



国防科技大学学报

Journal of National University of Defense Technology

ISSN 1001-2486, CN 43-1067/T

《国防科技大学学报》网络首发论文

题目：固体推进剂药柱加压固化的多场耦合黏弹性本构模型
作者：吴栋，雷勇军，申志彬，张大鹏
收稿日期：2024-12-31
网络首发日期：2025-12-29
引用格式：吴栋，雷勇军，申志彬，张大鹏. 固体推进剂药柱加压固化的多场耦合黏弹性本构模型[J/OL]. 国防科技大学学报.
<https://link.cnki.net/urlid/43.1067.t.20251229.1117.002>



网络首发：在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认：纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

doi: 10.11887/j.issn.1001-2486.24120051

固体推进剂药柱加压固化的多场耦合黏弹性本构模型

吴栋^{1,2}, 雷勇军^{1,2,3}, 申志彬^{1,2}, 张大鹏^{1,2*}

(1. 国防科技大学空天科学学院, 湖南 长沙 410073; 2. 空天任务智能规划与仿真湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410073; 3. 火箭军工程大学, 陕西 西安 710025)

摘要：考虑固化反应放热、固化体积收缩和基于热流变复杂材料行为的黏弹性演变等多场耦合效应，建立了固体推进剂固化过程的三维黏弹性本构模型及其增量方程，分析了多场耦合效应、热流变复杂材料行为、固化反应放热量、固化体积收缩系数及压力等因素对加压固化过程的影响。结果表明，多场耦合效应对固化残余应力具有显著影响，忽略热流变复杂材料行为会导致固化残余应力低估，而固化阶段部分压力卸载可有效降低固化残余应力。研究成果为优化固体推进剂药柱加压固化工艺提供了理论依据。

关键词：固体推进剂药柱； 加压固化过程； 多场耦合； 热流变复杂材料； 固化残余应力

中图分类号：O345

文献标志码：A

Multi-field coupled viscoelastic constitutive model for pressure cure of solid propellant grain

WU Dong^{1,2}, LEI Yongjun^{1,2,3}, SHEN Zhibin^{1,2}, ZHANG Dapeng^{1,2*}

(1. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073; 2. Hunan Key Laboratory of Intelligent Planning and Simulation for Aerospace Missions, Changsha 410073; 3. Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025)

Abstract: A three-dimensional viscoelastic constitutive model and its incremental equations were established considering the coupled effects of curing reaction heat, cure volume shrinkage, and viscoelastic evolution derived from thermo-rheologically complex material behavior. The influences of multi-field coupled effects, thermo-rheologically complex material behavior, cure reaction exothermy, cure volume shrinkage coefficient, and pressure on the pressure cure process were analyzed. Results indicate that multi-field coupled effects significantly impact cure residual stress, and neglecting thermo-rheologically complex material behavior results in underestimation of cure residual stress. Partial pressure unloading during the cure stage effectively reduces cure residual stress. The findings provide theoretical support for optimizing the pressure cure process of solid propellant grains.

Keywords: solid propellant grain; pressure cure process; multi-field coupled; thermo-rheologically complex material; cure residual stress

收稿日期：2024-12-31

基金项目：国家自然科学基金资助项目(12372203); 固体推进全国重点实验室研究基金资助项目(2024020404)

第一作者：吴栋（1997—），男，安徽阜阳人，博士研究生，E-mail: wudong15@nudt.edu.cn

*通信作者：张大鹏（1989—），男，河南新乡人，副教授，博士，硕士生导师，E-mail: zhangdapeng@nudt.edu.cn

引用格式：吴栋, 雷勇军, 申志彬, 等. 固体推进剂药柱加压固化的多场耦合黏弹性本构模型[J]. 国防科技大学学报.

Citation: WU D, LEI Y J, SHEN Z B, et al. Multi-field coupled viscoelastic constitutive model for pressure cure of solid propellant grain[J]. Journal of National University of Defense Technology,

固体运载火箭以其响应快速、久贮耐用和结构可靠等显著优势^[1-2]，已成为航天运载领域的重要发展方向^[3-5]。作为固体运载火箭发动机的动力源和核心承载结构^[6]，固体推进剂药柱在固化过程中产生的固化残余应力会严重威胁固体运载火箭发动机的结构完整性^[7]。因此，建立能够准确表征固体推进剂固化过程中力学行为的理论模型，进而实现固体推进剂药柱固化残余应力的精确预测，是当前固体推进剂药柱研制中亟待突破的关键科学问题。

固体推进剂药柱的固化成型过程包括固化和降温两个关键阶段。研究表明^[8]，由于固体推进剂药柱的热膨胀系数显著高于壳体材料（约 10 倍），在降温阶段两者产生的收缩变形差异成为引发固体推进剂药柱固化残余应力的重要原因之一。为此，加压固化技术应运而生。该技术在固化阶段施加压力使壳体膨胀，在降温阶段卸去压力令壳体回缩，通过这种压力调控机制协调两者的收缩变形，从而有效降低固体推进剂药柱的固化残余应力^[9]。工程应用方面，美国、法国和日本等航天强国已将加压固化技术应用于固体运载火箭发动机的工业化生产^[10]。

固体推进剂药柱的固化过程具有周期长、试验成本高且安全隐患大等特点，利用数值仿真方法预测其固化残余应力，可有效缩短研发周期、降低试验成本并提高安全性。针对这一研究方向，宗路航等^[10]基于固体推进剂的弹性材料假设，推导了圆管发动机加压固化理论压强的数学表达式，并结合有限元分析确定了圆管发动机加压固化的推荐压强值。在此基础上，刘仔等^[11]进一步考虑了壳体各向异性和固体推进剂药柱脱模等实际因素，拓展了圆管发动机加压固化理论压强的表达式。刘凯等^[12]则通过有限元仿真和试验相结合的方法，证实了加压固化技术可显著提升固体推进剂药柱与界面的安全系数。然而，数值仿真结果的准确性在很大程度上取决于本构模型的合理选择。由于固体推进剂药柱是由黏弹性材料

制成的厚壳结构，其黏弹特性对固化残余应力有显著影响。值得注意的是，上述研究均采用线弹性本构模型，难以准确描述固体推进剂的力学行为^[13]。针对这一问题，崔占鑫通过考虑固体推进剂固化阶段的力学性能演变规律，先后提出了弹性-黏弹性分段拼接本构模型^[14]和固化-降温一体化黏弹性本构模型^[15]，并基于这些模型对固体推进剂加压固化过程进行了工艺参数优化设计^[8,16]。

固体推进剂在固化阶段经历复杂的交联聚合反应，这一过程伴随着三个显著特征：固化反应放热^[17]、固化体积收缩^[18]以及黏弹性演变^[19]。该热-化-力多场耦合效应对固体推进剂药柱的固化残余应力分布具有决定性影响^[20-21]。然而，由于商业有限元软件在处理多场耦合问题的局限性，使得固体推进剂固化过程的数值求解面临重大挑战。为简化计算，现有研究普遍将多场耦合效应等效转化为温度场进行简化处理^[7]，从而导致能够完整考虑多场耦合效应并准确预测固体推进剂药柱固化残余应力的研究相对匮乏。在现有研究中，Liu 等^[22-23]和 Chen 等^[24]将热-化学场和力学场解耦，即仅考虑热-化学场对力学场的单向作用，而忽略力学场的反馈效应。他们基于热流变简单材料假设建立了理论模型，分别对固体推进剂药柱的传统固化及加压固化过程进行了数值分析。为便于后续讨论，下文将 Liu 等^[22-23]和 Chen 等^[24]构建的模型统称为多场顺序耦合黏弹性本构模型。值得注意的是，固体推进剂在固化过程中经历了从初始“黏流态”流体到“橡胶态”固体的相态转变^[14]，这一过程表现出典型的热流变复杂材料行为^[25]。与热流变简单材料不同，热流变复杂材料的黏弹性不止取决于温度和时间，还显著受固化反应进程的影响。研究表明^[25]，热流变复杂材料行为对结构的变形和残余应力分布具有重要影响。研究团队前期构建了固体推进剂的热-化-力耦合本构模型^[26]，并分析了 HTPB 推进剂药柱的残余应力-应变演化规律。鉴于考虑热流变

