



国防科技大学学报

Journal of National University of Defense Technology

ISSN 1001-2486, CN 43-1067/T

## 《国防科技大学学报》网络首发论文

题目：抗差卡尔曼滤波器在时频系统完好性监测中的应用  
作者：郭宇，马明，彭竞，龚航，王思鑫  
收稿日期：2025-04-21  
网络首发日期：2025-06-10  
引用格式：郭宇，马明，彭竞，龚航，王思鑫. 抗差卡尔曼滤波器在时频系统完好性监测中的应用[J/OL]. 国防科技大学学报.  
<https://link.cnki.net/urlid/43.1067.t.20250610.1321.002>



**网络首发：**在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认：**纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

doi: 10.11887/j.issn.1001-2486.25040037

## 抗差卡尔曼滤波器在时频系统完好性监测中的应用

郭宇<sup>1,2</sup>, 马明<sup>1,2\*</sup>, 彭竞<sup>1,2</sup>, 龚航<sup>1,2</sup>, 王思鑫<sup>1,2</sup>

(1. 国防科技大学 电子科学学院, 湖南 长沙 410073; 2. 导航与时空技术国家级重点实验室, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 为了提升时频系统完好性监测的灵敏度, 提出了一种基于抗差卡尔曼滤波器的时频系统完好性监测方法。该方法利用时差历史测量数据构建抗差卡尔曼滤波器模型, 实时估计时差预报偏差与频率偏差, 分别进行一致性检测, 实现完好性监测。通过实测数据与仿真分析对该模型与方法进行验证, 结果表明: 该方法可以有效地检测与识别相位跳变和频率跳变单故障, 并向用户告警; 在单故障场景下, 相比传统的完好性监测方法, 检测灵敏度提升约 25.0%; 在多故障场景下, 该方法能有效检测故障, 但存在识别故障不充分的问题, 检测灵敏度相比单故障降低约 26.1%, 但仍优于传统方法。

**关键词:** 时间频率系统; 完好性监测; 抗差卡尔曼滤波器; 灵敏度

**中图分类号:** TN98 **文献标志码:** A

## Application of robust Kalman filter to time-frequency system integrity monitoring

GUO Yu<sup>1,2</sup>, MA Ming<sup>1,2\*</sup>, PENG Jing<sup>1,2</sup>, GONG Hang<sup>1,2</sup>, WANG Sixin<sup>1,2</sup>

(1. College of Electronic Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. National Key Laboratory for Positioning, Navigation and Timing Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** In order to improve the sensitivity of time-frequency system integrity monitoring, a time-frequency system integrity monitoring method based on robust Kalman filter was proposed. In this method, a robust Kalman filter model was constructed using the historical measurement data of time difference, the time difference prediction bias and the frequency bias were estimated in real time, and the consistency detection was carried out separately, so that the integrity monitoring was realized. The model and method were verified through measured data and simulation analysis, and the results show that: this method can effectively detect and identify single faults of phase jump and frequency jump, and alarm the user; in a single fault scenario, compared with the traditional integrity monitoring method, the detection sensitivity is increased by about 25.0%; in a multi-fault scenario, the method can effectively detect faults, but there is a problem of insufficient fault identification, and the detection sensitivity is reduced by about 26.1% compared to a single fault, but it is still better than the traditional method.

**Keywords:** time-frequency system; integrity monitoring; robust Kalman filter; sensitivity

时间频率系统(以下简称时频系统)的健康程度直接决定了全球卫星导航系统(global navigation satellite system, GNSS)的导航、定位与授时服务性能<sup>[1]</sup>。时频系统出现故障, 将对 GNSS 的运行造成极大的损害。2019 年 7 月 11 日, 伽利略卫星导航系统地面时间频率系统发生故障, 导致了系统内 20 多颗卫星的导航信号不可用, 系统的导航、定位与授时服务中断, 对用户服务

造成了极大的影响。时频系统完好性监测可以提升时频系统的稳健性与可靠性, 是保证卫星导航系统长期稳定运行的重要基础。完好性监测是用来改善系统完好性的各类监测方法, 完好性监测的灵敏度包含最小检测偏差(minimum detectable bias, MDB)和告警时间(time to alert, TTA)。时频系统本身能进行一定程度的完好性监测, 但是其灵敏度低。因此, 对时频系统完好性监测的灵

