



国防科技大学学报

Journal of National University of Defense Technology

ISSN 1001-2486, CN 43-1067/T

《国防科技大学学报》网络首发论文

题目：复合倾转旋翼无人机多模态优化控制分配与容错控制
作者：梁庄，杨希祥，刘多能，侯中喜，范丽
收稿日期：2025-01-11
网络首发日期：2025-12-29
引用格式：梁庄，杨希祥，刘多能，侯中喜，范丽. 复合倾转旋翼无人机多模态优化控制分配与容错控制[J/OL]. 国防科技大学学报.
<https://link.cnki.net/urlid/43.1067.T.20251229.1121.004>



网络首发：在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认：纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

doi: 10.11887/j.issn.1001-2486.25010019

复合倾转旋翼无人机多模态优化控制分配与容错控制

梁 庄¹, 杨希祥^{1*}, 刘多能¹, 侯中喜¹, 范 丽²

(1. 国防科技大学 空天科学学院, 湖南 长沙 410073; 2. 浙江大学 控制科学与工程学院, 浙江 杭州 310027)

摘 要: 针对复合倾转旋翼无人机过驱动条件下的控制分配与执行器故障重构问题, 提出了一种多模态优化控制分配与容错控制策略。基于倾转旋翼飞行器动力学特性, 建立了运动学和动力学模型, 利用角加速度反馈补偿不确定动态部分, 设计了混合增量非线性动态逆控制律; 研究了虚拟控制量与实际控制输入的分配方法, 根据稳定性和执行成本等要求设计多目标综合优化函数, 利用小维度严格凸二次规划方法进行求解。在控制分配目标函数基础上, 提出了多模态下的容错控制策略, 针对故障舵面实际提供的控制力矩难以满足期望值的问题, 引入倾转矢量推力作为补充执行器, 实现飞行器安全稳定运行。数值仿真验证了所设计的控制分配与容错控制策略的有效性。

关键词: 复合倾转旋翼无人机; 增量动态逆; 优化控制分配; 倾转矢量推力; 容错控制

中图分类号: V249.1 文献标识码: A

Multi-mode optimal control allocation and fault-tolerant control of compound tilt-rotor UAV

LIANG Zhuang¹, YANG Xixiang^{1*}, LIU Duoneng¹, HOU Zhongxi¹, FAN Li²

(1. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China; 2. College of Control Science and Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: To address control allocation and actuator fault reconfiguration problems under over actuated conditions in compound tilt-rotor UAV (unmanned aerial vehicles), a multi-mode optimization control allocation and fault-tolerant control strategy was proposed to address these challenges. Based on the dynamic characteristics of tilt-rotor aircraft, kinematic and dynamic models were established. Angular acceleration feedback was utilized to compensate for unmodeled dynamic parts, and a compound incremental nonlinear dynamic inversion control law was designed. The distribution method of virtual control quantities and actual control inputs was studied. A multi-objective comprehensive optimization function was designed based on requirements such as stability and actuation cost and was solved using a small-dimensional strictly convex quadratic programming method. Based on the control allocation objective function, a fault-tolerant control strategy under multimodal conditions was developed. To address the issue where the control moments provided by the faulty control surfaces are difficult to meet the expected values, tilt vector thrust was introduced as a supplementary actuator to ensure the safe and stable operation of the aircraft. Numerical simulations demonstrate the effectiveness of the designed control allocation and fault-tolerant control strategies.

Keywords: compound tilt-rotor UAV; incremental dynamic inversion; optimized control allocation; tilt vector thrust; fault-tolerant control

倾转旋翼无人机 (tilt-rotor unmanned aerial vehicle, TRUAV) 是一种结合了旋翼和固定翼飞

收稿日期: 2025-01-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (52172410)

第一作者: 梁庄 (1997—), 男, 辽宁大连人, 博士研究生, E-mail: liangzhuang15@nudt.edu.cn

*通信作者: 杨希祥 (1982—), 男, 河北衡水人, 教授, 博士, 博士生导师, E-mail: nkyangxixiang@163.com

引用格式: 梁庄, 杨希祥, 刘多能, 等. 复合倾转旋翼无人机多模态优化控制分配与容错控制[J]. 国防科技大学学报

Citation: LIANG Z, YANG X X, LIU D N, et al. Multi-mode optimal control allocation and fault-tolerant control of compound tilt-rotor UAV[J]. Journal of National University of Defense Technology

机优势的飞行器。它不仅可以执行垂直起降任务，而且还具有长航时和宽操作范围等特点^[1-2]。与其他垂直起降飞行器（如多旋翼、复合翼、尾坐式以及推力矢量等）相比，倾转旋翼无人机兼顾垂直起降和高速飞行，其过渡操作范围大于尾坐式，飞行效率高于复合翼无人机^[3-4]。然而，倾转旋翼无人机在不同模式下控制逻辑和执行机构种类数量都不同，这些特性带来的控制分配问题给控制系统的设计提出了挑战^[5]。此外，面对倾转旋翼多执行机构的特征，需要研究相应容错控制策略，解决执行器不确定性故障发生时的稳定纠偏控制问题^[6]。

针对倾转旋翼无人机不同模式下尤其是过渡期间的控制分配问题，国内外学者提出了多种解决方案：包括变权重混合的控制策略^[7-8]、控制效率矩阵在线计算策略^[9-10]以及多目标非线性规划控制策略^[11-12]等，其中余力等人^[7]针对倾转三旋翼的过渡控制问题提出一种采用两种控制器混合的控制策略，根据空速自适应调整控制器之间的权重，形成过渡控制分配器。郑琛等人^[9]提出引入舵面控制分配算法，通过实时计算控制效率矩阵实现倾转旋翼飞行器从旋翼模式到固定翼模式的平稳转换。刘真畅等人^[12]提出一种二级递进式非线性规划控制分配方法解决了倾转矢量推力无人机过渡控制问题。此外 Pfeifle 等人^[13]提出一种增量式控制分配方法，建立功耗最小化范式，通过凸优化理论保证分配函数求解效率与全局最优性。

倾转旋翼无人机通过驱动冗余操纵的特征提高了执行机构发生故障的概率，需要研究倾转旋翼故障下的容错控制方法。目前飞行器的容错控制方法主要分为被动容错控制与主动容错控制^[14]。被动容错控制将故障及干扰等处理为系统综合不确定性，利用观测器对故障、干扰等在内的综合不确定量进行估计，达到容错控制目的^[15]，但所设计的观测器一般存在对不确定的过估计问题，同时强鲁棒控制器降低了系统控制精度。主动容错控制方法通过动态调整控制分配矩阵以适应检测到的故障，实现飞行器故障条件下的稳定控制，其中 Mousaei 等人^[14]提出了一种主动容错控制分配方法，通过构造控制分配优化函数，使倾转四旋翼能够适应执行器故障。Führer 等人^[16]分析了尾坐式飞行器可能出现的执行器故障及其对系统功能的限制，通过动态调整控制分配矩阵使控制器具有容错能力。

本文针对复合倾转旋翼无人机多执行机构带来的控制分配与容错控制问题，综合控制稳定性

以及执行成本等设计指标，建立了多目标控制分配优化函数，结合混合增量动态逆控制（fusion incremental nonlinear dynamic inversion, FINDI）理论，实现了飞行器在模型不确定性和外部扰动下的稳定高效控制，并在控制分配研究的基础上提出了多模态下的容错控制策略，使飞行器面对不同类型执行器故障能够快速实现稳定的纠偏控制。

1 复合倾转旋翼机建模及预备理论

1.1 复合倾转旋翼设计特点

本文研究对象为一种六旋翼-固定翼复合模式的过驱动半（前）倾转飞行器，如图 1 所示。与传统的全倾转旋翼飞行器相比，复合倾转旋翼飞行器具备更宽的过渡倾转裕度和更高的安全性^[17]。该机采用 6 套电动推进装置，其中 4 套固定螺旋桨安装在主翼中部延长架末端，另外两套倾转螺旋桨安装在前方鸭翼末端，鸭翼末端安装倾转电机可以在 $0\sim 90^\circ$ 的范围内倾转，实现飞行器从旋翼模式到固定翼模式的加速，以及从固定翼到旋翼的减速。该飞机的主机翼与鸭翼均采用 Liebeck LA5055 翼型^[18]，鸭翼为平直翼，主翼分段后掠。主翼尾部设计带有翼尖小翼用于降低翼尖涡强度，减小机翼诱导阻力。在飞机后部增加一对向下的 V 形尾翼，以提供方向稳定性，也可作为飞机的地面支撑装置。

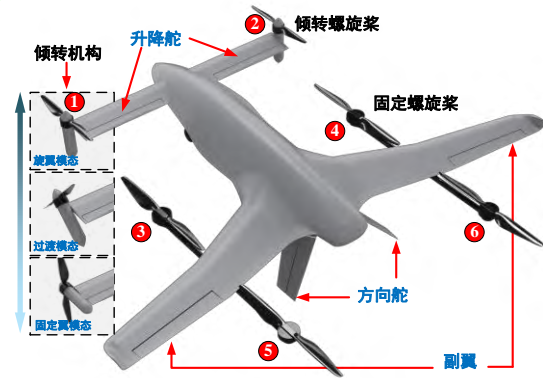


图 1 复合倾转旋翼总体布局设计

Fig. 1 Overall layout design of compound tilt-rotor

图 2 展示了复合倾转旋翼无人机 5 个典型飞行阶段，首先飞行器依靠 6 个螺旋桨的推力垂直起飞。在从垂直飞行过渡到水平飞行的过程中，鸭翼上的两个倾转机构向前倾转提供前向推力，提高飞行速度。