复杂材料行为将显著增加理论建模和数值求解的难度,该研究忽略热流变复杂材料行为以降低模型的复杂性。

综上所述,现有针对固体推进剂药柱固化残余应力的理论研究存在两个主要局限性:其一,未能充分考虑热-化-力多场耦合效应和热流变复杂材料行为,导致无法准确表征固体推进剂固化过程中的复杂力学响应;其二,关于固体推进剂药柱加压固化过程固化残余应力的精确预测研究相对匮乏,难以为加压固化工艺的优化提供理论指导。基于上述研究现状,旨在突破现有理论模型的局限性,通过综合考虑固体推进剂的热-化-力多场耦合效应和热流变复杂材料行为,构建三维多场耦合黏弹性本构模型,并推导其增量方程。重点分析多场耦合效应、热流变复杂材料行为、固化反应放热、固化体积收缩以及压力等关键因素对固体推进剂药柱加压固化过程的影响规律。所构建的本构模型不仅可为固体推进剂药柱的固化过程分析提供可靠的理论工具,同时也为热固性树脂基复合材料的固化过程研究提供重要的理论参考。研究成果为固体推进剂加压固化工艺的优化设计提供新的思路和方法。

1 多场耦合黏弹性本构模型

固体推进剂作为高填充比颗粒增强复合材料,其固化过程中的多场耦合效应本质源于基体材料的固化反应^[27]。“黏流态”固体推进剂是具有剪切稀化特性的非牛顿流体;随着固化反应的推进,基体交联密度持续增大,分子链通过三维网络交联形成稳定的微观拓扑结构,最终成为“橡胶态”黏弹性固体。在此过程中,材料经历关键的凝胶转变阶段(即流固相变临界点)。研究者使用凝胶前应力松弛假设^[28],将复杂的流固转变过程简化为可解析的力学问题:在凝胶前阶段,材料处于完全应力松弛状态,不积累固化残余应力;在凝胶后阶段,材料处于小变形状态^[29],呈现线性黏弹性特征。对此,广义 Maxwell 模型因其在描述小变形黏弹性材料本构关系方面的独特优势而被广泛采用。如图 1 所示,该模型由 n 个 Maxwell 单元与平衡态弹簧并联而成,其中

E_∞ 和 $E_i(i = 1, 2, \dots, n)$ 为平衡分支和各非平衡分支的弹性系数, $\tau_i(i = 1, 2, \dots, n)$ 为各非平衡分支的松弛时间。

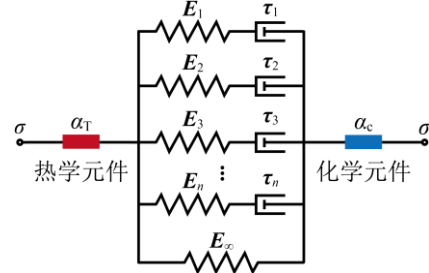


图1 广义 Maxwell 黏弹性模型的一维流变模型示意图

Fig.1 Schematic of the one-dimensional rheological model of the generalized Maxwell viscoelastic model

为分析三维固体推进剂药柱的固化残余应力,基于广义 Maxwell 模型,利用 Boltzmann 叠加原理,建立三维形式的多场耦合黏弹性本构方程,其表达式为

$$\sigma_{ij}(t, T, \beta) = \int_{-\infty}^t C_{ijkl}(\zeta_t - \zeta'_t, \beta) \frac{\partial \varepsilon_{kl}^{\text{eff}}(t, T, \beta)}{\partial \zeta} d\zeta \quad (1)$$

其中, σ_{ij} 表示应力分量, $\{t, T\}$ 分别表示时间和绝对温度。 $\beta \in [0, 1]$ 表示固体推进剂的固化度, $\beta = 0$ 和 $\beta = 1$ 分别对应于固体推进剂的未固化和完全固化状态。 C_{ijkl} 为固体推进剂的刚度分量,与时间、温度及固化度相关。鉴于加压固化过程对固体推进剂的力学性能基本无影响^[12],因此固体推进剂的刚度分量与压力无关。 $\{\varepsilon_{kl}^{\text{eff}}, \zeta_t, \zeta'_t\}$ 分别表示有效应变分量、当前折算时间和历史折算时间,其表达式分别为

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}^{\text{eff}}(t, T, \beta) &= \varepsilon_{ij}^{\text{tot}} - \underbrace{(\varepsilon_{ij}^T + \varepsilon_{ij}^c)}_{\varepsilon_{ij}^{\text{nm}}} \\ &= \varepsilon_{ij}^{\text{tot}} - \alpha_T \Delta T - \alpha_c \Delta \beta \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \zeta_t(t, T, \beta) = \int_{-\infty}^t \frac{dt'}{a_T(T, \beta)} \\ \zeta'_t(s, T, \beta) = \int_{-\infty}^s \frac{dt'}{a_T(T, \beta)} \end{cases} \quad (3)$$

其中, a_T 为温度和固化度相关的移位因子。 $\{\varepsilon_{ij}^{\text{tot}}, \varepsilon_{ij}^{\text{nm}}, \varepsilon_{ij}^T, \varepsilon_{ij}^c\}$ 分别表示总应变、非机械应变、热应变和固化收缩应变, $\{\alpha_T, \alpha_c\}$ 为热膨胀系数和固化体积收缩系数。 $\Delta T = T - T_0$ 为温度增量, T_0 为参考温度。

考虑固体推进剂各向同性的固化体积收缩^[30],则有

$$\varepsilon_{ij}^c = \left(\sqrt[3]{1 + \Delta V_c} - 1 \right) \delta_{ij} \approx \frac{1}{3} \Delta V_c \delta_{ij} \quad (4)$$

其中, ΔV_c 为固化体积收缩率。对比式(2)和式(4)可知, 固化体积收缩系数 α_c 的物理含义为固化体积收缩率的三分之一。

基于图 1 所示的广义 Maxwell 模型, 考虑固体推进剂的热流变复杂材料行为, 其刚度分量的表达式为^[28,31]

$$\begin{aligned} C_{ijkl}(t, \beta) &= C_{ijkl}^\infty(\beta) + \sum_{i=1}^n C_{ijkl}^i(\beta) \exp\left[-\frac{t}{\tau_i(\beta)}\right] \\ &= \beta \left\{ \bar{C}_{ijkl}^\infty + \sum_{i=1}^n \bar{C}_{ijkl}^i \exp\left[-\frac{t}{\tau_i(\beta)}\right] \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \lg[\tau_i(\beta)] = \lg[\tau_i(\beta_0)] + f(\beta) - (\beta - \beta_0) \lg[\lambda_i(\beta_0)] (i=1, 2, 3, \dots, n) \\ f(\beta) = -0.9464 + 0.0615\beta + 0.9227\beta^2 \\ \lambda_i(\beta_0) = \frac{\tau_i^p(\beta_0)}{\tau_i(\beta_0)} \end{cases} \quad (6)$$

$$\lg[a_T(T, \beta)] = \left[-a_1 \exp\left(\frac{1}{1-\beta}\right) - a_2 \right] (T - T_0) \quad (7)$$

其中, $\{C_{ijkl}^\infty, C_{ijkl}^i, \tau_i\}$ 分别为固化度相关的平衡分支刚度分量、第 i 个非平衡分支的刚度分量及其松弛时间; $\{\bar{C}_{ijkl}^\infty, \bar{C}_{ijkl}^i\}$ 分别表示参考固化度下平衡分支和非平衡分支的刚度, 参考固化度取 0.98^[32]。 τ_i^p 为峰值松弛时间, a_1 和 a_2 为材料常数。