**收稿日期:** 2025-04-21

**基金项目:** 湖南省自然科学基金资助项目(2024JJ2061); 国家重点研发计划资助项目(2023YFC2205400); 国家自然科学基金资助项目(U20A20193)

**第一作者:** 郭宇(1996—), 男, 湖南益阳人, 博士研究生, E-mail: guoyu18@nudt.edu.cn

**\*通信作者:** 马明(1989—), 男, 山东枣庄人, 讲师, 博士, E-mail: maming@nudt.edu.cn

灵敏度提升方法进行研究是十分必要的。

目前完好性主要分为两类，一是聚焦接收机定位的完好性，主要算法和研究为接收机自主完好性监测(receiver autonomous integrity monitoring, RAIM)。RAIM 是 GNSS 接收机基于一致性检测理论<sup>[2]</sup>，根据冗余的 GNSS 信息自主进行故障检测和排除的方法。典型的 RAIM 算法包括伪距比较法<sup>[3]</sup>、最小二乘残差法<sup>[4]</sup>和奇偶矢量法<sup>[5]</sup>。陈金平等学者证明了上述三种方法在单故障场景下效果较好且等效<sup>[6]</sup>。近 5 年来，RAIM 的灵敏度的研究成果较少，都是利用卡尔曼滤波外推和多历元累积放大微小偏差，从而实现微小偏差检测，提升完好性监测的灵敏度<sup>[7-8]</sup>。二是考虑用户授时完好性，Geier 等首先提出了用于全球定位系统(global positioning system, GPS)授时应用的接收机自主完好性监测(timing receiver autonomous integrity monitoring, T-RAIM)方法<sup>[9]</sup>。该方法将估计任务简化为仅 GPS 接收机时差，显著增加了测量的冗余度。测试结果表明，T-RAIM 算法有效地检测和排除了卫星时钟中的阶跃和斜坡误差。基于经典 RAIM 算法，已经设计、实现和测试了三种不同的 T-RAIM 方法，即前后向(forward-backward, FB)、Danish 和子集<sup>[10-11]</sup>。同时，程子毅等提出了一种提高了 T-RAIM 的检测概率的多检测统计量联合检验的完好性算法<sup>[12]</sup>。然而，这些都是在用户层面的完好性。

借鉴“GNSS 完好性”定义<sup>[13]</sup>，“时频系统完好性”是指对时频系统输出的时频信号正确性的置信度的测量，以及系统在无法为用户提供规定精度的参考时频信号时向用户发出告警的能力。时频信号是时频系统的关键，相关学者也研究了时频信号的监测方法。Galleani 等利用基于卡尔曼滤波的方法来检测分析星上时频信号频率跳变等异常<sup>[14-15]</sup>。黄新明等人提出另外一种基于检验统计理论的星上时频信号频率、相位异常检测方法<sup>[16]</sup>。上述方法都仅仅监测单链路，没有考虑到时频系统的整体性监测。时间频率基准产生与维持系统主要负责为时频系统提供原始频率源，是时频系统的核心<sup>[17]</sup>。对于时频系统的监测方法研究主要集中在该系统中。例如，基于卡尔曼滤波的综合原子时算法实现了对原子钟信号的监测<sup>[18-19]</sup>。Li 等提出了一种三台原子钟互相对比实现时频信号完好性监测的方法<sup>[20]</sup>。章宇等基于时间频率数据平台，提出了原子钟异常跳变及处理方法<sup>[21]</sup>。对于时频系统内其他时频信号的监测，Zheng 等提出了基于多通道测量结果结合一致性

检测理论实现时频系统完好性监测<sup>[22]</sup>。然而，时频系统的时差测量结果不仅包含时差信息，还包含由各条时频系统链路状态不一致引入的频率偏差信息。传统的完好性监测方法并没有分离时差与频率偏差信息，频率变化引发的时差变化滞后性严重，完好性监测的灵敏度较低。

卡尔曼滤波器是一种基于贝叶斯推断和最小均方差准则的递归状态估计算法<sup>[23]</sup>，常用于时间频率源的状态估计问题中，用来估计相位、频率和频率漂移率等状态信息<sup>[24]</sup>。在实际的时频系统及其时差状态信息估计过程中，当存在异常值(非高斯噪声)时，传统卡尔曼滤波器的性能会显著下降，滤波会发散，影响系统状态估计的准确性。抗差卡尔曼滤波器基于卡尔曼滤波器改进，引入抗差估计理论，能有效地处理观测数据中的异常值或粗差，具有较强的鲁棒性，并提升估计的准确性<sup>[25]</sup>。在时频系统中，时差状态估计模型的参数是某些典型方法的计算值或经验值，其存在不准确的情况，抗差卡尔曼滤波能够保持较好的适应性，保持估计的准确性<sup>[25]</sup>。在时间频率领域，无异常值的滤波器收敛后，其估计的时差预报偏差(时差预测值与测量值的差)与测量噪声的特性相符<sup>[26]</sup>。同时，在时频系统中，可以根据时差预报偏差的结果与测量噪声特性相比较来判断系统状态。因此，使用抗差卡尔曼滤波器来估计时差的状态信息，分离时差与频率偏差的影响，从而提升时频系统完好性监测的灵敏度是一种新思路。