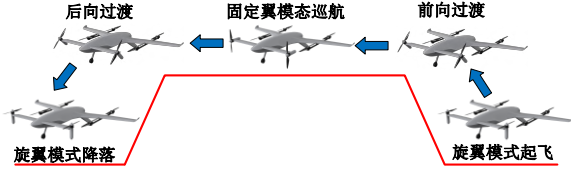


图 2 复合倾转旋翼飞行剖面

Fig. 2 Compound tilt-rotor flight profile

当飞机达到巡航速度后，主翼上的四个固定旋翼停止旋转，并调整叶片与机身纵轴平行，此时倾转旋翼飞行器由机翼的气动升力提供支撑，具有较长的续航能力。完成巡航任务后进入后向过渡阶段，主翼上的四个固定旋翼开始旋转，同时鸭翼上的两个倾斜旋翼反向倾转以提供升力平衡重力，最后垂直下降并着地。复合倾转旋翼飞行器设计参数见表 1：

表 1 复合倾转旋翼机设计参数

参数	描述	值
m / kg	质量	31.2
b / m	翼展	2.726
\bar{c} / m	平均气动弦长	0.281
S_{ref} / m^2	机翼参考面积	0.783
D_t / m	倾转螺旋桨直径 (1~2 号)	0.508
D_f / m	固定螺旋桨直径 (3~6 号)	0.736
$\omega_{t,max} / (\text{r/min})$	倾转螺旋桨的最大转速	8300
$\omega_{f,max} / (\text{r/min})$	固定螺旋桨的最大转速	5200

1.2 复合倾转旋翼数学模型

本文研究的复合倾转旋翼受力情况及坐标框架如图 3 所示：

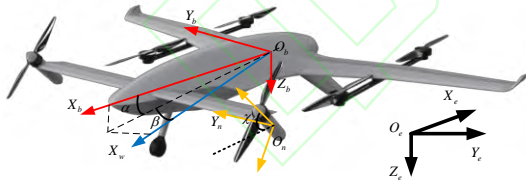


图 3 机体受力及坐标系定义

Fig. 3 Definition of body forces and coordinate system

其中，惯性坐标系定义为 $F^E \{O_e, X_e, Y_e, Z_e\}$ 、机体坐标系定义为 $F^B \{O_b, X_b, Y_b, Z_b\}$ 、气流坐标系定义为 $F^W \{O_w, X_w, Y_w, Z_w\}$ 以及倾转坐标系定义为 $F^N \{O_n, X_n, Y_n, Z_n\}$ 。参考牛顿-欧拉方程，对飞行器的平动和转动动力学进行如下建模：

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{P}}^E = \mathbf{V}^E \\ \dot{\mathbf{V}}^E = \mathbf{g} + \mathbf{R}_B^E \mathbf{F}^B / m \\ \dot{\boldsymbol{\Theta}} = \mathbf{R}_\Omega \boldsymbol{\Omega}^B \\ \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\Omega}}^B = \mathbf{M}^B - \boldsymbol{\Omega}^B \times \mathbf{J} \boldsymbol{\Omega}^B \end{cases} \quad (1)$$

式中 \mathbf{P}^E 和 \mathbf{V}^E 分别为惯性系下的位置和速度， $\boldsymbol{\Theta}$ 和 $\boldsymbol{\Omega}^B$ 分别为飞行器的欧拉角和体坐标系下的各轴角速度。 m 为飞行器的总质量， \mathbf{J} 为惯性矩阵， $\mathbf{g} = [0 \ 0 \ 9.8]^T$ 为惯性系下的重力矢量， \mathbf{R}_Ω 定义为欧拉角到角速度的转换矩阵。

\mathbf{F}^B 代表体坐标系下飞行器受到的气动力以及旋翼升力的合力，其定义为：

$$\begin{cases} \mathbf{F}^B = \mathbf{F}_{rotor}^B + \mathbf{F}_{aero}^B \\ \mathbf{F}_{rotor}^B = \sum_{i=1}^2 T_{rotor,i} \mathbf{R}_{\chi_i} \mathbf{e}_3 + \sum_{i=3}^6 T_{rotor,i} \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{F}_{aero}^B = \mathbf{R}_W^B [D_m \ Y_m \ L_m]^T \end{cases} \quad (2)$$

其中 \mathbf{F}_{rotor}^B 为本体系下六个倾转旋翼产生的总推力， $T_{rotor,i}$ 为第 i 个旋翼产生的推力，定义为：

$$T_{rotor,i} = \begin{cases} c_{F,r} (v_{xi}^r, \omega_i) \omega_i^2 & i=1, 2 \\ c_{F,f} (v_z^b, \omega_i) \omega_i^2 & i=3, \dots, 6 \end{cases},$$

\mathbf{R}_χ 为机身坐标系到倾转坐标系的旋转矩阵，定义为：

$$\mathbf{R}_\chi = \begin{bmatrix} \cos \chi & 0 & -\sin \chi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \chi & 0 & \cos \chi \end{bmatrix},$$

$c_{F,r}, c_{F,f}$ 分别为倾转和固定螺旋桨推力系数， $v_{xi} = \mathbf{e}_1^T \mathbf{R}_{\chi_i} \mathbf{v}^b$ 为第 i 个倾转旋翼径向来流速度， \mathbf{F}_{aero}^B 为本体系下的气动力， D_m, Y_m 以及 L_m 分别为升力、阻力和侧向力：

$$\begin{cases} D_m = \bar{q} S_{ref} C_D(\alpha, \beta) \\ Y_m = \bar{q} S_{ref} C_Y(\alpha, \beta) \\ L_m = \bar{q} S_{ref} C_L(\alpha, \beta) \end{cases} \quad (3)$$

其中 \bar{q} 是动压， C_L, C_D 和 C_Y 分别是升力系数、阻力系数和侧滑力系数， α 和 β 分别为迎角和侧滑角。 \mathbf{M}^B 代表体坐标系下飞行器受到的合力矩：

$$\begin{cases} \mathbf{M}^B = \mathbf{M}_{rotate}^B + \mathbf{M}_{thrust}^B + \mathbf{M}_{aero}^B + \mathbf{M}_{gyro}^B \\ \mathbf{M}_{rotate}^B = \sum_{i=1}^2 \tau_i \mathbf{R}_{\chi_i} \mathbf{e}_3 + \sum_{i=3}^6 \tau_i \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{M}_{thrust}^B = \sum_{i=1}^2 \mathbf{d}_{ri}^B \times (T_{rotor,i} \mathbf{R}_{\chi_i} \mathbf{e}_3) + \sum_{i=3}^6 \mathbf{d}_{ri}^B \times (T_{rotor,i} \mathbf{e}_3) \\ \mathbf{M}_{gyro}^B = \mathbf{J} \sum_{i=1}^2 (\boldsymbol{\Omega}^B \times (-1)^{d_i} \omega_i^2 \mathbf{e}_3) \end{cases} \quad (4)$$

式中 \mathbf{M}_{rotate}^B 为旋翼旋转反扭矩； \mathbf{M}_{thrust}^B 为机体坐标系下旋翼推力力矩； \mathbf{M}_{gyro}^B 为旋翼倾转反扭矩。 τ_i 为第 i 个旋翼产生的扭矩，定义为：

$$\tau_i = \begin{cases} (-1)^{d_i} c_{K,r} (v_{xi}^r, \omega_i) \omega_i^2 & i=1,2 \\ (-1)^{d_i} c_{K,f} (v_z^b, \omega_i) \omega_i^2 & i=3,\dots,6 \end{cases}$$

d_{ri}^B 为机体坐标系下第 i 个旋翼中心距中心的相对位置, $c_{K,r}, c_{K,f}$ 分别为倾转和固定螺旋桨的反扭矩系数, $d_i = \{0,1\}$ 是第 i 个转子绕其轴线的旋转方向。 M_{aero}^B 为机体坐标系下气动力矩:

$$M_{aero}^B = \begin{bmatrix} b(C_l + C_{La} \delta_a) \bar{q} S \\ \bar{c}(C_m + C_{me} \delta_e) \bar{q} S \\ b(C_n + C_{nr} \delta_r) \bar{q} S \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中, C_l , C_m 和 C_n 分别为滚转、俯仰和偏航系数, C_{La} 为副翼效率系数, C_{me} 为升降舵效率系数, C_{nr} 为方向舵效率系数。

1.3 混合增量动态逆控制理论

考虑如下非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (6)$$

其中 \mathbf{x} 表示系统状态向量; \mathbf{u} 表示系统输入向量; \mathbf{y} 表示系统输出向量。将上式中的 $\dot{\mathbf{x}}$ 在状态 $(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ 的小邻域内进行泰勒展开, 可得:

$$\dot{\mathbf{x}} \approx \dot{\mathbf{x}}_0 + \mathbf{A}_0 \Delta \mathbf{x} + \mathbf{g}(\mathbf{x}_0) \Delta \mathbf{u} + \tilde{\Delta}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) \quad (7)$$