式(1)~(7)建立了固体推进剂的多场耦合黏弹性本构模型, 仍需确定固体推进剂的固化度随时间演变模型。研究表明, 自催化固化反应动力学模型可有效表征固体推进剂的固化度演变^[17], 其表达式为

$$\frac{d\beta}{dt} = A \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right) (1-\beta)^{m_c} \beta^{n_c} \quad (8)$$

其中, $\{A, E_a, R\}$ 分别为指前因子、固化反应活化能和气体常数, m_c 和 n_c 为固化反应级数。

由式(8)可知, 固体推进剂的固化反应速率受温度的影响, 且固化反应为放热反应^[33], 势必影响其固化度演变。采用含内热源的热流方程描述此现象, 相应的表达式为

$$\rho c_v \frac{dT}{dt} = \nabla_{x_i} \left(k_{ij} \nabla_{x_j} T \right) + \rho_m r \quad (9)$$

其中, $\{\rho, c_v, k_{ij}\}$ 为固体推进剂的质量密度、

比热容和热传导系数分量,

$\nabla_{x_i} = \frac{\partial(\cdot)}{\partial x} + \frac{\partial(\cdot)}{\partial y} + \frac{\partial(\cdot)}{\partial z}$ 为 Hamilton 算子。 ρ_m

为固体推进剂基体的质量密度, r 表示单位质量固体推进剂内部的热源, 有

$$r = V_m H_t \frac{d\beta}{dt} \quad (10)$$

其中, $\{V_m, H_t\}$ 为固体推进剂基体的体积分数和固化反应放热量。

考虑 Dirichlet 热边界条件 Γ_D 和 Neumann 热边界条件 Γ_N , 其表达式分别为

$$T = \bar{T}, \text{ on } \Gamma_D \quad (11)$$

$$-k_{ij} \nabla_{x_j} T n_i = h(T - T_\infty), \text{ on } \Gamma_N \quad (12)$$

其中, \bar{T} 为 Γ_D 边界上的指定温度, n_i 为 Γ_N 边界的外法向单位向量分量, T_∞ 为环境温度, h 为对流传热系数, 取 10 W/m^2 ^[22]。

2 多场耦合黏弹性本构模型的增量方程

随着固化反应进行, 固体推进剂的刚度、松弛时间和移位因子等参数不断演变, 且固体推进剂药柱结构复杂, 以上因素给解析求解带来了极大困难, 借助有限元方法进行数值求解现实可行, 但需推导相应的增量方程。为此, 该节推导多场耦合黏弹性本构模型的增量方程。

将分析时间 $[0, t]$ 离散化为 $[0, t_1, \dots, t_n, t_{n+1}, \dots, t]$, 考虑任意的离散时间区间 $[t_n, t_{n+1}]$, 对应的时间增量步为 $\Delta t_{n+1} = t_{n+1} - t_n$ 。假设固体推进剂的初态为零应力状态, 离散时间区间内的应力增量 $\Delta \sigma_{ij}^{n+1}$ 可表示为

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{ij}^{n+1} &= \sigma_{ij}^{t_{n+1}} - \sigma_{ij}^{t_n} \\ &= \int_0^{t_n} C_{ijkl}^{t_{n+1}} \frac{\partial \varepsilon_{kl}^{\text{eff}}}{\partial \xi} d\xi + \int_{t_n}^{t_{n+1}} C_{ijkl}^{t_{n+1}} \frac{\partial \varepsilon_{kl}^{\text{eff}}}{\partial \xi} d\xi - \int_0^{t_n} C_{ijkl}^{t_n} \frac{\partial \varepsilon_{kl}^{\text{eff}}}{\partial \xi} d\xi \end{aligned} \quad (13)$$

其中, 含有 t_n 和 t_{n+1} 角标的物理量表示其在相应时刻的数值。

整理式(13), 可得

$$\begin{aligned} Y_1^{t_{n+1}} &= \int_0^{t_n} \left(C_{ijkl}^{t_{n+1}} - C_{ijkl}^{t_n} \right) \frac{\partial \varepsilon_{kl}^{\text{eff}}}{\partial \xi} d\xi \quad (14) \\ Y_2^{t_{n+1}} &= \sum_{i=1}^n \int_0^{t_n} \left[C_{ijkl}^{t_{n+1}} \exp\left(-\frac{\xi_{t_{n+1}} - \xi}{\tau_i^{t_{n+1}}}\right) - C_{ijkl}^{t_n} \exp\left(-\frac{\xi_{t_n} - \xi}{\tau_i^{t_n}}\right) \right] \frac{\partial \varepsilon_{kl}^{\text{eff}}}{\partial \xi} d\xi \end{aligned}$$

(15)

$$Y_3^{t_{n+1}} = \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left[C_{ijkl}^{\infty-t_{n+1}} + \sum_{i=1}^n C_{ijkl}^{i-t_{n+1}} \exp\left(-\frac{\zeta_{t_{n+1}} - \zeta}{\tau_i^{t_{n+1}}}\right) \right] \frac{\partial \varepsilon_{kl}^{\text{eff}}}{\partial \zeta} d\zeta \quad (16)$$

与 Cui 等^[15]建立的模型进行对比可知, 式(14)为考虑固体推进剂的热流变复杂材料行为后引入的项。

将式(5)代入式(14), 可得

$$\begin{cases} Y_1^{t_{n+1}} = \int_0^{t_n} \bar{C}_{ijkl}^{\infty} \Delta \beta \frac{\partial \varepsilon_{kl}^{\text{eff}}}{\partial \zeta} d\zeta = \Delta \beta \bar{Y}_1^{t_{n+1}} \\ \bar{Y}_1^{t_{n+1}} = \int_0^{t_n} \bar{C}_{ijkl}^{\infty} \frac{\partial \varepsilon_{kl}^{\text{eff}}}{\partial \zeta} d\zeta \end{cases} \quad (17)$$

假设时间增量步 Δt_{n+1} 内对数移位因子与时间呈线性关系, 可得折算时间增量 $\Delta \zeta_{t_{n+1}}$ 为

$$\Delta \zeta_{t_{n+1}} = \Delta t_{n+1} \frac{(a_r^{t_{n+1}})^{-1} - (a_r^{t_n})^{-1}}{\lg a_r^{t_n} - \lg a_r^{t_{n+1}}} \quad (18)$$

假设应变在离散时间区间内线性变化, 则有^[25]

$$\frac{\partial \varepsilon_{kl}^{\text{eff}}}{\partial \zeta} \approx \frac{\Delta \varepsilon_{kl}^{\text{eff}-t_{n+1}}}{\Delta \zeta_{t_{n+1}}} (\zeta_{t_n} \leq \zeta \leq \zeta_{t_{n+1}}) \quad (19)$$

其中, $\Delta \varepsilon_{ij}^{\text{eff}-t_{n+1}}$ 为离散时间区间内的有效应变增量。将式(19)代入式(17), 可得 $\bar{Y}_1^{t_{n+1}}$ 的增量方程为

$$\bar{Y}_1^{t_{n+1}} = \bar{Y}_1^{t_n} + \bar{C}_{ijkl}^{\infty} \Delta \varepsilon_{kl}^{\text{eff}-t_n} \quad (20)$$

类似地, $Y_2^{t_{n+1}}$ 和 $Y_3^{t_{n+1}}$ 的增量方程分别为

$$\begin{cases} Y_2^{t_{n+1}} = \sum_{i=1}^n \bar{C}_{ijkl}^i \left[\beta_{t_{n+1}} \exp\left(-\frac{\Delta \zeta_{t_{n+1}}}{\tau_i^{t_{n+1}}}\right) - \beta_{t_n} \right] \bar{Y}_2^{t_{n+1}} \\ \bar{Y}_2^{t_{n+1}} = \exp\left(-\frac{\Delta \zeta_{t_{n+1}}}{\tau_i^{t_n}}\right) \bar{Y}_2^{t_n} + \frac{\tau_i^{t_n}}{\Delta \zeta_{t_{n+1}}} \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta \zeta_{t_{n+1}}}{\tau_i^{t_{n+1}}}\right) \right] \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} Y_3^{t_{n+1}} = \beta_{t_{n+1}} \bar{Y}_3^{t_{n+1}} \Delta \varepsilon_{kl}^{\text{eff}-t_{n+1}} \\ \bar{Y}_3^{t_{n+1}} = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{C}_{ijkl}^i \tau_i^{t_{n+1}}}{\Delta \zeta_{t_{n+1}}} \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta \zeta_{t_{n+1}}}{\tau_i^{t_{n+1}}}\right) \right] + \bar{C}_{ijkl}^{\infty} \end{cases} \quad (22)$$