针对上述时频系统完好性监测灵敏度低的问题，论文提出了一种基于抗差卡尔曼滤波器的完好性监测方法。该方法利用时差历史测量数据构建抗差卡尔曼滤波器模型，实时估计时差预报偏差与频率偏差，分别进行一致性检测，实现完好性监测。通过时频系统的实测数据和故障仿真分析，验证了抗差卡尔曼滤波器模型的收敛性，确定了模型的参数；与传统完好性监测方法进行对比，验证了该方法的故障检测的有效性和高灵敏度，分析了该方法在多故障场景下的局限性。该方法可以提高时频系统完好性监测的灵敏度，为提升时频系统的可靠性提供了科学有效的解决方法。

## 1 时频系统结构

时频信号是时频系统的基础，是指在时间和频率两个维度上具有特定特性的信号，典型如

10MHz 频率信号和秒脉冲（1 pulse per second, 1PPS）信号。时频信号的时差和频率偏差是时频系统完好性监测的重要指标。典型的时频系统结构如图 1 所示。

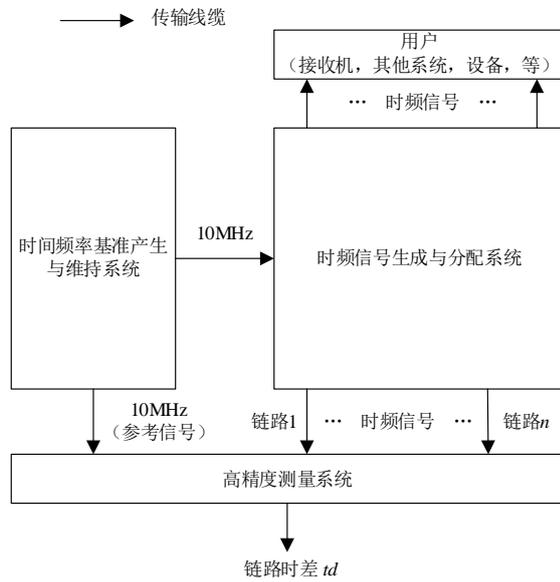


图 1 时频系统的结构

Fig.1 Structure of the time-frequency system

10MHz 频率信号由时间频率基准产生与维持系统产生，通过线缆传输，经由时频信号生成与分配系统，生成时频信号，并分配出多路时频信号，最终输出给用户。时频信号输出给用户不同的路径就是时频信号链路。同时，利用高精度测量系统获得各条链路时频信号的时差信息。

将原子钟组输出的时频信号作为参考信号，经过不同时频信号链路输出的时频信号与参考信号的时差测量结果记为  $td$ ，第  $i$  条链路的时频信号与参考信号的时差记为  $td_i$ 。

## 2 模型与方法

### 2.1 抗差卡尔曼滤波器模型

基于作者前期工作对链路时差特性的分析与研究<sup>[27]</sup>，消除两条链路固定时延的差和温度变化对时差测量的影响，忽略同源时频信号频率漂移率的影响，修正后的时差  $m(t)$  为：

$$m(t) = f_b t + n(t) \quad (1)$$

式中， $f_b$  表示组合频率偏差值， $t$  表示时间， $n(t)$  表示两条链路组合噪声，服从高斯分布，方差为  $\sigma_n^2$ 。

抗差卡尔曼滤波器模型可以用于时间频率源的状态估计，且时差  $m(t)$  满足时间频率源的输出

模型<sup>[28]</sup>。故构建 2 状态变量的状态方程和观测方程，其初始时差为 0。状态转移矩阵  $\Phi$ 、驱动噪声的协方差矩阵  $Q$ 、观测矩阵  $H$  和抗差观测协方差矩阵  $\bar{R}$  写成如下形式：