且有:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_0 &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) + \mathbf{g}(\mathbf{x}_0)\mathbf{u}_0 \\ \mathbf{A}_0 &= (\partial(\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}) / \partial \mathbf{x})|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0} \Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}_0) &= (\partial(\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}) / \partial \mathbf{u})|_{\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0} \Delta \mathbf{u} = \mathbf{u} - \mathbf{u}_0 \end{aligned}$$

其中 $\tilde{\Delta}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ 表示系统的高阶项, 当控制律的解算频率足够高时, 状态量的增量 $\Delta \mathbf{x}$ 相对于控制输入的增量 $\Delta \mathbf{u}$ 是高阶小量。因此, 假设 $\Delta \mathbf{x} \ll \Delta \mathbf{u}$ 成立, 则 $\mathbf{A}_0 \Delta \mathbf{x}$ 可以忽略, 在此基础上进一步忽略高阶项 $\tilde{\Delta}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$ 则上式可简化为:

$$\dot{\mathbf{x}} \approx \dot{\mathbf{x}}_0 + \mathbf{g}(\mathbf{x}_0) \Delta \mathbf{u} \quad (8)$$

此时, 系统方程可以表示为:

$$\dot{\mathbf{y}} = \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}} \approx \mathbf{h}_x (\dot{\mathbf{x}}_0 + \mathbf{g}(\mathbf{x}_0) \Delta \mathbf{u}) \quad (9)$$

为了使系统的输出量满足 $\dot{\mathbf{y}} = \dot{\mathbf{y}}_{des}$, 构建如下增量形式的逆控制律:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + (\mathbf{h}_x \mathbf{g}(\mathbf{x}_0))^{-1} (\dot{\mathbf{y}}_{des} - \mathbf{h}_x \dot{\mathbf{x}}_0) \quad (10)$$

其中, $\dot{\mathbf{y}}_{des}$ 表示系统期望的输出响应。观察式(10)可知, 由于标准增量动态逆控制 (incremental nonlinear dynamic inversion, INDI) 是根据标称模型求逆得到的, 在存在扰动或不确定性的情况下, 模型依赖的控制增益矩阵是不匹配的。这必然会削弱角加速度反馈, 从而导致控制效果不佳。为了解决这个问题, 增加了一个混合系数 \mathbf{K}_F 作为新

的可调变量来加强传统的 INDI:

$$\mathbf{u}_F = \mathbf{K}_F (\mathbf{h}_x \mathbf{g}(\mathbf{x}))^{-1} \cdot (\dot{\mathbf{y}}_{des} - \mathbf{h}_x \dot{\mathbf{x}}_0) \quad (11)$$

最终的控制输入为 $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_F + \Delta \mathbf{u}$, 为方便起见, 称之为 FINDI 控制。由于混合项 \mathbf{u}_F 引入了额外的角加速度反馈项, 当存在外部扰动或模型不确定性时, 额外的加速度反馈可以有效地抑制它们。

对 FINDI 的鲁棒性进行分析, 由于存在不确定影响, 方程(9)不能准确匹配实际动力学, 而真正的动力学表现为

$$\dot{\mathbf{y}} = \dot{\mathbf{y}}_0 + \mathbf{h}_x (\mathbf{g}(\mathbf{x}_0) + \Delta \mathbf{G})(\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) \quad (12)$$

其中 $\Delta \mathbf{G}$ 表示控制效果函数的不确定性。合理假设如下:

假设 1: 控制效果矩阵的不确定性有界于

$$|\Delta \mathbf{G}| \leq \varepsilon \cdot |\mathbf{g}(\mathbf{x}_0)| \quad (13)$$

其中, ε 表示不确定性水平, 由于控制矩阵一般为对角线形式, 这里和下方的绝对值均表示矩阵元素的绝对值。

定理 1 如果假设 1 成立, 当混合增益系数满足(14)式时, FINDI 控制器对不确定性 $\Delta \mathbf{G}$ 具有鲁棒性。

$$|\mathbf{K}_F| \leq \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \mathbf{I} \quad (14)$$

证明: 将 FINDI 控制律(11)代入到(12)中, 得到:

$$\dot{\mathbf{y}} = \dot{\mathbf{y}}_{cmd} + (\mathbf{g}(\mathbf{x}_0)^{-1} \Delta \mathbf{G} + \mathbf{K}_F \mathbf{g}(\mathbf{x}_0)^{-1} \Delta \mathbf{G} + \mathbf{K}_F) \dot{\mathbf{y}}_{cmd} - (\mathbf{g}(\mathbf{x}_0)^{-1} \Delta \mathbf{G} + \mathbf{K}_F \mathbf{g}(\mathbf{x}_0)^{-1} \Delta \mathbf{G} + \mathbf{K}_F) \mathbf{h}_x \dot{\mathbf{x}}_0 \quad (15)$$

定义 $\mathbf{B} = (\mathbf{g}(\mathbf{x}_0)^{-1} \Delta \mathbf{G} + \mathbf{K}_F \mathbf{g}(\mathbf{x}_0)^{-1} \Delta \mathbf{G} + \mathbf{K}_F)$, 方程(15)变为:

$$\dot{\mathbf{y}} = (\mathbf{I} + \mathbf{B}) \dot{\mathbf{y}}_{des} + \mathbf{B} \mathbf{h}_x \dot{\mathbf{x}}_0 \quad (16)$$

由于 $\dot{\mathbf{x}}_0$ 是 $\dot{\mathbf{x}}$ 的前一个样本状态, 因此

$$\dot{\mathbf{y}}_0 = \mathbf{h}_x (z^{-1} \dot{\mathbf{x}}) \quad (17)$$

将方程(17)代入到方程(16)可得到:

$$\dot{\mathbf{y}} = z(z\mathbf{I} + \mathbf{B})^{-1} (\mathbf{I} + \mathbf{B}) \dot{\mathbf{y}}_{des} = \mathbf{H}(z) \dot{\mathbf{y}}_{des} \quad (18)$$

$\mathbf{H}(z)$ 定义为 $\dot{\mathbf{y}}_{des}$ 到 $\dot{\mathbf{y}}$ 的传递函数, 其稳定性要求矩阵 \mathbf{B} 的特征值绝对值的最大值应小于 1, 进一步可以得到:

$$\begin{aligned} |\mathbf{B}| &= |(\mathbf{g}(\mathbf{x}_0)^{-1} \Delta \mathbf{G} + \mathbf{K}_F \mathbf{g}(\mathbf{x}_0)^{-1} \Delta \mathbf{G} + \mathbf{K}_F)| \\ &\leq |\mathbf{g}(\mathbf{x}_0)^{-1} \Delta \mathbf{G}| + |\mathbf{K}_F \mathbf{g}(\mathbf{x}_0)^{-1} (\Delta \mathbf{G} + \mathbf{g}(\mathbf{x}_0))| \\ &= |\mathbf{g}(\mathbf{x}_0)^{-1}| |\Delta \mathbf{G}| + |\mathbf{K}_F| |\mathbf{g}(\mathbf{x}_0)^{-1}| (|\Delta \mathbf{G}| + |\mathbf{g}(\mathbf{x}_0)|) \\ &\leq |\mathbf{g}(\mathbf{x}_0)^{-1}| |\Delta \mathbf{G}| + |\mathbf{K}_F| |\mathbf{g}(\mathbf{x}_0)^{-1}| (|\Delta \mathbf{G}| + |\mathbf{g}(\mathbf{x}_0)|) \end{aligned} \quad (19)$$

将方程(13)和(14)代入方程(19), 可得:

$$|\mathbf{B}| \leq \varepsilon \mathbf{I} + (1+\varepsilon) |\mathbf{K}_F| \leq \varepsilon \mathbf{I} + (1+\varepsilon) \mathbf{I} = \mathbf{I} \quad (20)$$

因此, 对角矩阵 \mathbf{B} 的特征值绝对值的最大值小于 1 时, 闭环的系统 $\dot{\mathbf{y}}$ 的增益为:

$$\lim_{z \rightarrow 1} \mathbf{H}(z) = \lim_{z \rightarrow 1} z(\mathbf{I} + \mathbf{B})^{-1}(\mathbf{I} + \mathbf{B}) = \mathbf{I} \quad (21)$$

这意味着 $\dot{\mathbf{y}}_{dex}$ 可以通过 FINDI 被 $\dot{\mathbf{x}}$ 跟踪, 表明控制器在模型不确定 $\Delta \mathbf{G}$ 的作用下具有鲁棒性, 证明完毕。 \square