将式(17)、式(20)~式(22)代入式(13), 构成了固体推进剂多场耦合黏弹性本构模型的增量方程。

值得注意的是, 所构建的多场耦合黏弹性本构模型及其增量方程, 不仅为固体推进剂加压固化和传统固化过程的固化残余应

力精确预测构建了精细理论框架, 同样可为一般纤维/颗粒增强热固性基复合材料的固化过程研究提供参考。

3 数值算例

为实现所建本构模型在固体推进剂药柱加压固化过程分析中的工程应用, 采用温度-位移耦合分析步以在有限元求解时考虑多场耦合效应, 将压力作为外载荷施加。此外, 基于多场耦合黏弹性本构模型的增量方程, 利用 FORTRAN 语言开发了用户材料子程序。UMAT 子程序用于求解热-化-力耦合应力场 (式(14)), UMATHT 子程序用于求解温度场 (式(10)), UEXPAN 子程序用于求解非机械应变场 (式(2)), FILM 子程序用于设置 Neumann 热边界条件 T_N (式(13))。

3.1 模型验证

Wang 等^[32]基于多场顺序耦合黏弹性本构模型, 研究了固化路径对热固性树脂基复合材料层合板的固化残余应力、固化度及工艺时间的影响。所构建的多场耦合黏弹性本构模型被退化为多场顺序耦合黏弹性本构模型, 并与文献[32]提供的层间应力和固化度结果进行对比, 以验证理论模型和求解算法的正确性。对比分析中采用的几何模型和参数设置与文献[32]一致。

由图 2 可以看出, 计算的层间应力和固化度结果与文献[32]中提供的结果具有较好的一致性。需要指出的是, 由式(9)可知, 温度对固化度结果具有显著影响, 图 2 中侧面反映了温度结果吻合较好, 为了缩减篇幅, 不再列出温度的对比结果。

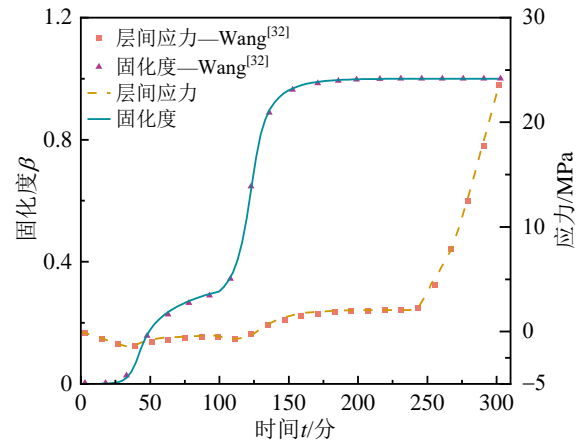


图2 层间应力和固化度对比结果

Fig.2 Comparison results of interlaminar stress and degree of cure

3.2 固体推进剂药柱加压固化过程分析

基于所构建的多场耦合黏弹性本构模型,对某型固体推进剂药柱的加压固化过程进行了分析。鉴于固体推进剂药柱的几何结构具有对称性,为简化计算量,在 $o-r\theta z$ 圆柱坐标系下构建了 1/12 几何模型(见图 3)。固体推进剂药柱长 2200mm, 外径 800mm。经过网格收敛性分析,确定有限元模型共 98249 个节点, 85655 个单元,单元类型包含 C3D8T 和 C3D8HT。

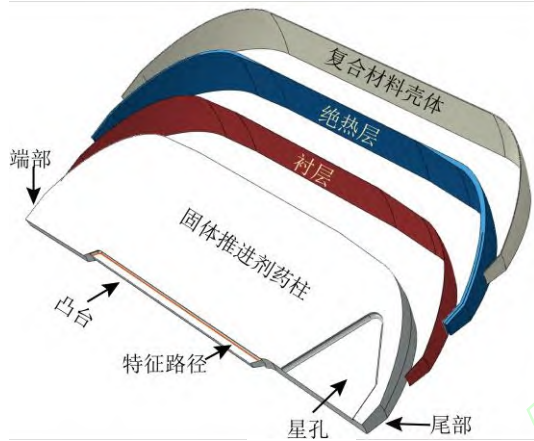


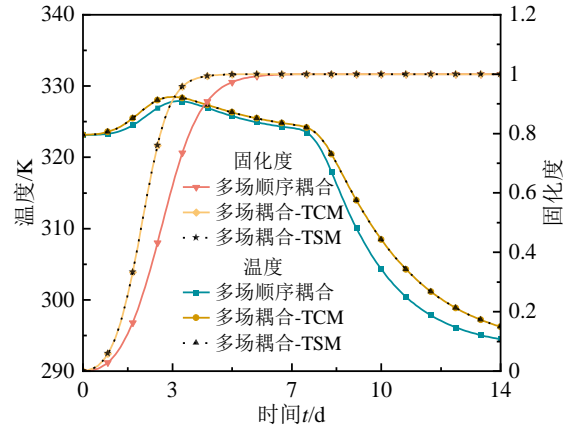
图3 几何模型
Fig.3 Geometric model

在所分析结构的周向表面设置了对称边界条件,同时约束了复合材料壳体端部和尾部的轴向位移。在复合材料壳体外表面和固体推进剂药柱内表面(靠近凸台处)施加 Neumann 热边界条件。在 323.15K 环境下保持 7 天,以确保固体推进剂药柱完全固化。基于工程经验,在固化阶段以 0.5MPa/h 的速率施加 2MPa 压力,而后保压至第 7 天;压力以两步加压的方法施加^[10,15]。降温阶段,压力以 0.012MPa/h 的速率卸载,同时温度以 1.25K/h 的速率降至室温。复合材料

壳体、药柱、衬层与绝热层的材料参数可参阅文献[14,17,21-22,26,34-37]。

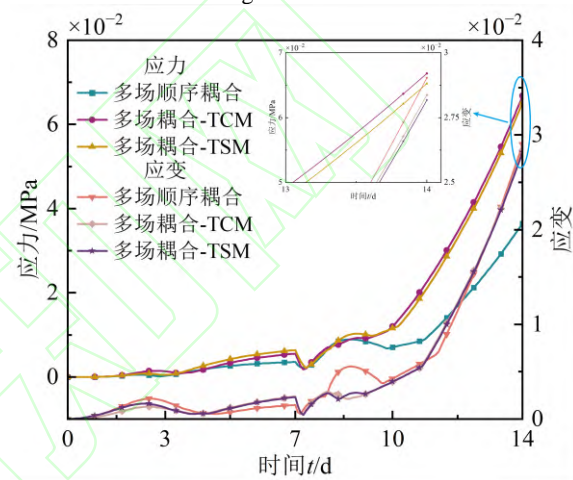
3.2.1 多场耦合效应与热流变复杂材料行为的影响

本节分析了多场耦合效应和热流变复杂材料行为对固体推进剂药柱加压固化过程中温度、固化度、Mises 应力和第一主应变的影响,具体结果如图 4 所示。为了简化篇幅,下文以多场耦合模型指代多场耦合黏弹性本构模型,以多场顺序耦合模型指代多场顺序耦合黏弹性本构模型。



(a) 最大温度和最大固化度

(a) The maximum temperature and the maximum degree of cure



(b) 最大 Mises 应力和最大第一主应变

(b) The maximum Mises stress and the maximum first principal strain

图4 多场耦合效应与热流变复杂材料行为对温度、固化度、Mises 应力和第一主应变的影响
Fig.4 Impact of multi-field coupling effect and thermo-rheologically complex material behavior on temperature, degree of cure, Mises stress and first principal strain