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & \tau \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, H = [1 \quad 0], \bar{R} = [\lambda_i \sigma_i^2]$$

$$Q = \begin{bmatrix} \tau \sigma_{fw}^2 + \frac{1}{3} \tau^3 \sigma_{rw}^2 & \frac{1}{2} \tau^2 \sigma_{rw}^2 \\ \frac{1}{2} \tau^2 \sigma_{rw}^2 & \tau \sigma_{rw}^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中， $\tau$  为状态转移时的时间间隔，一般为数据采样间隔。 $\sigma_{fw}^2$  是频率白噪声方差； $\sigma_{rw}^2$  是频率随机游走噪声方差，可以通过 Allan 方差反演法得到<sup>[29]</sup>。方差膨胀因子  $\lambda_i$  通过 IGG III 函数<sup>[30]</sup>计算。

### 2.2 时频系统完好性监测

论文提出的完好性监测方法流程如图 2 所示。其详细步骤如下。

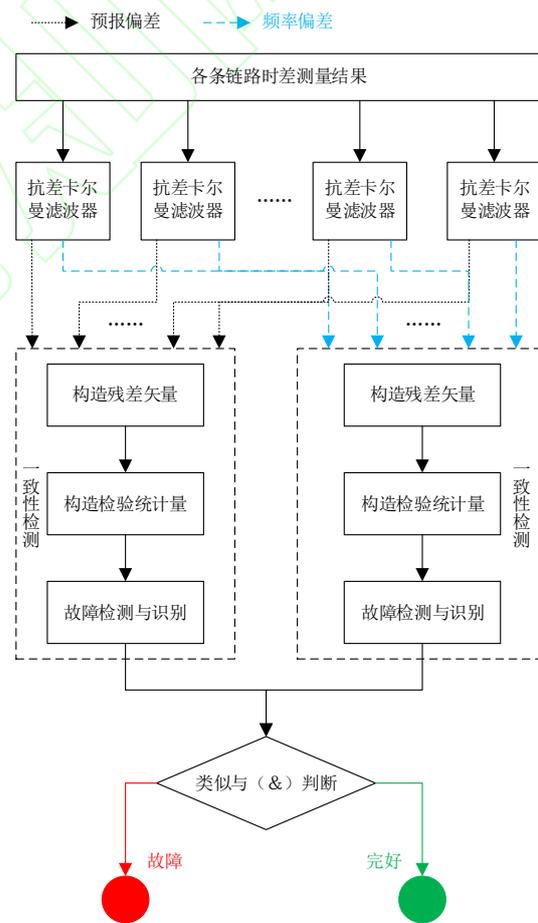


图 2 时频系统完好性监测流程

Fig.2 Process of time-frequency system integrity monitoring

步骤一：基于上文理论分析，根据各条链路测量的时差特性构造抗差卡尔曼滤波器。

步骤二：利用构建的卡尔曼滤波器和时差测量结果进行状态估计，估计时差预报偏差和频率偏差。其中，时差预报偏差是时差预测值与测量值的差。

步骤三：将上述预报偏差和频率偏差作为观测量分别进行一致性检测，获得其故障状态信息。其中，一致性检测包含构造残差矢量、构造检验统计量和故障检测与识别三个部分。

首先，构造残差矢量  $\mathbf{v}$ 。一致性检测的观测模型可以表示为：

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{x} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3)$$

式中： $\mathbf{y}$  为观测的  $n$  维矢量， $n$  为观测的数量，在时频系统中取时差预报偏差或频率偏差的估计值；

$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ & & & n \end{bmatrix}^T$  为  $n \times 1$  阶的系数矩阵； $x$  为 1 维的一致性结果； $\boldsymbol{\varepsilon}$  为  $n$  维的观测噪声矢量，独立随机且服从高斯分布  $N(0, \sigma_0^2)$ ，若存在偏差，则以  $\varepsilon + b$  表示。 $\mathbf{y}$  的  $n \times n$  维观测权矩阵用  $\mathbf{W}$  表示。

依据最小二乘原理，可以计算得到观测的最小二乘解为：

$$\hat{x} = (\mathbf{G}^T \mathbf{W} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \quad (4)$$

令  $\mathbf{Q}_v = \mathbf{W}^{-1} - \mathbf{G}(\mathbf{G}^T \mathbf{W} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T$ ，残差矢量表示为：

$$\mathbf{v} = \mathbf{Q}_v \mathbf{W} \mathbf{y} = \mathbf{Q}_v \mathbf{W} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (5)$$

然后，构造检验统计量  $\hat{\sigma}$ 。取验后单位权中误差  $\hat{\sigma}$  为检验统计量，由残差平方和（sum of square error, SSE）计算得到：