2 多模态控制分配与容错控制重构策略

复合倾转旋翼机全飞行模态控制分配与容错控制重构架构如图 4 所示, 整个飞行系统由三个

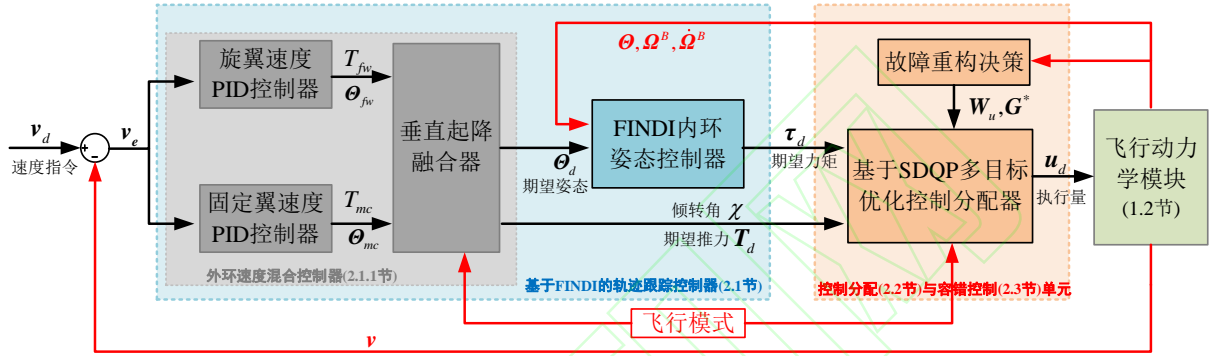


图 4 全飞行模态的控制分配与容错控制重构架构

Fig. 4 Control allocation and fault-tolerant control reconstruction architecture for all flight modes

2.1 基于 FINDI 的轨迹跟踪

2.1.1 速度混合控制器构建

速度混合控制器由旋翼速度控制器、固定翼速度控制器以及垂直起降融合器组成, 本文固定翼速度控制器主要来自文献[19], 而旋翼速度控制器来自文献[20]。这两个控制器已在 Pixhawk 自动驾驶软件上实现, 不再赘述。

垂直起降融合器是从两种模态的速度控制器中获取期望姿态 θ_{mc}, θ_{fw} 、推力 T_{mc}, T_{fw} 以及倾转角 χ , 并将其融合加权。融合的期望推力设定点 $T_d = [T_{d,x}, 0, T_{d,z}]^T$ 和期望姿态设定点 θ_d 根据经验计算为:

$$\begin{cases} T_{d,x} = T_{fw} \eta_T \\ T_{d,z} = T_{mc} (1 - \eta_T) \\ \theta_d = \eta_\theta \theta_{mc} + (1 - \eta_\theta) \theta_{fw} \end{cases} \quad (22)$$

其中

$$\begin{cases} \eta_T = \text{constrain}(k_T(v_x - V_s), 0, 1) \\ \eta_\theta = \text{constrain}(1 - v_x / V_d, 0, 1) \end{cases} \quad (23)$$

此外还需根据前飞速度决定倾转角 χ , 根据经验飞行器 v_x 到倾转角度 χ 具有线性映射:

$$\chi = \text{constrain}(k_\chi(v_x - V_s), 0, \pi/2) \quad (24)$$

部分组成: 基于 FINDI 的轨迹跟踪器、控制分配与容错控制器以及动力学单元组成。

为保证飞行器能够稳定运行, 整个控制系统采用分级架构, 将控制系统分为较慢变化的速度控制回路以及较快变化的姿态角控制回路。其中速度控制回路接收期望的速度信息 v_d 计算出期望的姿态角 θ_d 和推力设定点 T_d , 姿态控制器将期望的姿态转换为控制力矩 τ_d 发送给控制分配器, 控制分配器最后将期望的推力和控制力矩映射到复合倾转旋翼机的作动器 u_d 进行飞行控制。

其中 $\text{constrain}(a, b, c)$ 的含义为确保 a 的值在 b 和 c 之间, 如果 v_x 小于 V_s 则螺旋桨指向上方, 倾转机构保持不变。随着空速增加, 1 号和 2 号螺旋桨逐渐向前倾斜, 直到飞行器前向飞行速度达到期望速度 V_d 时处于固定翼配置 ($\chi = \pi/2$), k_T 和 k_χ 分别为期望推力和倾转角的混合增益系数。

2.1.2 姿态控制器构建

轨迹跟踪器内环姿态控制器采用 1.3 节提出的 FINDI 控制器, 首先根据力矩方程(1), 角加速度表达式为:

$$\dot{\Omega}^B = J^{-1}(\mathbf{M}^B + \boldsymbol{\tau} - \Omega^B \times (J\Omega^B)) \quad (25)$$

在当前状态 Ω_0 和虚拟控制力矩 τ_0 对方程(25)进行泰勒展开:

$$\begin{aligned} \dot{\Omega}^B &= J^{-1}(\mathbf{M}^B + \boldsymbol{\tau} - \Omega^B \times (J\Omega^B)) \\ &\approx J^{-1}(\mathbf{M}_0^B + \boldsymbol{\tau}_0 - \Omega_0^B \times (J\Omega_0^B)) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial \Omega^B} [J^{-1}(\Omega_0^B + \boldsymbol{\tau} - \Omega^B \times (J\Omega^B))] \Big|_{\Omega_0^B} \times (\Omega^B - \Omega_0^B) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\tau}} [J^{-1}(\Omega_0^B + \boldsymbol{\tau} - \Omega^B \times (J\Omega^B))] \Big|_{\Omega_0^B} \times (\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}_0) \\ &\quad + o(\Omega^B - \Omega_0^B) + o(\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}_0) \end{aligned} \quad (26)$$

根据力矩方程(25), 泰勒展开式的首项即为

当前角加速度值 $\dot{\boldsymbol{\Omega}}_0$ ，对于第二项，已知控制输入的改变首先会导致角加速度的变化，由于角速度是角加速度的积分，在时间增量极小的情况下，其增量 $(\boldsymbol{\Omega}^B - \dot{\boldsymbol{\Omega}}_0^B)$ 可忽略不计。最后关于第三项，显然

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\tau}} [\mathbf{J}^{-1}(\boldsymbol{\Omega}_0^B - \boldsymbol{\Omega}^B \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\Omega}^B))] = 0 \quad (27)$$

因此，忽略高阶项方程(26)变为：

$$\dot{\boldsymbol{\Omega}}^B = \dot{\boldsymbol{\Omega}}_0 + \mathbf{J}^{-1} \cdot (\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}_0) = \dot{\boldsymbol{\Omega}}_0 + \mathbf{J}^{-1} \cdot d\boldsymbol{\tau} \quad (28)$$

由于存在扰动或不确定性时，飞行器的控制增益矩阵不匹配导致控制效果不佳，引入 1.3 节的 F-INDI 控制理论，增加了一个混合项 $\boldsymbol{\tau}_p = \mathbf{K}_f \mathbf{J}(\dot{\boldsymbol{\Omega}}_d^B - \dot{\boldsymbol{\Omega}}_0^B)$ 作为新的可调变量来加强传统的 INDI，其中 $\dot{\boldsymbol{\Omega}}_d^B$ 是期望角加速度，最终控制输入为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\tau}_d = \boldsymbol{\tau}_p + (\boldsymbol{\tau}_0 + d\boldsymbol{\tau}) \\ d\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}(\dot{\boldsymbol{\Omega}}_d^B - \dot{\boldsymbol{\Omega}}_0^B) \end{cases} \quad (29)$$

期望角速度 $\boldsymbol{\Omega}_d^B$ 和期望角加速度 $\dot{\boldsymbol{\Omega}}_d^B$ 由下式得出：

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Omega}_d^B = \mathbf{K}_\Theta(\boldsymbol{\Theta}_d - \boldsymbol{\Theta}) \\ \dot{\boldsymbol{\Omega}}_d^B = \mathbf{K}_\Omega(\boldsymbol{\Omega}_d^B - \boldsymbol{\Omega}^B) \end{cases} \quad (30)$$

其中 \mathbf{K}_Θ 和 \mathbf{K}_Ω 为正定对角增益矩阵。

2.2 多目标优化控制分配器设计

控制分配单元包含 3 项目标优化函数，分别为：控制输入惩罚函数项、控制偏移惩罚函数项以及执行器成本与权重分配函数项。控制分配单元在保证飞行器控制的准确性与稳定性的基础上，降低飞行器过程中执行器消耗的成本。

2.2.1 控制输入惩罚函数项

目标复合倾转旋翼飞行器共有 14 个执行器，控制输入惩罚项的目标是将虚拟控制输入 \mathbf{v} 映射到执行器控制输入 \mathbf{u} 上并最小化参考推力/扭矩与实际推力/扭矩之间的误差。为减少计算量，作出以下假设：升降舵、副翼以及方向舵均具有相同的偏转角度，而倾转机构 χ_L, χ_R 控制量由 2.1 节的垂直起降融合器给出，此时 14 个执行器自由度可以减少到 9 个。设计 J_v 为控制输入惩罚函数项，其具体表达式如下：

$$J_v = \|\mathbf{W}_v(\mathbf{G}\mathbf{u} - \mathbf{v})\|_2^2 \quad (31)$$

其中 $\mathbf{u} = [f_1, \dots, f_6, \delta_a, \delta_e, \delta_r]^T$ ， $\mathbf{v} = [\mathbf{T}_d, \boldsymbol{\tau}_d]^T$ ， f 为螺旋桨拟输出力， $\delta_a, \delta_e, \delta_r$ 分别为副翼、升降舵以及方向舵的舵偏角， \mathbf{W}_v 为虚拟控制输入各通道的常数权重矩阵， \mathbf{G} 为控制映射矩阵，其表达式为：

$$\mathbf{G} = [\mathbf{G}_t, \mathbf{G}_f, \mathbf{G}_\delta] \in \mathbb{R}^{5 \times 9} \quad (32)$$