图 4(a)的结果表明,不同理论模型下固体推进剂药柱内部的最大温度与最大固化度呈现相似的变化规律。在温度场方面,固化反应放热导致最大温度呈现先升后降的非单调变化特征,特别是在降温阶段表现出显著的非线性衰减现象。固化度场的发展则表现为持续单调增长模式,其增长速率呈现先加速后减缓的演变特征,当进入降温阶段后增长速率趋近于零。计算结果表明:在固化阶段,多场耦合模型完整表征了力学场和热-化学场的相互耦合作用机制,黏性耗散效应使药柱内部最大温度从 327.87 K 提升至 328.47 K,产生 0.6 K 的温升;至固化终点时,两种模型的温度偏差仍保持 0.5 K;而当冷却过程结束时,该偏差进一步扩大至 1.76 K。特别需要指出的是,虽然试样尺度

达到完全固化需要约 168h (7 天), 但工程实际中固体推进剂药柱内部最快仅需 86.4 小时 (3.6 天) 即可实现完全固化。传统的多场顺序耦合方法因忽略力学场对热-化学场的反馈效应, 难以准确预测大尺寸固体推进剂药柱的固化终点, 所提出的多场耦合模型为发展高精度固化工艺数值预示技术提供了新的理论框架和工程解决方案。

图 4(a)结果表明, 多场耦合模型与多场顺序耦合模型计算的固体推进剂药柱内部最大固化度差值最大可达 33%, 表明多场耦合效应会显著增大固化度梯度。已有研究表明^[32,38], 结构内部固化度梯度是引发固化残余应力的关键因素之一, 因此降低固化度梯度是控制固化残余应力的有效手段。值得注意的是, 热流变复杂材料与热流变简单材料模型对固体推进剂药柱内部最大温度和最大固化度的影响差异较小, 表明在重点关注固体推进剂药柱的温度和固化度分布时可忽略其热流变复杂材料行为。

图 4(b)显示不同模型下的最大 Mises 应力和最大第一主应变呈现相似变化规律。固化阶段, 在固体推进剂药柱内部温度梯度和固化度梯度共同作用下, 应力应变表现出“增长-衰减-回升”的三阶段特征。这种非线性变化源于固化反应放热引起的热应变与固化体积收缩应变之间的竞争机制: 由式 (2)和式 (11)可知, 固化体积收缩应变与固化度正相关, 而热应变则与固化反应速率相关。具体而言, 在固化前期, 较高的固化反应速率导致热应变主导; 随着固化反应进行, 固化度提升使固化体积收缩应变逐渐占据主导地位; 当两种应变相互抵消后, 持续进行的固化反应引发固体推进剂药柱继续收缩, 此时的固化反应速率处于较低水平, 最终导致应力应变的后期回升。

在固体推进剂药柱的加压固化技术中, 降温阶段的缓慢卸压会引起复合材料壳体收缩, 从而导致固体推进剂药柱产生“膨胀”变形, 将该部分形变定义为卸压应变。图 4(b)显示, 降温过程中固体推进剂内部的应力和应变响应呈现显著的非线性演化特征, 其机理主要源于热应变与卸压应变之间的竞争耦合效应。在初始降温阶段, 热应变占据主导作用导致应力和应变曲线出现明显下降段。随着温度梯度减小, 卸压应变逐渐占据主导地位, 应力和应变值开始回升。值得注意的是, 当加压固化进行至第 8 天时, 尽管环境温度降至室温, 但固体推进剂内部仍存在明显的温度梯度。此时, 主要通过热对流的方式进行热传递, 降温速率显著降

低, 这一阶段应力和应变曲线呈现出特殊波动特征。数值结果显示, 在 10~11 天之间的时间窗口内, 应力和应变曲线均出现明显转折。经机理分析, 这主要源于工程实践中压力幅值的经验设定值偏大, 导致卸压应变超量累积, 进而引发应力和应变的快速叠加现象。这一发现对优化加压固化工艺参数具有重要指导意义, 后续研究可着重关注压力幅值与径向应变间的相互关系。

基于图 4(b)的对比分析可知, 相较于多场顺序耦合模型, 考虑多场耦合效应后, 固体推进剂药柱在加压固化结束时的应变略有降低 (降幅为 2.27%), 而应力值则显著提升了 82.91%。这一对比结果充分证实, 若忽略多场耦合效应, 将导致固化残余应力的严重低估。进一步考虑热流变复杂材料行为的影响, 研究表明应力和主应变分别增加了 2.37%和 0.70%, 这同样表明忽略材料的热流变特性将造成固化残余应力和残余应变的计算偏差, 进而影响结构设计的安全裕度。通过综合图 4(a)和图 4(b)的数据分析, 可以得出以下结论: 在评估固体推进剂药柱的固化残余应力场和应变场时, 必须同时考虑多场耦合效应和热流变复杂材料行为这两个关键因素。

基于上述研究结果, 可将固体推进剂药柱加压固化过程的固化残余应力的产生机理归纳为以下三个主要方面: 一是梯度效应机理, 固化过程中固体推进剂药柱内部存在显著的温度梯度场和固化度梯度场, 是固体推进剂药柱内部产生固化残余应力的内因; 二是收缩-约束机理, 固化阶段固体推进剂药柱的收缩行为与加压固化工艺中仅在降温阶段卸压的操作方式之间存在不匹配, 导致应力累积; 三是变形协调机理, 降温阶段的压力幅值设计缺乏理论依据, 无法实现固体推进剂药柱与复合材料壳体变形的有效协调, 加剧了固化残余应力的产生。

3.2.2 固化反应放热量与固化体积收缩系数的影响

在实际工程应用中, 通常会调整固体推进剂配方中的基体成分或基体质量分数, 使得固化反应放热量和固化体积收缩系数随之改变。基于此, 本节重点探讨固化反应放热量与固化体积收缩系数对固体推进剂药柱加压固化过程的影响规律。

图 5 展示了固化反应放热量对固体推进剂药柱内部最大温度和最大固化度的影响规律。需要说明的是, 图例中“ $0.5H_f$ ”

中的数值表示比例因子， H_t 基准值为 $7.67 \times 10^4 \text{ J/kg}$ ，下文相关表述均遵循此约定。结果表明，固化反应放热量与固体推进剂药柱的热力学行为呈现显著的相关性：当固化反应放热量增大时，固化阶段的温度峰值相应提升，同时固化反应速率明显加快；反之，降低固化反应放热量则会导致温度峰值下降和固化速率减缓。虽然固化反应放热量对固化阶段的热力学行为影响显著，但其对降温阶段的温度场影响相对有限，这是由于降温过程主要受外部热交换条件控制。

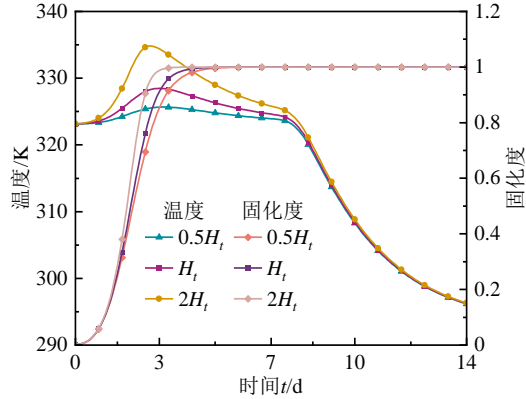
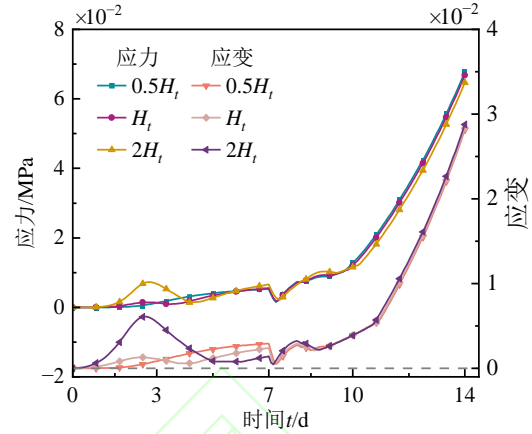