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\mathbf{v}^T \mathbf{W} \mathbf{v} / (n-1)} = \sqrt{\text{SSE} / (n-1)} \quad (6)$$

最后，故障检测与识别。

当无链路故障时，系统处于正常检测状态，如果出现检测告警则为虚警。给定虚警概率  $P_{FA}$  有如下概率等式<sup>[6]</sup>：

$$P(\text{SSE} / \sigma_0^2 < T^2) = \int_0^{T^2} f_{x^2(n-1)}(x) dx = 1 - P_{FA} \quad (7)$$

通过式(7)可以确定  $\text{SSE} / \sigma_0^2$  的检测门限  $T$ ，

从而确定  $\hat{\sigma}$  的检测门限  $\sigma_T = \sigma_0 T / \sqrt{n-1}$ 。将实时

计算的  $\hat{\sigma}$  与  $\sigma_T$  比较，若  $\hat{\sigma} > \sigma_T$ ，则表示检测到不一致，向用户发出告警。

假定单条链路故障， $\text{SSE} / \sigma_0^2 \sim x^2(n-1, \lambda)$ 。

给定漏检率  $P_{MD}$ ，可由下面的概率等式确定非中心化参数  $\lambda$ <sup>[6]</sup>：

$$P(\text{SSE} / \sigma_0^2 < T^2) = \int_0^{T^2} f_{x^2(n-1, \lambda)}(x) dx = P_{MD} \quad (8)$$

令  $\mathbf{A} = (\mathbf{G}^T \mathbf{W} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T$ ，从而得到保护水平（protection level, PL）的计算公式：

$$PL = \sigma_0 \times \left( \sqrt{\frac{\mathbf{A}_i^2}{\mathbf{Q}_{v,i}}} \right)_{\max} \times \sqrt{\lambda} \quad (9)$$

将 PL 与时间告警限值（alert limit, AL）进行比较，得出时频系统完好性监测故障检测的可用性。

检测到故障后，可构造如式(10)的检验量来进行故障识别。

$$d_i = \frac{|\mathbf{v}_i|}{\sigma_0 \sqrt{\mathbf{Q}_{v,i}}} \quad (10)$$

式中， $\mathbf{v}_i$  为测量残差。根据最大似然法，对应最大  $d_{max}$  的链路  $i$  最有可能是故障链路。

步骤四：对预报偏差和频率偏差的故障状态信息进行简单的判断，输出时频系统整体的完好性。

传统的完好性监测方法是将各条链路的时差测量结果作为观测量进行一致性检测，输出完好性状态信息。

### 3 数据与策略

#### 3.1 实验数据

本文从一个如图 1 所示的稳定运行的时频系统中获取原始的时差测量结果。对测量结果进行数据异常处理，并且，消除温度变化的影响和链路固定时延，获得去除温度变化影响的时差结果。

每条链路由于链路长度和经过的时频设备数量不同，其测量噪声不同。因此，需要对上述测量结果进行归一化处理，得到对应的加权系数  $w_i$ ：

$$w_i = \sigma_0^2 / \sigma_i^2 \quad (11)$$

式中， $\sigma_0^2$  为时差等效估计误差， $\sigma_i^2$  为第  $i$  条链路

的观测噪声标准差。进而计算得到方法的权重矩阵  $W$ ，其表达式如下：

$$W = \begin{bmatrix} w_1^2 & & \\ & \ddots & \\ & & w_n^2 \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (12)$$

实验中 7 条链路的基本参数如表 1 所示。

表 1 各条链路的基本参数

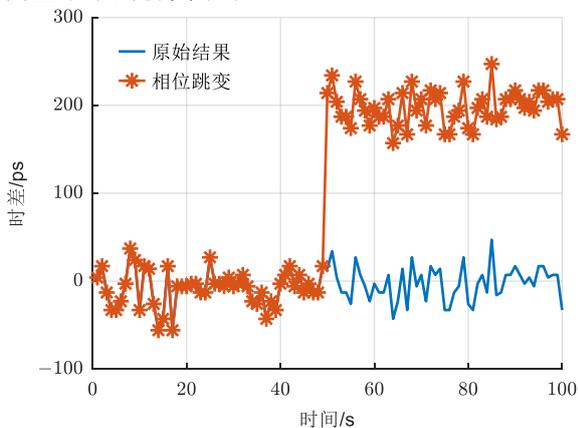
链路编号	采样间隔/s	噪声标准差/ps
1	1	54.3
2	1	54.5
3	1	54.3
4	1	40.0
5	1	24.9
6	1	35.4
7	1	36.0