其中 $\mathbf{G}_t, \mathbf{G}_f, \mathbf{G}_\delta$ 分别为倾转螺旋桨、固定螺旋桨以及舵面的控制映射子矩阵：

$$\mathbf{G}_t = \begin{bmatrix} \sin(\chi_L) & \sin(\chi_R) \\ \cos(\chi_L) & \cos(\chi_R) \\ d_{r1,y}^B \cos \chi_L & d_{r2,y}^B \cos \chi_R \\ d_{r1,x}^B \cos \chi_L & d_{r2,x}^B \cos \chi_R \\ \kappa_1 \cos \chi_L + d_{r1,y}^B \sin \chi_L & -\kappa_1 \cos \chi_R + d_{r2,y}^B \sin \chi_R \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \kappa_2 & \kappa_2 & \kappa_2 & \kappa_2 \\ \kappa_2 d_{r3,y}^B & \kappa_2 d_{r4,y}^B & \kappa_2 d_{r5,y}^B & \kappa_2 d_{r6,y}^B \\ \kappa_2 d_{r3,x}^B & \kappa_2 d_{r4,x}^B & \kappa_2 d_{r5,x}^B & \kappa_2 d_{r6,x}^B \\ -\kappa_3 & \kappa_3 & \kappa_3 & -\kappa_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_\delta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ M_{c\delta,a} & 0 & 0 \\ 0 & M_{c\delta,e} & 0 \\ 0 & 0 & M_{c\delta,r} \end{bmatrix}$$

其中 $\kappa_1 = c_{K,r} / c_{F,r}$, $\kappa_2 = c_{F,f} / c_{F,r}$, $\kappa_3 = c_{K,f} / c_{F,r}$ ， $M_{c\delta,a}$, $M_{c\delta,e}$, $M_{c\delta,r}$ 为滚转、俯仰以及偏航的控制增益系数，控制映射矩阵 \mathbf{G} 的推导详见文献[21]。

2.2.2 控制偏移惩罚函数项

由于复合倾转旋翼飞行器执行器数量远大于控制通道数量，对于给定的期望控制量可能有多个解决方案。然而，如果控制分配模块每次任意选择其中一个解决方案，执行器的响应可能会存在不连续性，设计 J_s 为作动器控制偏移惩罚函数项，负责减少执行器响应的不连续性：

$$J_s = \gamma \|\mathbf{u} - \mathbf{u}_{last}\|_2^2 \quad (33)$$

其中 \mathbf{u}_{last} 为上一时刻分配模块产生的控制变量， γ 为加权因子，用来平衡不同目标函数之间的优先级。

2.2.3 执行器成本与权重分配函数项

执行器成本与权重分配函数项一方面负责最小化 \mathbf{u} 中各项元素的模态值，另一方面负责调整作动器控制权重以适应不同飞行模态，即低速情况下倾向使用螺旋桨控制力矩，高速情况下则选择气动舵面来控制力矩以提高系统控制效率。

设计 J_u 为作动器控制权重函数项，

$$J_u = \|\mathbf{W}_u(\mathbf{u} - \mathbf{u}_d)\|_2^2 \quad (34)$$

其中 \mathbf{u}_d 是期望控制量（一般 $\mathbf{u}_d = 0$ ），定义 $\mathbf{W}_u = (\mathbf{L}_M + \sigma \mathbf{I})^{-1}$ ，式中 σ 为一个很小的正常数以避免对角线元素的分母为 0，模态分配因子 $\mathbf{L}_M = \text{diag}\{L_{M,1}, \dots, L_{M,i}, \dots, L_{M,9}\}$ ，由于前方两个固

定翼螺旋桨的控制权重不受模态影响，设置 $L_{M,1}, L_{M,2}$ 为定值 k_1 ；后方四个旋翼螺旋桨权重为 $L_{M,i} = k_2(1 - \text{constrain}(v_x / V_d), 0, 1), i \in [3, 6]$ ；舵面权重设置为 $L_{M,i} = k_2 \text{constrain}(v_x / V_d), 0, 1, i \in [7, 9]$ 。

将三部分优化目标函数和执行器约束条件合并形成总优化目标函数项为：

$$\begin{aligned} \min_u J_{total} &= J_v + J_s + J_u \\ &= \|\mathbf{W}_v(\mathbf{G}\mathbf{u} - \mathbf{v})\|_2^2 + \gamma \|\mathbf{u} - \mathbf{u}_{last}\|_2^2 + \|\mathbf{W}_u(\mathbf{u} - \mathbf{u}_d)\|_2^2 \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{T} \mathbf{u} + \mathbf{d}^T \mathbf{u} + r \\ \mathbf{T} &= 2(\mathbf{G}^T \mathbf{W}_v \mathbf{G} + \gamma \mathbf{I} + \mathbf{W}_u) \\ \mathbf{d} &= 2(-\mathbf{v}^T \mathbf{W}_v \mathbf{G} - \mathbf{u}_d^T \mathbf{W}_u - \gamma \mathbf{u}_{last}^T) \\ \text{s.t. } \underline{\mathbf{u}} &\leq \mathbf{u} \leq \bar{\mathbf{u}} \end{aligned} \quad (35)$$

其中 r 为常数，与优化变量 \mathbf{u} 无关。由于该问题优化问题为严格凸二次规划问题，此外 \mathbf{u} 只有 9 维，因此可将其处理为具有线性不等式约束的小维度严格凸二次规划问题^[22]（small-dimensional quadratic programming, SDQP）进行求解。

2.3 面向执行器故障的系统重构策略

2.3.1 作动器故障建模

倾转旋翼作动器包含螺旋桨和气动舵面，螺旋桨故障可以分为：失效和叶片部分损坏；舵面故障可以分为：卡死、浮动以及舵面损坏；由于篇幅限制，仅对螺旋桨失效和舵面损坏两种常见情况进行建模仿真分析。执行器故障的数学模型表达为：

$$\mathbf{u}_F = \boldsymbol{\lambda}_F \mathbf{u}(t) \quad (36)$$

式中 $\boldsymbol{\lambda}_F = \text{diag}\{\lambda_{F,1}, \lambda_{F,2}, \dots, \lambda_{F,9}\}$ ，当 $i \in [1, 6]$ 时 $\lambda_{F,i} = 0 \text{ or } 1$ ， $\lambda_{F,i} = 0$ 代表螺旋桨工作正常， $\lambda_{F,i} = 1$ 代表螺旋桨失效； $0 \leq \lambda_{F,i} \leq 1, i \in [7, 9]$ ， $\lambda_{F,i}$ 反映了气动舵面的效率损失程度， $\lambda_{F,i} = 1$ 表示舵面正常， $0 \leq \lambda_{F,i} < 1$ 表示气动舵面出现效率损失故障。

2.3.2 执行器故障下的重构方法

基于多目标优化控制分配单元的故障重构方法可分为两种：第一种为罚函数法，第二种为矢量推力补偿法。罚函数法即对执行器成本与权重分配函数项中的 \mathbf{W}_u 权值矩阵进行重构，对故障项的作动器权值乘上一个较大罚函数，使得控制分配重构单元被迫降低故障执行器的控制输出，定义故障情况下 \mathbf{W}_u 为：

$$\mathbf{W}_u = (\mathbf{L}_M + \sigma \mathbf{I})^{-1} \cdot (\boldsymbol{\lambda}_F + \sigma \mathbf{I})^{-1} \quad (37)$$

当第 i 个作动器发生故障时， $\lambda_{F,i} \rightarrow 0$ 则 \mathbf{W}_u 的第 i 个分量变得足够大，使得控制效应的权值很大，故障作动器的控制效应将重新分配到其他作动器

上；第二种为矢量推力补偿法，面对升降舵以及副翼损坏的情况，单独使用罚函数法无法在俯仰以及滚转方向弥补对应执行器损坏而缺失的控制力矩，因此一方面需要对故障项的作动器权值重新分配，另一方面需要开启倾转舵机，通过引入倾转矢量控制面在对应控制通道产生控制力矩，实现执行器故障后对期望指令的跟踪，由于需要引入倾转矢量控制面，首先对控制效能矩阵 \mathbf{G} 进行增广处理，令 $\mathbf{u}^* = [\mathbf{u}, \mathbf{u}_T]$ ， $\mathbf{G}^* = [\mathbf{G}, \mathbf{G}_T] \in \mathbb{R}^{5 \times 11}$ ，其中 $\mathbf{u}_T = [\Delta\chi_L, \Delta\chi_R]^T$ ， \mathbf{G}_T 定义为：

$$\mathbf{G}_T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ d_{r1,y}^B & d_{r2,y}^B \\ d_{r1,x}^B & d_{r2,x}^B \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

需要说明的是本文的研究重点是系统故障发生后的容错控制分配重构算法，假设故障的发生及其类型可以通过一个独立的故障检测与诊断（fault detection and diagnosis, FDD）系统获得，而 FDD 系统的具体设计不在本文的讨论范围之内。飞行器在不同飞行阶段的执行器故障类型以及采用的故障重构策略如表 2 所示，容错控制重构流程如图 5 所示：