图5 固化反应放热量对固体推进剂药柱最大温度和最大固化度的影响

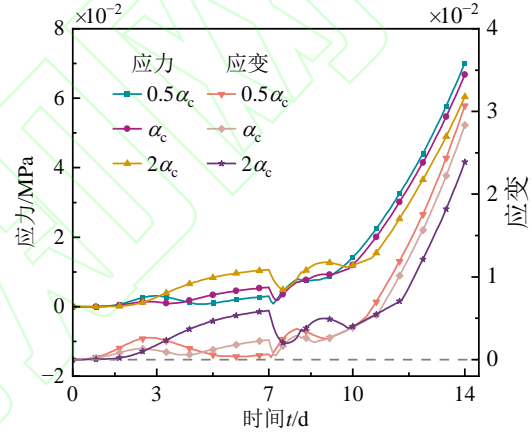
Fig.5 Effect of cure reaction exothermy on the maximum temperature and the maximum degree of cure in solid propellant grain

图 6 展示了固体推进剂药柱的固化反应放热量和固化体积收缩系数对其最大 Mises 应力及第一主应变的影响曲线，其中 α_c 的基准值为 2.25×10^{-4} 。由图 6(a)可见，调整固化反应放热量对固化阶段应力和应变的调控效果显著优于降温阶段。具体而言，当采用 $0.5H_t$ 和 $2H_t$ 条件时，相较于基准固化反应放热量 H_t ，固化阶段终点的固化残余应力相对变化分别为 -5.36% 和 $+18.12\%$ ，应变变化达 $+23.05\%$ 和 -40.10% ；至降温结束时，对应变化量则为 $+1.42\%/-3.17\%$ 和 $-0.72\%/+1.47\%$ 。从作用机理分析，增大固化反应放热量 ($2H_t$) 时，在固化前期热应变显著大于固化体积收缩应变，导致应力和应变曲线出现明显波峰，最终使固化阶段终点的应变值降低。同时，温度梯度与固化度梯度的协同增强效应提升了固体推进剂药柱内部的力学性能梯度，促使固化阶段终点的应力值增加。当放热量降至 $0.5H_t$ 时，热应变始终小于固化体积收缩应变，致使曲线波峰消失并呈现单调上升趋势。结合图 5 与图 6(a)分析可知，通过配方设计等方式调整固化反应放热量，可建立缩比试验器与大尺寸药柱固化终点的映射

关系。该调控策略不仅有助于优化固化工艺参数，更能通过精准预测固化终点显著提升固体推进剂药柱的生产效率。



(a) 固化反应放热量
(a) Cure reaction exothermy



(b) 固化体积收缩系数
(b) Cure volume shrinkage coefficient

图6 固化反应放热量和固化体积收缩系数对固体推进剂药柱 Mises 应力和第一主应变响应的影响
Fig.6 Effects of cure reaction heat and cure volume shrinkage coefficient on Mises stress and first principal strain response of solid propellant grain

由式(2)和图 6(b)可知，固化体积收缩系数通过调控固化体积收缩应变分量的演化，从而影响固体推进剂药柱在固化-降温全过程的应力和应变响应。研究表明，当 α_c 调整为 $0.5\alpha_c$ 和 $2\alpha_c$ 时，固化阶段终点的固化残余应力和变化分别达 $+45.76\%$ 和 $+91.52\%$ ，对应残余应力则呈现 -73.11% 和 $+148.30\%$ 的显著波动；至降温阶段结束时，固化残余应力变化收敛至 $+5.04\%/-9.53\%$ ，应变调整为 $+8.25\%/-15.74\%$ 。作用机理可分解为两个维度：一是固化阶段竞争机制，固化体积收缩系数增大与固化反应放热量减小时，均会强化固化体积收缩应变与热应变的竞争关系，导致应力和应变曲线的相似变化规律。这种非线性耦合效应源于材料本构方程中热-化-力耦合项的交互作用；二是

降温阶段迟滞效应,较高的固化体积收缩系数加剧了固体推进剂药柱-壳体界面的变形失配,迫使系统通过增加卸压应变重新建立平衡。该补偿机制延迟了应力曲线中拐点的出现,导致转折点后移约 0.84h。

3.2.3 压力的影响

本节重点研究压力载荷对固体推进剂药柱加压固化过程固化残余应力的影响规律。基于 3.2.1 节对固体推进剂药柱加压固化过程固化残余应力和应变演化过程的详细分析,提取特征时刻-特征路径下固体推进剂药柱的固化残余应力进行分析。其中特征时刻选取固化阶段终点和降温阶段结束时刻,特征路径选取为应力集中效应显著的凸台底部边缘区域(如图 3 所示)。

基于上述分析,固化阶段固体推进剂药柱产生了收缩。根据加压固化原理,固化阶段部分压力卸载可进一步降低固化残余应力,设置压力载荷函数为

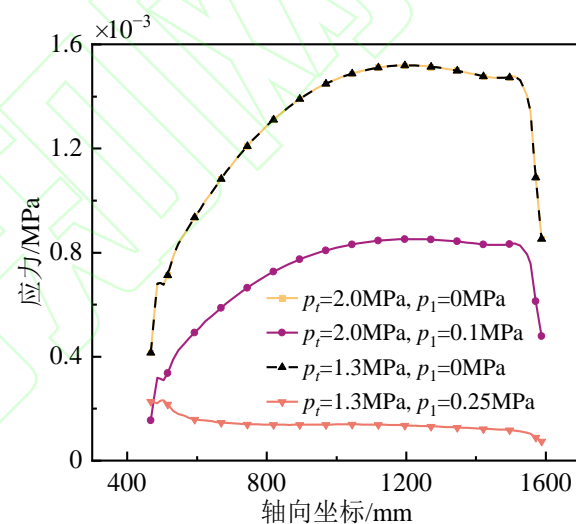
$$p(t) = \begin{cases} p_t - p_1 \beta(t), & t \in [0d, 7d] \\ \frac{(p_t - p_1)(14 - t)}{7}, & t \in (7d, 14d] \end{cases} \quad (23)$$

其中, t 为时间, p_t 为加压固化总压力幅值, p_1 表示固化阶段的卸压幅值。

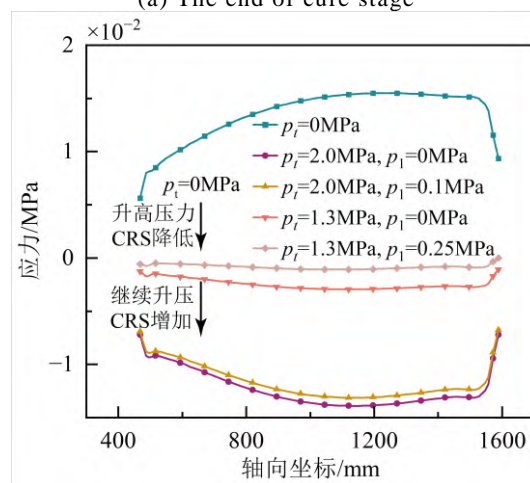
图 7 展示了固化阶段结束时刻降温阶段结束时刻固体推进剂药柱特征路径上的固化残余应力分布。为简化表述,下文采用 $(2,0.1)_p$ 表示 $p_t=2\text{MPa}$ 、 $p_1=0.1\text{MPa}$ 的加压方案。基于多岛遗传智能优化算法,以最小化固体推进剂药柱固化/降温阶段固化残余应力为优化目标,对式(23)中的 p_t 和 p_1 进行优化,最终获得最优加压方案为 $(1.3,0.25)_p$ 。从图 7(a)可以看出,在固化阶段结束时刻, $(2,0)_p$ 和 $(1.3,0)_p$ 两种加压方案下,固体推进剂药柱特征路径的固化残余应力分布完全相同。这一现象的产生源于两步加压法^[10,15]将加压过程与固化过程进行解耦处理,当固化阶段保持恒压时,固体推进剂药柱实际上不受外力作用,从而导致相同的固化残余应力分布结果。这一发现同时表明,现有的两步加压法仍存在改进空间。通过对比 $(2,0)_p$ 和 $(2,0.1)_p$ 两种方案可以发现,固化阶段卸压 0.1 MPa 可使特征路径上的固化残余应力显著降低,而优化后的 $(1.3,0.25)_p$ 方案则进一步提升了固化残余应力释放效果。