同时，针对不同时频系统的典型故障，论文使用仿真的手段在实测数据的基础上构建故障的实验数据，仿真的参数如表 2 所示。

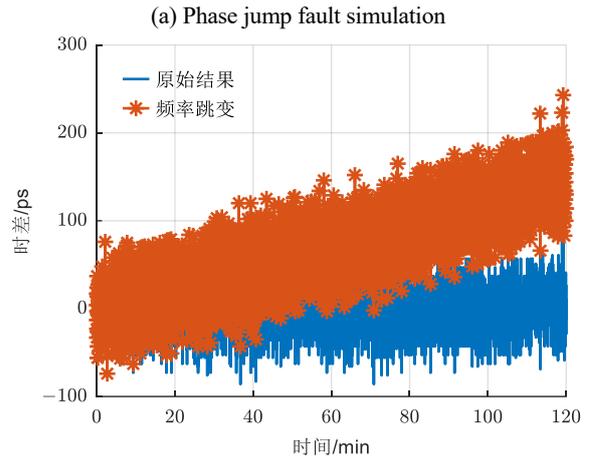
表 2 故障仿真参数

故障类型	故障链路	故障发生时刻/s	故障大小
相位跳变 单故障	5	50	200 ps
频率跳变 单故障	5	50	$2 \times 10^{-14}$ s/s

上述故障场景仿真结果如图 3 所示。图 3 (a) 展示了在第 50 s 的时刻发生 200 ps 相位跳变时，时差测量结果的仿真结果。图 3 (b) 展示了在第 50s 的时刻发生  $2 \times 10^{-14}$  s/s 大小的频率跳变时，时差测量结果的仿真结果。



(a) 相位跳变故障仿真



(b) 频率跳变故障仿真

(b) Frequency jump fault simulation

图 3 时频信号故障场景仿真

Fig.3 Time-frequency signal fault scenarios simulation

### 3.2 实验策略

首先，基于时差测量数据，对构造的抗差卡尔曼滤波模型的收敛性和参数敏感性展开分析，确定模型参数。根据理论分析，在抗差卡尔曼滤波器收敛后，其计算得到的预报偏差与测量噪声特性相符<sup>[26]</sup>。然后，利用预报偏差进行一致性检测和传统方法一致，两者的最小检测偏差一致。对完好性监测的灵敏度而言，在最小检测偏差一致的情况下，告警时间则是完好性监测灵敏度的表征。最后，开展单/多故障场景下算法普适性分析，其故障仿真参数与单链路一致。因此，以残差标准差为评价指标，论文展开如表 3 所示的实验。

表 3 实验设置表

序号	实验名称	实验内容
1	模型性能分析	展开分析构造的抗差卡尔曼滤波模型的收敛性和参数敏感性，确定合适的模型参数
2	相位跳变单故障仿真	对比分析传统方法和提出的方法对相位跳变故障的检测与识别结果
3	频率跳变单故障仿真	对比分析传统方法和提出的方法对频率跳变单故障的检测与识别结果
4	单/多故障性能对比	对比分析相位和频率跳变单/多故障的检测与识别结果
5	故障灵敏度对比	在不同大小的频率故障仿真条件下，对比分析传统方法与提出的方法的灵敏度

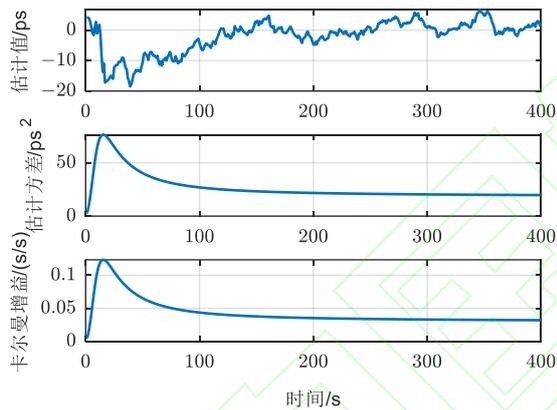
## 4 实验与分析

### 4.1 模型性能分析

在论文中构造的抗差卡尔曼滤波器模型中， $\mathbf{Q}$  通过各链路时差结果和 Allan 方差反演法计算得到； $\mathbf{R}$  通过表 1 的链路噪声和  $\lambda_i$  确定；初始状态估计值  $\mathbf{x}_0 = [z_1 \ 0]^T$ ；仅有初始估计误差协方差矩阵  $\mathbf{P}_0$  未知。在此条件下，开展对抗差卡尔曼滤波器模型的收敛性和参数敏感性的分析。