表 2 复合倾转旋翼飞行器故障类型分类

飞行器阶段	执行器故障模式	重构策略
旋翼模式	①单桨失效	罚函数法
	②双桨失效	
	③方向舵损坏	
固定翼模式	④升降舵损坏	矢量推力补偿法
	⑤副翼损坏	

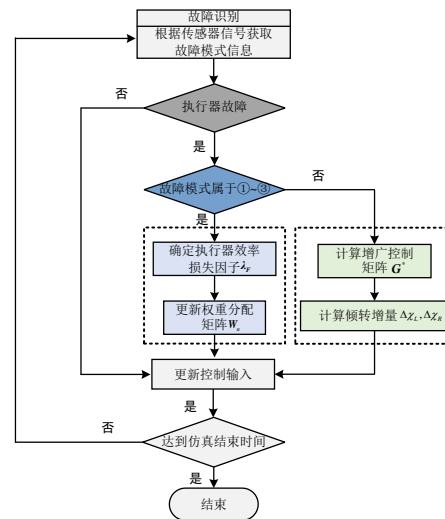


图 5 容错控制重构流程图

Fig. 5 Fault-tolerant control reconstruction flow chart

3 仿真分析

3.1 轨迹跟踪及控制分配效能仿真分析

本小节介绍目标飞行器在整个飞行包线内的仿真结果。文中对两种不同的轨迹跟踪结合控制分配的策略进行了比较,分别是:①比例-积分-微分控制 (proportional-integral-derivative control, PID) 结合伪逆分配法 (pseudo-inverse, INV) 和 ②FINDI 结合 SDQP 优化分配法。对照组 PID+INV 的组合架构为目前倾转旋翼飞行器常用控制策略^[21], 本节的对照组外环速度控制器与实验组保持一致, 内环姿态控制采用经典 PID 方法根据系统的跟踪误差, 生成期望力矩设定点 τ_d , 伪逆法直接选取控制效率矩阵 G 的伪逆与期望力矩的积 $u = G^+v = G^T(G^+G)^{-1} \cdot v$ 作为分配问题的解, 其中 G^+ 是控制效能矩阵 G 的伪逆。

控制器参数设置见表 3, 为了保证比较的一致性, 两种控制方法在外环速度控制器的控制参数保持一致, 内环 FINDI 控制的参数见表 4。

表 3 PID 控制参数设置

Tab.3 PID control parameter setting

参数	设定值	参数	设定值
$P_{v,mc}$	[1.2 1.2 0.8]	P_ϕ	[10 10 5]
$I_{v,mc}$	[0 0 0]	I_ϕ	[0.1 0.1 0.1]
$D_{v,mc}$	[0 0 0]	D_ϕ	[0.01 0.01 0.01]
$P_{v,fw}$	[0.25 0.25 0.15]	P_Ω	[1 1 1.5]
$I_{v,fw}$	[0 0 0]	I_Ω	[0.2 0.2 0.3]
$D_{v,fw}$	[0 0 0]	D_Ω	[0.01 0.01 0.01]

表 4 FINDI 控制参数设置

Tab.4 FINDI control parameter setting

参数	FINDI 控制参数
K_Θ	$diag\{10, 10, 5\}$
K_Ω	$diag\{1, 1, 1.5\}$
K_F	$diag\{0.5, 0.5, 0.2\}$

接下来设计目标飞行器代表性轨迹跟踪指令, 以涵盖图 2 中所示的典型机动。如方程(38)所示, 指令分为五个阶段。阶段 A 表示初始起飞并悬停, 主要测试旋翼模式下控制稳定性; 阶段 B 表示倾转旋翼飞行器的前向过渡 (V2H), 在此期间, 指令倾转角 χ 由 90° 变为 0° ; 然后飞行器在阶段 C 进入水平飞行阶段; 阶段 D 表示后向过渡 (H2V), 与阶段 B 相反, 指令倾转角 χ 从 0° 增加到 90° 。最后, 在阶段 E 返回悬停阶段。在整个飞行剖面中, 侧向速度指令为零, 同时滚转和偏航角指令均为零。

$$\begin{cases} v_{d,x} = 0, t \leq 15 \\ v_{d,x} = 2(t-15), 15 < t \leq 30 \\ v_{d,x} = 30, 30 < t \leq 50 \\ v_{d,x} = 30 - 1.67(t-50), 50 < t \leq 65 \\ v_{d,x} = 5 - 0.5(t-65), 65 < t \leq 75 \\ v_{d,x} = 0, 75 < t \leq 85 \end{cases} \quad \begin{cases} v_{d,y} = 0, t \geq 0 \\ v_{d,z} = t, 0 \leq t \leq 5 \\ v_{d,z} = 10 - t, 5 < t \leq 10 \\ v_{d,z} = 0, 10 < t \leq 85 \end{cases} \quad (38)$$

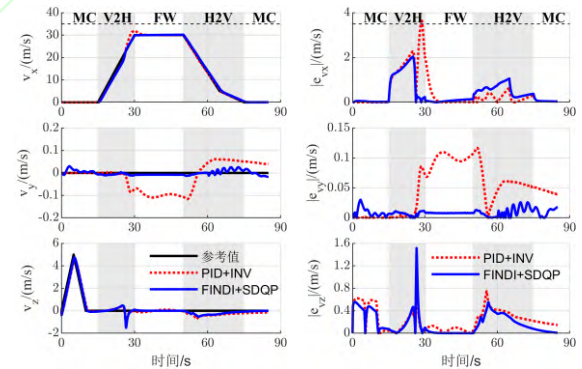
为了评估所开发的 FINDI 控制器的鲁棒性, 在标称条件下添加了几种不同类型的扰动^[23]:

1) 传感器测量误差: 姿态测量数据中添加了均值为 0, 幅值为 0.1° , 采样频率为 0.1s 的白噪声, 模拟惯性测量单元 (inertial measurement unit, IMU) 传感器的观测误差;

2) 模型匹配误差: 在转动惯量中加入 10% 的模型失配度;

3) 环境扰动: 施加周期扰动力矩 $M_u = [0.1\sin(0.3t), 0.03\sin(0.5t), 0.05\sin(0.2t)]^T$ 。

图 6 展示了两种控制策略对期望轨迹的跟踪性能对比, 从图中可以看出传统的 PID+INV 控制策略在前向过渡阶段(V2H)结束进入固定翼模式(FW)时, 在 v_x 方向产生较大误差, 其控制的最大误差为 3.8m/s, 而 FINDI+SDQP 控制策略在该方向的跟踪误差保持在 2m/s 以内; 在 v_y 方向, FINDI+SDQP 控制策略一直靠近参考轨迹, 其跟踪误差保持在 0.03m/s 以内, 而 PID+INV 控制策略在进入固定翼模式时跟踪轨迹出现了一定的偏离, 其侧向速度控制的最大误差为 0.12m/s。



(a) 速度变化

(b) 速度误差

(a) Change of velocity

(b) Velocity error

图 6 惯性坐标系下三轴速度和速度误差对比图

Fig. 6 Velocity and velocity error comparison diagram

图 7 展示了 2 种方法的姿态角响应, 可以看出 FINDI+SDQP 由于采用了混合比例增益项, 其在不确定性干扰下的控制稳定性较传统的 PID+INV 控制策略更好, 从箱线图 8 分析可知, 本文方法在控制精度 (误差最大值、最小值、中位数和平均值) 方面具有较大的优势。

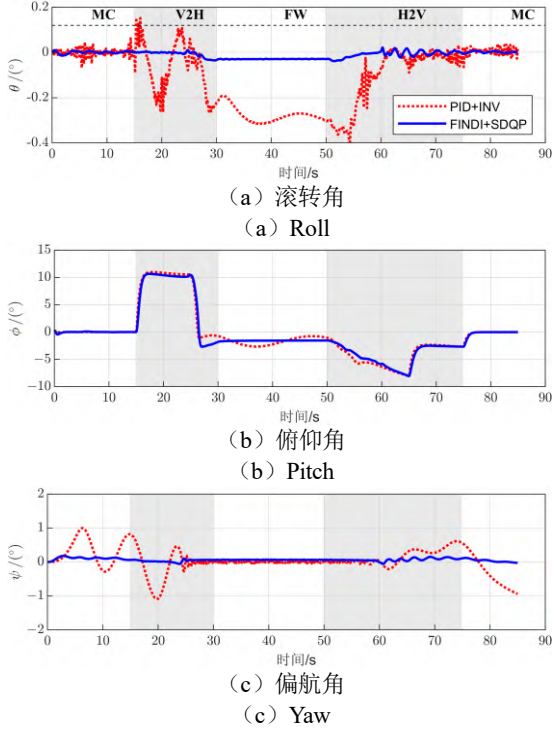


图 7 姿态角对比图

Fig. 7 Attitude comparison diagram

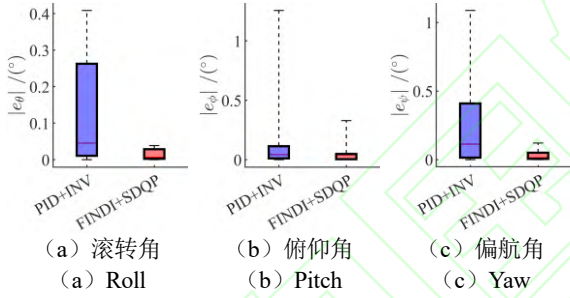


图 8 姿态角误差箱线图

Fig. 8 Attitude angle error box plot

定义 $\omega_r, \omega_{f1}, \omega_{f2}$ 分别为 1~2 号螺旋桨、3~4 号螺旋桨以及 5~6 号螺旋桨的平均转速, 图 9 展示了两种方法转速以及消耗功率随时间的变化情况, 两种方法在该飞行任务下控制信号的输入趋势基本一致, 前方倾转螺旋桨在前向过渡期间均迅速提高转速, 使得飞行器快速达到期望巡航速度, 后稳定在巡航工况, 同时固定螺旋桨迅速停止转动; 在后向过渡期间, 倾转螺旋桨先停止转动, 降低巡航的前向速度, 之后随固定螺旋桨起转, 进入旋翼模式。

