

Fig. 8 Time history diagram of angular displacement and dynamic pressure

如前所述,动压越大,俯仰和偏航耦合越强,二者以同一频率将能量从一个方向传递到另一个方向、不停交替,维持能量在俯仰和偏航之间的转换,如图 9 所示。图 9 中,俯仰角位移幅值最大时,对应了偏航角位移幅值最小;反之,俯仰角位移幅值最小时,对应了偏航角位移幅值最大。

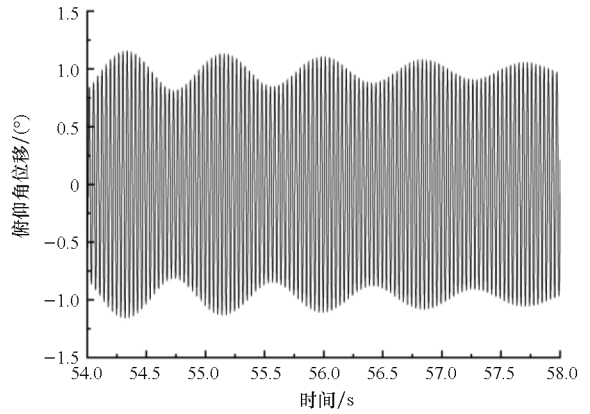
若系统阻尼不足以衰减这部分能量,同时系统处于临界状态或失稳状态,则很容易出现振动发散的自激现象。动压较小时,俯仰和偏航耦合较弱,振幅变化快,而自由度间转换较慢,从而形成了拍击现象,其拍频周期约等于 $2\pi/(\omega_\beta - \omega_\alpha)$,如图 10 所示。图 10 中,俯仰角位移幅值最



(b) 偏航角位移

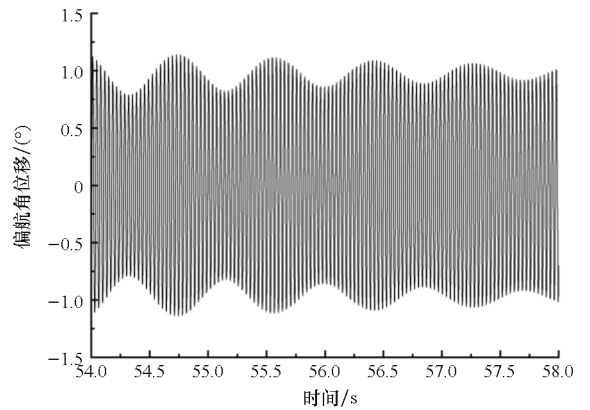
(b) Yaw angular displacement

图 9 强耦合下俯仰和偏航角位移的定频振动时程图
Fig. 9 Constant frequency vibration time history diagram of pitch and yaw angular displacement under strong coupling



(a) 俯仰角位移

(a) Pitch angular displacement

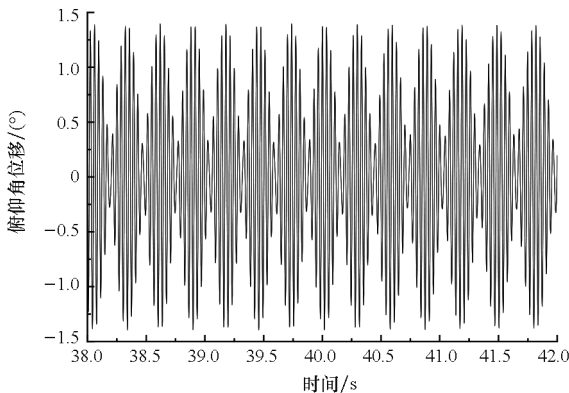


(b) 偏航角位移

(b) Yaw angular displacement

图 10 弱耦合下俯仰和偏航角位移的拍频振动时程图
Fig. 10 Beat frequency vibration time history diagram of pitch and yaw angular displacement under weak coupling