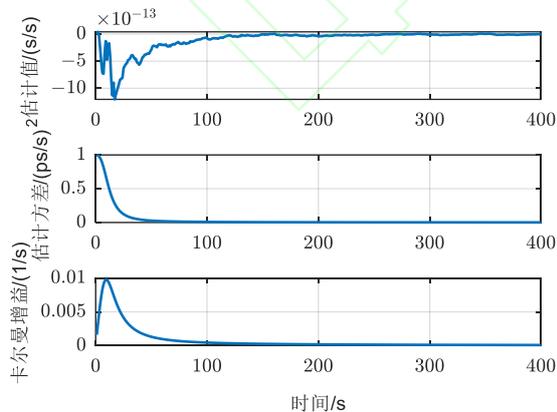
#### 4.1.1 模型收敛性分析

抗差卡尔曼滤波器模型在其他参数确定的条件下，初始估计误差协方差矩阵  $\mathbf{P}_0$  不影响模型是否收敛<sup>[31]</sup>。因此，本实验选择常用的值  $\mathbf{P}_0 = \mathbf{I}_2$ ，矩阵单位归算在 ps 量级。在此条件下，模型的收敛性如图 4 所示。



(a) 时差估计结果

(a) Results of time difference estimation



(b) 频率偏差估计结果

(b) Results of frequency bias estimation

图 4 模型收敛性结果

Fig.4 Results of model convergence

如图 4(a)所示，在 300 s 后，时差的估计值、估计方差、卡尔曼增益趋于平稳；如图 4 (b)所示，在 200 s 后，频率偏差的估计值、估计方差、卡尔曼增益趋于平稳。因此，该模型在论文设定的参数下是可收敛的。

#### 4.1.2 模型参数敏感性分析

同时，抗差卡尔曼滤波器模型是否完全收敛取决于用户预期的收敛时间和收敛精度，这是用户根据系统状态和需求综合考虑的。论文基于时频系统建设指标和实际运行情况，得到模型的收敛的时间约为 6 小时，时差的估计方差约收敛为  $18 \text{ ps}^2$ ，频率偏差的估计方差约收敛为  $10^{-4} (\text{ps/s})^2$ 。

为此，展开分析估计初始估计误差协方差矩阵的对角元素  $\mathbf{P}_0(0,0)$  和  $\mathbf{P}_0(1,1)$  值的变化对收敛时间和收敛精度的影响，其结果如表 4 和表 5 所示。其中，时差和频率偏差的收敛精度为其估计值的均方根误差 (root mean square error, RMSE)。

可以发现，在  $\mathbf{P}_0(1,1) = 1 (\text{ps/s})^2$  不变条件下， $\mathbf{P}_0(0,0)/\mathbf{P}_0(1,1)$  增大，收敛时间和时差收敛精度不变； $\mathbf{P}_0(0,0)/\mathbf{P}_0(1,1) \leq 0.1$ ，随着  $\mathbf{P}_0(0,0)/\mathbf{P}_0(1,1)$  增大，频偏收敛精度不变； $\mathbf{P}_0(0,0)/\mathbf{P}_0(1,1) > 0.1$ ，随着  $\mathbf{P}_0(0,0)/\mathbf{P}_0(1,1)$  增大，频偏收敛精度变优。在  $\mathbf{P}_0(0,0) = 1 \text{ ps}^2$  不变条件下， $\mathbf{P}_0(0,0)/\mathbf{P}_0(1,1) \leq 10$  时，收敛时间和收敛精度不变；当  $\mathbf{P}_0(0,0)/\mathbf{P}_0(1,1) > 10$  时，随着  $\mathbf{P}_0(0,0)/\mathbf{P}_0(1,1)$  增大，收敛精度变优，收敛时间变短。