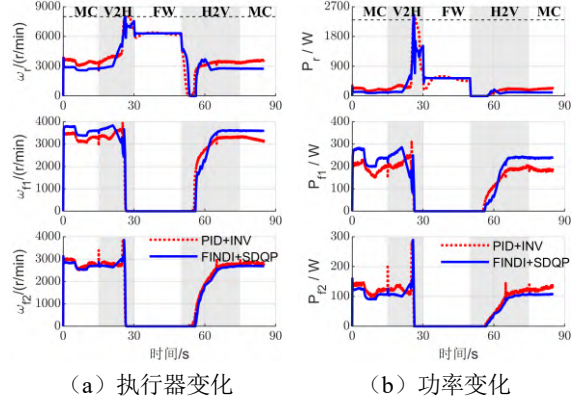


图 9 执行器及功率消耗对比图

Fig. 9 Comparison of actuators and power consumption

研究发现采用 FINDI+SDQP 方法, 在旋翼模式下倾转螺旋桨平均转速 ω_r 较传统的伪逆法有所降低, 同时 3~4 号固定螺旋桨平均转速 ω_{f1} 较 PID+INV 方法有所提高。分析得出在优化控制分配器的作用下, 旋翼模式下期望的垂向力更多由 3~4 号螺旋桨承担, 使得 1~2 号倾转螺旋桨工作在较低的转速区间, 提高整体螺旋桨的工作效率。

图 10 展示了两方法在各阶段消耗能量的对比图, 可以看出采用 SDQP 分配策略主要降低旋翼模式以及过渡期间的能量消耗, 在固定翼模式期间两种方法能量消耗基本一致, 针对该飞行任务, 采用 SDQP 方法的总能量消耗较传统 INV 方法降低 7.8%。

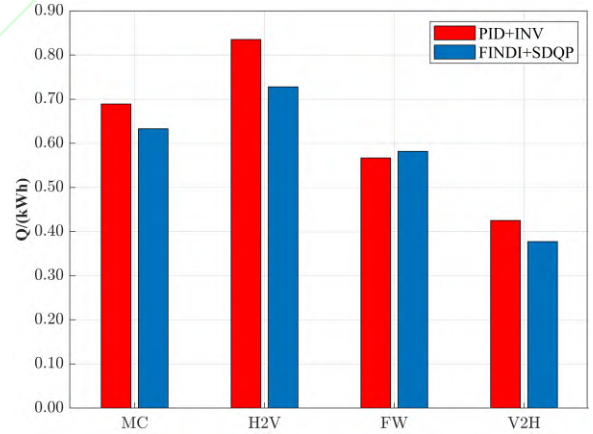


图 10 飞行剖面各阶段及总能量消耗对比图

Fig. 10 Comparison of each phase of the flight profile and total energy consumption

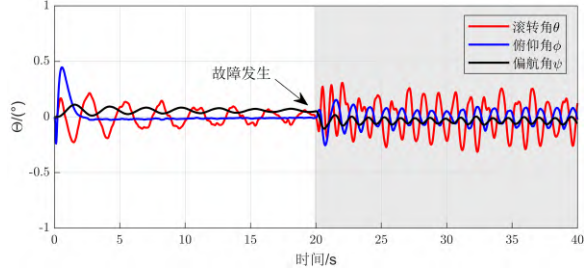
3.2 容错控制仿真分析

本小节主要仿真验证 3.3 节提出的全模态容错控制策略, 控制器参数设置与 4.1 节保持一致, 由于本节主要测试容错控制的稳定性, 故扰动类型中只保留传感器测量误差。

3.2.1 旋翼模式下容错控制

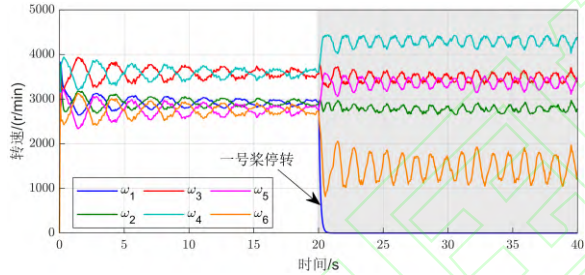
首先仿真旋翼模式下单桨和双桨故障情况下的容错控制，为了测试此类故障，给予目标飞行器悬停指令，在 20s 时关闭相应的电机以模拟螺旋桨失效的情况，假设故障诊断系统可以在 0.1s 内完成故障定位，并结合 3.3 节的容错控制算法做出合理决策。

图 11 展示了 1 号电机停止转动时姿态角和执行器随时间变化情况，很明显当 1 号电机停止转动时，20.1s 开始所有工作的执行器会进行自我调节并补偿推力损失，此时三轴姿态出现一定范围的浮动，波动幅值在 0.2° 以内。



(a) 姿态角变化

(a) Attitude angle change



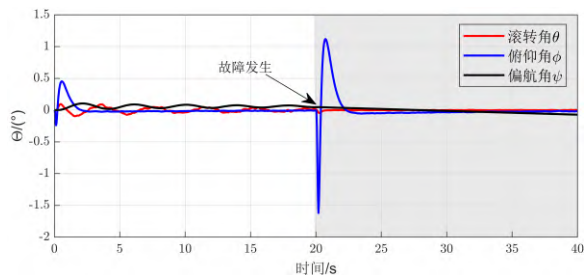
(b) 螺旋桨转速变化

(b) Propeller speed change

图 11 针对单螺旋桨失效的仿真

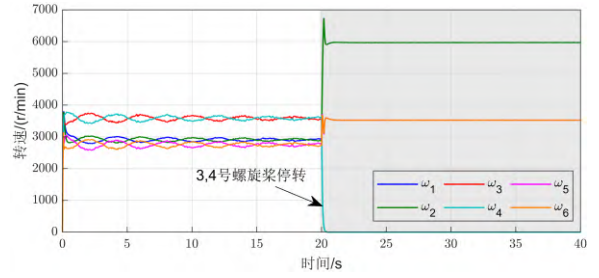
Fig. 11 Simulation under single propeller failure

图 12 展示了 3 和 4 号电机停止转动时姿态角和执行器随时间变化情况，与单螺旋桨失效结果类似，剩余的执行器可以较好地调整推力并完成姿态稳定控制，此时目标飞行器类似于非对称的四旋翼控制，三轴姿态中俯仰角发生较大幅度的变化，波动幅值在 1.2° 以内，在故障发生的 2s 后快速收敛稳定。



(a) 姿态角变化

(a) Attitude angle change



(b) 螺旋桨转速变化

(b) Propeller speed change

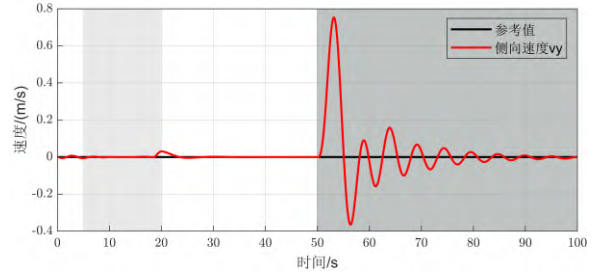
图 12 针对双螺旋桨失效的仿真

Fig. 12 Simulation under double propeller failure

3.2.2 固定翼模式下的容错控制

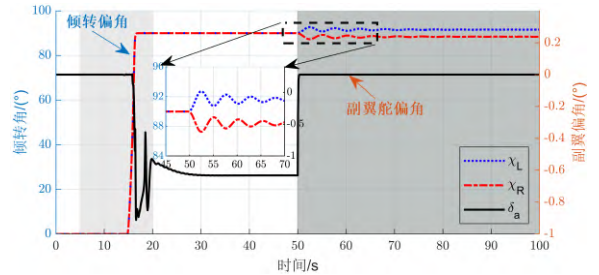
本小节对固定翼模式下的副翼、升降舵以及方向舵故障情况进行容错控制仿真，为保证飞行任务的连续性，先给予目标飞行器 0~5s 悬停指令，随后在 5~20s 时设置前向过渡指令，最后在 30~100s 进入巡航模式，故障均发生时间设定在 50s，强制给予气动舵面 0° 的控制指令模拟其完全失效的情况，容错控制单元介入在故障发生的 0.1s 后，三种故障的巡航速度与 4.1 节保持一致。

图 13 展示了副翼模拟失效后侧向速度、倾转舵偏角以及副翼舵偏角变化，从图 13 (a) 看出副翼失效后，侧向速度出现一定幅度的波动，最大值为 0.75m/s ，随后逐渐稳定；如图 13 (b) 所示，此时，在容错控制策略的调节下，左右倾转舵机开启，通过差动力产生绕 x_b 的控制力矩使飞行器在滚转方向保持稳定，倾转舵机偏转最大值在 2.5° 左右。