图 7(b)进一步对比了加压固化和传统固化(即 $(0,0)_p$ 工况)下固体推进剂药柱特征路径上的固化残余应力分布。分析结果表明,加压固化技术虽然能够显著降低固体推

进剂药柱的固化残余应力,但当加压幅值过大时,会导致固体推进剂药柱的应力状态由拉应力转变为压应力,且随加压幅值的增大而增加。具体而言,压力值低于最优压力时,增大压力可以有效降低固体推进剂药柱的固化残余应力;然而,当压力超过最优值后,继续增大压力反而会导致固化残余应力增加,同时应力状态的转变将显著增加固体推进剂药柱的脱模难度,这表明压力幅值存在最优空间。通过对比 $(2,0)_p$ 和 $(2,0.1)_p$ 两种方案可以发现,即使初始设计的 2MPa 压力幅值偏大,但在固化阶段卸压 0.1MPa 仍有助于降低固化残余应力。值得注意的是,与 $(0,0)_p$ 和 $(2,0)_p$ 方案相比,优化后的 $(1.3,0.25)_p$ 方案在降温结束时刻可将固体推进剂药柱特征路径上的固化残余应力降至极低水平。



(a) 固化阶段结束
(a) The end of cure stage



(b) 降温阶段结束
(b) The end of cooling stage

图 7 固化阶段结束时刻和降温阶段结束时刻固体推进剂药柱特征路径上的固化残余应力

Fig.7 Cure residual stress on the characteristic path on

solid propellant grain at the end of cure stage and cooling stage

综上所述,由于固体推进剂药柱在固化阶段不可避免地发生了体积收缩,在加压固化过程中卸载部分压力幅值可有效降低固化残余应力,这一发现为优化加压固化工艺提供了重要理论依据。

4 结论

考虑固体推进剂的固化反应放热、固化体积收缩和黏弹性演变等热-化-力耦合效应,构建了三维多场耦合黏弹性本构模型。随后推导了该本构模型的增量形式,并开发了用户材料子程序以进行有限元求解分析。与文献结果进行对比,验证了所建本构模型和求解算法的正确性。在此基础上,重点分析了多场耦合效应与热流变复杂材料行为、固化反应放热量和固化体积收缩系数以及压力等因素对固体推进剂药柱加压固化过程的影响。通过分析,揭示了固体推进剂药柱加压固化过程固化残余应力的产生机理,为工程实践提供了理论支撑和科学指导,形成的主要结论如下:

(1) 提出了适用于固体推进剂药柱等热固性树脂基复合材料固化过程热流变复杂材料行为表征的多场耦合黏弹性本构模型,并基于该本构模型分析了固体推进剂药柱的加压固化过程。

2) 考虑多场耦合效应后,固体推进剂药柱的温度小幅上升,对固化反应速率、固化残余应力和残余应变具有显著影响;忽略固体推进剂的热流变复杂材料行为将低估固体推进剂药柱的固化残余应力和残余应变,降低设计的安全系数。

3) 固化反应放热量对固化阶段固体推进剂药柱的温度、固化度、应力和应变结果具有显著影响,对降温阶段结果的影响幅度较小;固化体积收缩系数对固化阶段和降温阶段固体推进剂药柱的应力和应变结果均有显著影响。

4) 在固化阶段卸载部分压力,可在加压固化技术基础上进一步降低固体推进剂药柱的固化残余应力;当压力幅值小于最优压力值时,固体推进剂药柱的固化残余应力随压力幅值增大而降低;当压力幅值大于最优压力值时规律则相反,且会增加脱模难度。

所构建的多场耦合黏弹性本构模型,为预测和控制固体推进剂药柱的固化残余应力提供可靠的理论工具,可实现不同构型固

体推进剂药柱的加压固化方案优化设计,为制定合理的固化温度和固化压力方案提供科学指导。然而,所采用的小变形假设在复杂工况和大尺寸固体推进剂药柱固化残余应力分析中具有一定的局限性。下一步将基于大变形假设对多场耦合黏弹性本构模型进行拓展,同时考虑固体推进剂药柱加压固化过程的真实压力加载方式,通过创新加压固化工艺,建立温压协同固化方法,为固体推进剂药柱生产技术的革新提供理论指导。

参考文献 (References)

- [1] 欧阳, 吴建军, 程玉强, 等. 碳类粒子对固体推进剂束流发散角度影响的实验研究[J]. 国防科技大学学报, 2024, 46(4): 16-28.
OU Y, WU J J, CHENG Y Q, et al. Experimental study on effects of carbon dopants on the beam divergence angles of solid propellants[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2024, 46(4): 16-28. (in Chinese)
- [2] 颜小婷, 夏智勋, 那旭东, 等. 复合固体推进剂颗粒填充模型及其统计特性分析[J]. 国防科技大学学报, 2021, 43(5): 61-71.
YAN X T, XIA Z X, NA X D, et al. Particle packing model of composite solid propellant and its statistical analysis[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2021, 43(5): 61-71. (in Chinese)
- [3] 强洪夫, 王哲君. 固体火箭发动机装药结构完整性分析的基础问题及研究展望[J]. 含能材料, 2024, 32(2): 118-123.
QIANG H F, WANG Z J. Fundamental problems and research prospects of structural integrity analysis for solid rocket motor[J]. Chinese Journal of Energetic Materials, 2024, 32(2): 118-123. (in Chinese)
- [4] 陈雄, 许进升. 现代兵器固体火箭动力技术现状与展望[J]. 前瞻科技, 2022, 1(4): 99-112.
CHEN X, XU J S. Development status and prospect of solid rocket power technology in modern weapons[J]. Science and Technology Foresight, 2022, 1(4): 99-112. (in Chinese)
- [5] 侯晓, 张旭, 刘向阳, 等. 固体火箭发动机药柱结构完整性研究进展[J]. 宇航学报, 2023, 44(4): 566-579.
HOU X, ZHANG X, LIU X Y, et al. Research progress on structural integrity of solid rocket motor grain[J]. Journal of Astronautics, 2023, 44(4): 566-579. (in Chinese)
- [6] 张亮, 申志彬, 虞跨海. 围压下固体推进剂的破坏机理分析[J]. 国防科技大学学报, 2022, 44(6): 6-13.
ZHANG L, SHEN Z B, YU K H. Analysis on the failure mechanism of solid propellant under superimposed pressure[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2022, 44(6): 6-13. (in Chinese)
- [7] 于宝石, 雷勇军, 申志彬, 等. 固体发动机药柱结构固化残余应力分析与控制技术[J]. 航空学报, 2025, 46(8): 031083.