大对应了偏航角位移幅值最小,反之亦然。由于系统中实际存在的阻尼,拍频振动很容易被逐渐耗散掉,因而火箭飞行试验中很难发现这一现象。



(a) 俯仰角位移

(a) Pitch angular displacement

3.3 有阻尼、模态耦合系统

对方程(13)所描述的有阻尼、模态耦合系统进行仿真计算,可以得到系统失稳时段内的角位移时程曲线,如图11所示。同时,图12也给出了火箭飞行试验中实测的角位移时程曲线。考虑到俯仰角位移和偏航角位移数据规律相同,本节选取俯仰角位移进行分析。

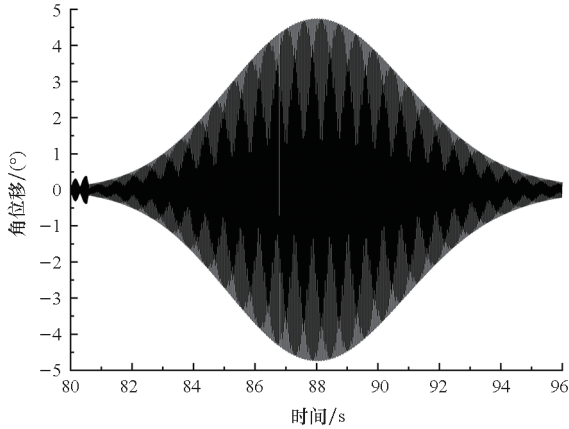


图11 仿真角位移振动时程图

Fig. 11 Time history diagram of simulated angular displacement

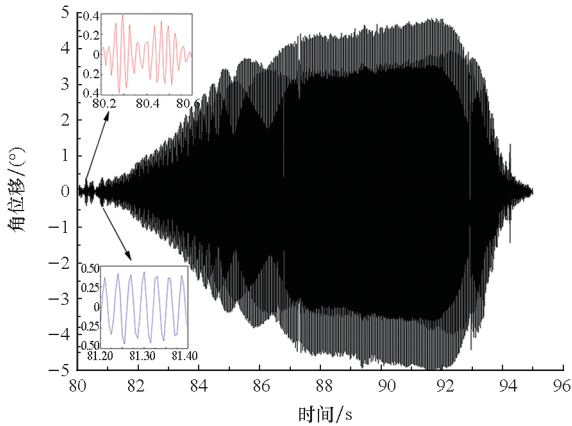


图12 实测角位移振动时程图

Fig. 12 Time history diagram of measured angular displacement

图11仿真曲线中按时间秒点模拟了系统稳定时段的拍频振动,系统失稳时段的自激振动,因无法模拟火箭空中飞行时突发性、间歇性或随机性的干扰,因而图中自激振动曲线呈现为逐级放大、整体平滑、渐进减小的理想形态。总体而言,仿真曲线和实测曲线吻合良好,如拍频振动的符合、振动响应数值较为一致,更为关键的是都表征出了自激振动的典型特征^[22],即在振动过程中当输入能量大于衰减能量时,振幅持续增大;当输入能量等于衰减能量时,振幅保持不变;当输入能量小于衰减能量时,振幅逐渐减小。

图12实测曲线中完整地展示了从系统稳定时段弱耦合导致的拍频振动(见图中左上角框图),到系统临界时段的定频振动(见图中左下角框图),再到系统失稳时段振动的突然放大、逐步维持和最后突然消亡的特征演化,对应了自激振动的衍生、发展、维持和消亡的全过程。火箭飞行过程中,必不可少地存在着方方面面的干扰因素,如突发的阵风^[23]、快速的机动^[24]等,这些干扰因素会破坏自激振动的演化形态,具体表现形式如图中曲线的跳跃、幅值突变等现象。由此说明,火箭飞行过程中会出现由位移反馈导致的模态耦合型自激振动。同时,自激振动发生前、后,通常会伴随有拍频振动或定频振动。

4 结论

针对火箭飞行过程中可能出现的自激振动现象,提出振动突然放大的现象是由位移反馈而产生的横向模态耦合型自激振动。等效构建一个两自由度线性系统,推导得到相应的系统动力学方程、特征方程和稳定性判据,并对火箭飞行试验结果进行仿真模拟。由此表明,本文模型能够有效地判断火箭横向模态耦合时是否会发生系统性弹性失稳,同时也能准确地预示可能出现的自激振动现象。此外,根据系统方程和仿真结果得到了如下结论:

- 1) 火箭俯仰和偏航方向的模态频率相距越远,则越不容易引起模态耦合型自激振动。
- 2) 大动压下,俯仰和偏航方向耦合较强,定频振动明显;小动压下,俯仰和偏航方向耦合较弱,容易出现拍频振动。
- 3) 自激振动发生前、后,通常会伴随有拍频振动或定频振动。

模型中假设火箭横向模态主振方向沿俯仰和偏航方向,由此横向模态的耦合是由附加弹性刚度引起的。针对火箭普遍存在的双模态现象,即模态主振方向偏离俯仰或偏航方向,火箭横向模态的耦合还存在由弹性刚度引起的情况。此时,基于本模型方法仅需将弹性耦合项和附加弹性耦合项叠加处理即可。由此,从应用的角度来说模型仍具有可扩展性,建议结合所研究系统综合考虑。

参考文献(References)

- [1] 黄锐, 胡海岩. 飞行器非线性气动伺服弹性力学[J]. 力学进展, 2021, 51(3): 428-466.
HUANG R, HU H Y. Nonlinear aeroservoelasticity of aircraft[J]. Advances in Mechanics, 2021, 51(3): 428-466. (in Chinese)
- [2] JATAV S K, DATTA P K. Aeroelastic instability of flexible rocket bodies on the basis of a simplified mechanical

model[J]. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 2019, 20(2): 387-404.

[3] 龚学兵, 胡大庆, 王永平, 等. 大长细比火箭气动弹性分析[J]. *固体火箭技术*, 2020, 43(4): 532-539.
GONG X B, HU D Q, WANG Y P, et al. Aeroelastic analysis of rocket with large slenderness ratio[J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2020, 43(4): 532-539. (in Chinese)

[4] BAI Y G, QIAN W, CHEN X Y, et al. Experimental and numerical study of dynamic characteristic of a complex all-movable rudder system[J]. *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, 2018, 37(3): 654-664.

[5] 王成华, 及红娟, 童铁男. 舵结构系统的飞行自激振动特性[J]. *振动工程学报*, 2014, 27(6): 858-862.
WANG C H, JI H J, TONG Y N. Self-excited vibration for a rudder structure system in flight [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2014, 27(6): 858-862. (in Chinese)

[6] 郝帅, 马铁林, 王一, 等. 超高速飞行器平尾大迎角气动弹性特性研究[J]. *北京航空航天大学学报*, 2021, 47(5): 983-993.
HAO S, MA T L, WANG Y, et al. Aeroelastic characteristics of hypersonic vehicle tail at high angle of attack[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2021, 47(5): 983-993. (in Chinese)

[7] 万芸怡, 黄锐, 刘豪杰. 基于数据驱动的变体机翼跨声速颤振分析[J]. *力学学报*, 2025, 57(2): 523-534.
WAN Y Y, HUANG R, LIU H J. Transonic flutter analysis of a morphing wing via data driven method[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2025, 57(2): 523-534. (in Chinese)

[8] 闫昱, 路波, 杨兴华, 等. 飞行器操纵面嗡鸣风洞试验技术综述[J]. *空气动力学学报*, 2022, 40(3): 1-9.
YAN Y, LU B, YANG X H, et al. Review on buzz wind tunnel test technology for aircraft control surfaces[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2022, 40(3): 1-9. (in Chinese)

[9] QIAO H Y, YANG Y, MENG H, et al. Aeroelastic and sloshing stability of slender hypersonic vehicle[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2020, 1707(1): 012005.

[10] 商霖, 王亮, 金晶. 某型号导弹发射过程中颤动现象的分析[J]. *振动与冲击*, 2015, 34(15): 51-54.
SHANG L, WANG L, JIN J. Chattering analysis for a missile during its launching [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2015, 34(15): 51-54. (in Chinese)

[11] 商霖, 周国峰, 卢鑫. 导弹滑行出箱过程中颤动现象的建模与分析[J]. *振动、测试与诊断*, 2018, 38(2): 371-375, 424.
SHANG L, ZHOU G F, LU X. Modeling and analysis of chattering phenomenon during missile sliding in the launch box [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2018, 38(2): 371-375, 424. (in Chinese)