(a) 侧向速度变化

(a) Lateral speed change



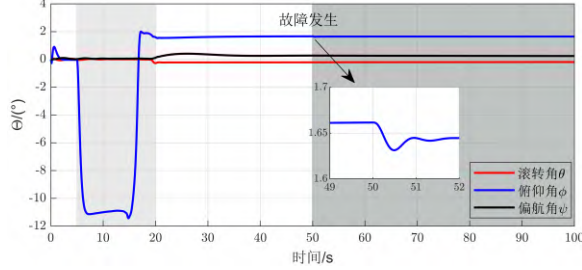
(b) 倾转舵偏角和副翼舵偏角变化

(b) Changes in tilt rudder and aileron angles

图 13 针对副翼失效的仿真

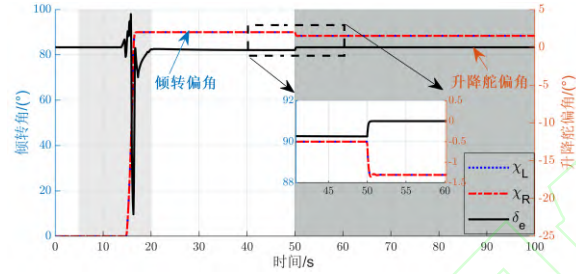
Fig. 13 Simulation under aileron failure

图 14 展示了升降舵模拟失效后三轴姿态角、倾转舵偏角以及升降舵偏角变化情况，模拟升降舵失效后，飞行器三轴姿态依然保持稳定与故障发生前基本保持一致（如图 14 (a) 所示），同时两侧的倾转舵机同步偏转 2° 左右补偿升降舵失效所带来的俯仰方向控制力矩缺失（如图 14 (b) 所示）。



(a) 姿态角变化

(a) Attitude angle change



(b) 倾转舵偏角和升降舵偏角变化

(b) Changes in tilt rudder and elevator angles

图 14 针对升降舵的失效仿真

Fig. 14 Simulation under elevator failure

图 15 展示了方向舵模拟失效后倾转舵偏角以及升降舵偏角变化情况，前方两个倾转螺旋桨开启转速差动，通过产生绕 Z_b 的控制力矩使得飞行器保持航向稳定。

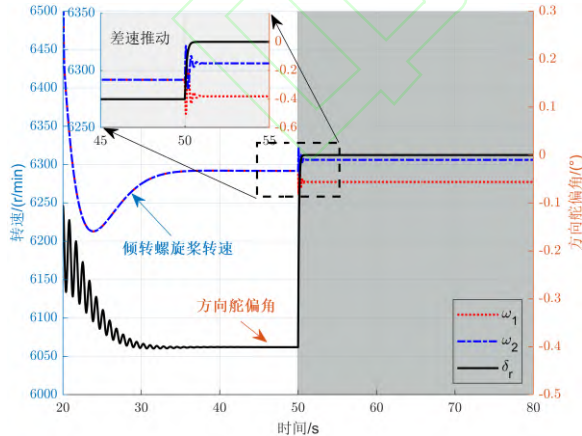


图 15 针对方向舵失效的仿真

Fig. 15 Simulation under rudder failure

4 结论

本文针对复合倾转旋翼机的控制问题提出一种多模态控制分配与容错控制方法。得出主要结

论如下：

1) 本文设计的混合增量动态逆控制律使得飞行器能够应对一定程度的模型失配和外界不确定性干扰，增强了控制的鲁棒性；

2) 提出的多目标优化控制分配方法能够针对不同飞行状态完成多执行器控制分配任务，并提升系统整体工作效率，较传统的伪逆控制分配方法能耗降低 7.8%。

3) 提出多模态容错控制策略，根据故障类型，通过调整权重值或引入倾转推力矢量快速调整控制分配策略，实现飞行器多种故障模式下安全稳定运行。

后续将针对复合倾转旋翼机故障诊断以及飞行试验验证开展研究。

参考文献 (References)

- [1] 邓景辉. 电动垂直起降飞行器的技术现状与发展[J]. 航空学报, 2024, 45(5): 529937.
DENG J H. Technical status and development of electric vertical take-off and landing aircraft[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2024, 45(5): 529937. (in Chinese)
- [2] UGWUEZE O, STATHEROS T, BROMFIELD M A, et al. Trends in eVTOL aircraft development: the concepts, enablers and challenges[C]//Proceedings of the AIAA SCITECH 2023 Forum, 2023: 2096.
- [3] DUCARD G J J, ALLENSPACH M. Review of designs and flight control techniques of hybrid and convertible VTOL UAVs[J]. Aerospace Science and Technology, 2021, 118: 107035.
- [4] SHEN S Y, XU J F, CHEN P, et al. Adaptive neural network extended state observer-based finite-time convergent sliding mode control for a quad tiltrotor UAV[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2023, 59(5): 6360-6373.
- [5] WANG X H, CAI L L. Mathematical modeling and control of a tilt-rotor aircraft[J]. Aerospace Science and Technology, 2015, 47: 473-492.
- [6] PARK S, BAE J, KIM Y, et al. Fault tolerant flight control system for the tilt-rotor UAV[J]. Journal of the Franklin Institute, 2013, 350(9): 2535-2559.
- [7] YU L, ZHANG D B, ZHANG J Y. Transition flight modeling and control of a novel tilt tri-rotor UAV[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA), 2017: 983-988.
- [8] BAUERSFELD L, DUCARD G. Fused-PID control for tilt-rotor VTOL aircraft[C]//Proceedings of the 28th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED), 2020: 703-708.

- [9] 郑琛, 唐鹏, 李秋实. 基于增量动态逆的倾转旋翼飞行器飞行控制律设计[J]. 兵工学报, 2019, 40(12): 2457-2466.
ZHENG C, TANG P, LI Q S. Design of flight control law of tilt-rotor aircraft based on incremental dynamic inversion[J]. *Acta Armamentarii*, 2019, 40(12): 2457-2466. (in Chinese)
- [10] 王续乔, 来飞龙, 赵昌丽. 多节链式倾转旋翼飞行器重构控制与运动仿真[J]. 北京航空航天大学学报, 2024, 50(5): 1523-1531.
WANG X Q, LAI F L, ZHAO C L. Reconfiguration control and motion simulation of tilt-rotor aircraft with multilinks[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2024, 50(5): 1523-1531. (in Chinese)
- [11] 夏青元, 徐锦法, 张梁, 等. 无人倾转旋翼飞行器冗余操纵控制策略设计[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2014, 46(1): 121-128.
XIA Q Y, XU J F, ZHANG L, et al. Redundant manipulation control strategy for unmanned tilt-rotor aircraft[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2014, 46(1): 121-128. (in Chinese)
- [12] 刘真畅, 唐胜景, 李梦婷, 等. 固定翼垂直起降无人机过渡机动优化控制分配研究[J]. 兵工学报, 2019, 40(2): 314-325.
LIU Z C, TANG S J, LI M T, et al. Research on optimal control allocation of fixed-wing VTOL UAVs in transition maneuver[J]. *Acta Armamentarii*, 2019, 40(2): 314-325. (in Chinese)
- [13] PFEIFLE O, FICHTER W. Minimum power control allocation for incremental control of over-actuated transition aircraft[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2023, 46(2): 286-300.
- [14] MOUSAEI M, GENG J Y, KEIPOUR A, et al. Design, modeling and control for a tilt-rotor VTOL UAV in the presence of actuator failure[C]//*Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, 2022: 4310-4317.
- [15] 窦立谦, 唐艺璠, 张秀云. 执行器故障下临近空间飞行器容错控制重构[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2023, 56(2): 160-168.
DOU L Q, TANG Y F, ZHANG X Y. Fault-tolerant control reconstruction of near space vehicle under actuator faults[J]. *Journal of Tianjin University (Science and Technology)*, 2023, 56(2): 160-168. (in Chinese)
- [16] FUHRER S, VERLING S, STASTNY T, et al. Fault-tolerant flight control of a VTOL tailsitter UAV[C]//*Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2019: 4134-4140.
- [17] 李新凯, 张宏立, 范文慧. 非匹配扰动下变体无人机预设性能控制[J]. 航空学报, 2022, 43(2): 325008.
LI X K, ZHANG H L, FAN W H. Prescribed performance control for morphing aerospace vehicle under mismatched disturbances[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2022, 43(2): 325008. (in Chinese)
- [18] LIEBECK R H. Design of subsonic airfoils for high lift[J]. *Journal of Aircraft*, 1978, 15(9): 547-561.
- [19] PARK S, DEYST J, HOW J. A new nonlinear guidance logic for trajectory tracking[C]//*Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2004: AIAA2004-4900.
- [20] MELLINGER D, KUMAR V. Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors[C]//*Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2011: 2520-2525.
- [21] SPANNAGL L, DUCARD G. Control allocation for an unmanned hybrid aerial vehicle[C]//*Proceedings of the 28th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED)*, 2020: 709-714.
- [22] SEIDEL R. Small-dimensional linear programming and convex hulls made easy[J]. *Discrete & Computational Geometry*, 1991, 6(3): 423-434.
- [23] LIANG Z, FAN L, WEN G W, et al. Design, modeling, and control of a composite tilt-rotor unmanned aerial vehicle[J]. *Drones*, 2024, 8(3): 102.