- YU B S, LEI Y J, SHEN Z B, et al. Review on analysis and control technology of curing residual stress in solid motor propellants[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2025, 46(8): 031083. (in Chinese)
- [8] 缪求文, 申志彬, 崔占鑫, 等. 固体火箭发动机加压固化压强优化设计[J]. *固体火箭技术*, 2022, 45(4): 589-593.
MIAO Q W, SHEN Z B, CUI Z X, et al. Optimal design of curing/pressure of solid rocket motor[J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2022, 45(4): 589-593. (in Chinese)
- [9] HUNT D A. Computing pressure cure viscoelastic effects in solid propellants[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1972, 9(12): 937-938.
- [10] 宗路航, 杜聪, 卢山, 等. 固体火箭发动机药柱加压固化仿真[J]. *固体火箭技术*, 2015, 38(5): 653-656.
ZONG L H, DU C, LU S, et al. Simulation on pressure cure of solid rocket motor grain[J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2015, 38(5): 653-656. (in Chinese)
- [11] 刘仔, 权恩, 褚佑彪, 等. 固体火箭发动机加压固化理论及仿真研究[J]. *固体火箭技术*, 2019, 42(5): 576-579, 596.
LIU Z, QUAN E, CHU Y B, et al. Theoretical and simulation research on pressure cure of solid rocket motor[J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2019, 42(5): 576-579, 596. (in Chinese)
- [12] 刘凯, 郜婕, 韩翔, 等. 加压固化工艺对药柱结构完整性的影响[J]. *固体火箭技术*, 2022, 45(4): 648-652.
LIU K, GAO J, HAN X, et al. Influence of pressure curing on the integrity of grain structure[J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2022, 45(4): 648-652. (in Chinese)
- [13] 乔巍, 姚卫星, 马铭泽. 复合材料残余应力和固化变形数值模拟及本构模型评价[J]. *材料导报*, 2019, 33(24): 4193-4198.
QIAO W, YAO W X, MA M Z. Numerical simulation and constitutive models evaluation of residual stresses and process-induced deformations of composite structures[J]. *Materials Reports*, 2019, 33(24): 4193-4198. (in Chinese)
- [14] 崔占鑫. 复合固体推进剂加压固化粘弹性本构模型及其应用[D]. 长沙: 国防科技大学, 2021.
CUI Z X. Viscoelastic constitutive model and its application to composite solid propellant in pressure cure stage[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2021. (in Chinese)
- [15] CUI Z X, LI H Y, SHEN Z B, et al. A viscoelastic constitutive model of propellant with pressure cure[J]. *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, 2021, 46(7): 1036-1048.
- [16] CUI Z X, LI H Y, SHEN Z B, et al. Analysis of load optimization in solid rocket motor propellant grain with pressure cure[J]. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2021, 2021(1): 5026878.
- [17] MA S, FAN H J, ZHANG N, et al. Investigation of a low-toxicity energetic binder for a solid propellant: curing, microstructures, and performance[J]. *ACS Omega*, 2020, 5(47): 30538-30548.
- [18] 王瑞民. 高能固体推进剂固化过程数值模拟研究[D]. 太原: 中北大学, 2023.
WANG R M. Numerical simulation of solidification process of high energy solid propellant[D]. Taiyuan: North University of China, 2023. (in Chinese)
- [19] 卢鑫浩, 叶宝云, 程王健, 等. B-GAP基推进剂药浆流变特性和固化动力学研究[J]. *含能材料*, 2022, 30(11): 1083-1089.
LU X H, YE B Y, CHENG W J, et al. Research on rheological properties and curing kinetics of B-GAP-based propellant slurry[J]. *Chinese Journal of Energetic Materials*, 2022, 30(11): 1083-1089. (in Chinese)
- [20] YAMANAKA Y, MATSUBARA S, MORIGUCHI S, et al. A method of fully implicit coupled analyses for thermoset resin subjected to cure based on variationally consistent formulation for finite thermo-viscoelasticity[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2023, 268: 112161.
- [21] HUI X Y, XU Y J, ZHANG W C, et al. Multiscale collaborative optimization for the thermochemical and thermomechanical cure process during composite manufacture[J]. *Composites Science and Technology*, 2022, 224: 109455.
- [22] LIU X Y, XIE X Y, ZHOU D M, et al. Numerical analysis of curing residual stress and strain in NEPE propellant grain[J]. *Polymers*, 2023, 15(4): 1019.
- [23] 周东谟, 谢旭源, 王瑞民, 等. NEPE推进剂固化降温过程残余应力应变分析[J]. *含能材料*, 2024, 32(2): 193-203.
ZHOU D M, XIE X Y, WANG R M, et al. Residual stress/strain analysis of NEPE propellant under curing and cooling[J]. *Chinese Journal of Energetic Materials*, 2024, 32(2): 193-203. (in Chinese)
- [24] CHEN G Q, PAN T L, HUI W W, et al. Numerical and experimental study on the curing process of NEPE solid rocket propellant considering multi-physical field effects[J]. *Case Studies in Thermal Engineering*, 2024, 61: 105124.
- [25] DING A X, LI S X, SUN J X, et al. A thermo-viscoelastic model of process-induced residual stresses in composite structures with considering thermal dependence[J]. *Composite Structures*, 2016, 136: 34-43.
- [26] WU D, Lei Y J, Shen Z B, et al. Pressure cure of solid propellant charge based on thermo-chemo-mechanical fully coupled viscoelastic model[J]. *International Journal of Material Forming*, 2025, 18(2): 46.
- [27] 王道林, 钱勛, 孙晓飞, 等. 复合固体推进剂力学性能调控方法研究进展[J]. *固体火箭技术*, 2022, 45(5): 729-740.
WANG D L, QIAN X, SUN X F, et al.

- Research progress on regulation method in mechanical properties of composite solid propellant[J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2022, 45(5): 729-740. (in Chinese)
- [28] KIM Y K, WHITE S R. Stress relaxation behavior of 3501-6 epoxy resin during cure[J]. *Polymer Engineering & Science*, 1996, 36(23): 2852-2862.
- [29] YAMANAKA Y, MATSUBARA S, SAITO R, et al. Thermo-mechanical coupled incremental variational formulation for thermosetting resins subjected to curing process[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2021, 216: 30-42.
- [30] FU Y T, GAO X H, YAO X F. Mesoscopic simulation on curing deformation and residual stresses of 3D braided composites[J]. *Composite Structures*, 2020, 246: 112387.
- [31] DING A X, LI S X, WANG J H, et al. A three-dimensional thermo-viscoelastic analysis of process-induced residual stress in composite laminates[J]. *Composite Structures*, 2015, 129: 60-69.
- [32] WANG Q, YANG X F, ZHANG X W, et al. Effect of cure cycles on residual stresses in thick composites using multi-physics coupled analysis with multiple constitutive models[J]. *Materials Today Communications*, 2022, 32: 104094.
- [33] 王芮, 李晓萌, 王晓青, 等. 非等温 DSC 法研究聚丁二烯点击化学固化动力学[J]. *火炸药学报*, 2019, 42(4): 328-334.
WANG R, LI X M, WANG X Q, et al. Study on the click chemical curing reaction kinetics of polybutadiene triazole system by non-isothermal DSC method[J]. *Chinese Journal of Explosives & Propellants*, 2019, 42(4): 328-334. (in Chinese)
- [34] GU J P, ZHAO S L, ZHANG X P, et al. A hygro-thermo-mechanical constitutive model for hygrothermally activated shape memory polymers under finite deformations[J]. *Mechanics of Materials*, 2020, 150: 103594.
- [35] GONÇALVES P T, ARTEIRO A, ROCHA N, et al. Numerical analysis of micro-residual stresses in a carbon/epoxy polymer matrix composite during curing process[J]. *Polymers*, 2022, 14(13): 2653.
- [36] 胡义文. 基于叠氮粘合剂的弹性体和推进剂力学性能研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2018.
HU Y W. Research on the mechanical properties of azide polyurethane elastomers and its propellant[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2018. (in Chinese)
- [37] 刘琪琪, 王春光, 张恺宁, 等. HEDM 推进剂的非线性粘弹损伤本构及其细观损伤演化研究[J]. *固体火箭技术*, 2023, 46(1): 88-95.
LIU Q Q, WANG C G, ZHANG K N, et al. Nonlinear viscoelastic constitutive model and meso-damage evolution of HEDM propellant[J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2023, 46(1): 88-95. (in Chinese)
- [38] LIU Z D, ZHENG X T, GAO L, et al. Comparative study on the effect of cure parameters on residual deformation for thermoset composite laminates[J]. *Journal of Composite Materials*, 2021, 55(19): 2591-2604.