[12] 张磊. 航天结构在振动载荷作用下的正交模式耦合现象试验研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2021.
ZHANG L. Experimental study on orthogonal coupling resonance phenomenon of aerospace structures [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2021. (in Chinese)

[13] 刘丽兰, 刘宏昭, 吴子英, 等. 基于模式耦合的摩擦自激振荡系统稳定性研究[J]. *振动工程学报*, 2009, 22(4): 363-370.
LIU L L, LIU H Z, WU Z Y, et al. Stability of mode-coupling self-excited oscillation systems with friction [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2009, 22(4): 363-370. (in Chinese)

[14] 商霖, 张海瑞, 李璞, 等. 一类飞行器载荷设计的三段方法研究与应用[J]. *国防科技大学学报*, 2019, 41(2): 63-68.
SHANG L, ZHANG H R, LI P, et al. Research and application of three-section method of load design for a kind of aircraft [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2019, 41(2): 63-68. (in Chinese)

[15] 商霖, 张海瑞, 宋志国. 导弹模态试验中双模态现象的分析与仿真验证[J]. *振动、测试与诊断*, 2022, 42(4): 749-755, 828.
SHANG L, ZHANG H R, SONG Z G. Analysis and simulation verification of dual-modal phenomenon in missile modal experiment[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2022, 42(4): 749-755, 828. (in Chinese)

[16] 刘畅, 张耘隆, 闫指江, 等. 锤头体火箭弹性模型脉动压力风洞试验[J]. *航空学报*, 2023, 44(23): 128384.
LIU C, ZHANG Y L, YAN Z J, et al. Wind tunnel test of fluctuating pressure on aeroelastic scaled model of hammerhead launch vehicle [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2023, 44(23): 128384. (in Chinese)

[17] 王英诚, 杨浩亮, 史晓宁, 等. 运载火箭主动上升段跨声速抖振问题[J]. *现代应用物理*, 2023, 14(2): 021001.
WANG Y C, YANG H L, SHI X N, et al. Transonic buffeting in the active ascending phase of a launch vehicle[J]. *Modern Applied Physics*, 2023, 14(2): 021001. (in Chinese)

[18] 李有堂. *机械振动理论与应用* [M]. 北京: 科学出版社, 2012.
LI Y T. *Mechanical vibration theory and applications* [M]. Beijing: Science Press, 2012. (in Chinese)

[19] 丁文镜. *自激振动* [M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.
DING W J. *Self-excited vibration* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009. (in Chinese)

[20] 张淑芬, 张彦斌, 王彦生. 机械系统运动稳定性分析的Routh-Hurwitz法[J]. *河南科技大学学报(自然科学版)*, 2004, 25(2): 9-12.
ZHANG S F, ZHANG Y B, WANG Y S. Routh-Hurwitz method of motion stability analysis for mechanical system[J]. *Journal of Henan University of Science and Technology (Natural Science)*, 2004, 25(2): 9-12. (in Chinese)

[21] 杨继先. 李萨如图形的性质研究[J]. *西华大学学报(自然科学版)*, 2008, 27(6): 98-100, 125.
YANG J X. Study on the properties of Lissajous' figures[J]. *Journal of Xihua University (Natural Science Edition)*, 2008, 27(6): 98-100, 125. (in Chinese)

[22] 刘延柱, 陈立群, 陈文良. *振动力学* [M]. 2版. 北京: 高等教育出版社, 2011.
LIU Y Z, CHEN L Q, CHEN W L. *Mechanics of vibration* [M]. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 2011. (in Chinese)

[23] 吴志刚, 杨超. 弹性导弹的连续与离散阵风响应[J]. *北京航空航天大学学报*, 2007, 33(2): 136-140.
WU Z G, YANG C. Continuous and discrete gust responses of elastic missiles [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2007, 33(2): 136-140. (in Chinese)

[24] 王杰, 丁达理, 陈诚, 等. 导弹攻击状态评估下的UCAV试探机动决策[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2021, 53(6): 118-127.
WANG J, DING D L, CHEN C, et al. UCAV trial maneuvering decision under missile attack state assessment[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2021, 53(6): 118-127. (in Chinese)