表 4  $\mathbf{P}_0(0,0)$ 变化对收敛性能的影响

Tab.4 Effect of  $\mathbf{P}_0(0,0)$  variation on convergence performance

值/ $\text{ps}^2$	$\frac{\mathbf{P}_0(0,0)}{\mathbf{P}_0(1,1)}$	收敛 时间/s	收敛精度	
			时差/ps	频偏/(s/s)
$10^3$	$10^3$	20007	13.38	$1.15 \times 10^{-16}$
$10^2$	$10^2$	20007	13.39	$1.75 \times 10^{-16}$
18	18	20007	13.39	$3.48 \times 10^{-16}$
10	10	20007	13.40	$4.21 \times 10^{-16}$
1	1	20007	13.40	$5.74 \times 10^{-16}$
$10^{-1}$	$10^{-1}$	20007	13.40	$5.97 \times 10^{-16}$
$10^{-2}$	$10^{-2}$	20007	13.40	$6.00 \times 10^{-16}$
$10^{-3}$	$10^{-3}$	20007	13.40	$6.00 \times 10^{-16}$
$10^{-4}$	$10^{-4}$	20007	13.40	$6.00 \times 10^{-16}$

表 5  $P_0(1,1)$ 变化对收敛性能的影响

Tab.5 Effect of  $P_0(1,1)$  variation on convergence performance

值/(ps/s) <sup>2</sup>	$P_0(0,0)$ $P_0(1,1)$	收敛 时间/s	收敛精度	
			时差 /ps	频偏/(s/s)
$10^3$	$10^{-3}$	20007	13.40	$5.72 \times 10^{-16}$
$10^2$	$10^{-2}$	20007	13.40	$5.72 \times 10^{-16}$
18	1/18	20007	13.40	$5.73 \times 10^{-16}$
10	$10^{-1}$	20007	13.40	$5.73 \times 10^{-16}$
1	1	20007	13.40	$5.74 \times 10^{-16}$
$10^{-1}$	10	20007	13.40	$5.75 \times 10^{-16}$
$10^{-2}$	$10^2$	19687	11.73	$5.01 \times 10^{-16}$
$10^{-3}$	$10^3$	19457	9.17	$3.63 \times 10^{-16}$
$10^{-4}$	$10^4$	14519	3.51	$2.73 \times 10^{-16}$

综上所述, 初始估计误差协方差矩阵  $P_0$  的变化会对抗差卡尔曼滤波器模型的收敛性能产生影响。其中,  $P_0(0,0)$  元素变化产生的影响较小,  $P_0(1,1)$  元素变化产生的影响较大。

因此, 设定论文的抗差卡尔曼滤波器模型参数如下:  $Q$  通过各链路时差结果和 Allan 方差反演法<sup>[29]</sup>计算得到;  $R$  通过表 1 的链路噪声和  $\lambda_i$  计算,  $\lambda_i$  通过 IGG III 函数系数典型值<sup>[32]</sup> ( $k_0=2; k_1$

$$= 5)$$
 计算;  $X_0 = [z_1 \ 0]^T$ ;  $P_0 = \begin{bmatrix} 18 & 0 \\ 0 & 10^{-4} \end{bmatrix}$ 。

#### 4.2 实验参数设置

在后续的仿真与对比实验中, 实验参数设置如下: 漏检概率为  $1 \times 10^{-4}$ ; 虚警概率为  $1 \times 10^{-5}$ ; 时差告警限值为 150 ps; 频率偏差告警限值为  $1 \times 10^{-15}$  s/s; 时差估计等效误差为 25 ps; 频率偏差估计等效误差为  $3 \times 10^{-16}$  s/s。

其中, 漏检概率和虚警概率是借鉴于 GNSS 完好性监测<sup>[6]</sup>中的参数要求。时差告警限值和频率偏差告警限值则是根据时频系统建设指标和实际运行情况设定的。时差及其频率估计等效误差则是根据高精度时间间隔计数器的测量分辨率和测量噪声来确定的。

#### 4.3 相位跳变单故障仿真实验

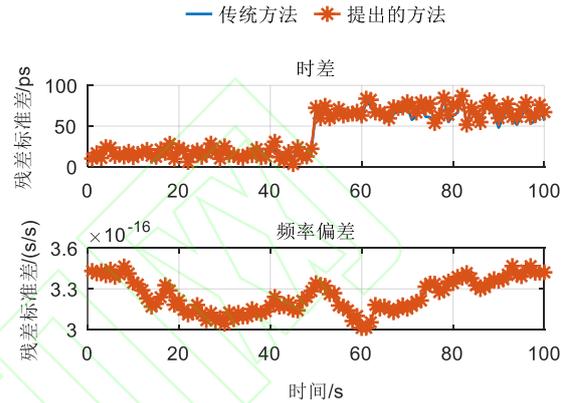
在图 3 (a) 的相位跳变单故障仿真场景下, 如图 5 所示, 展示了两种方法的时差的残差标准差

变化以及提出的方法估计的频率偏差的残差的标准差变化。

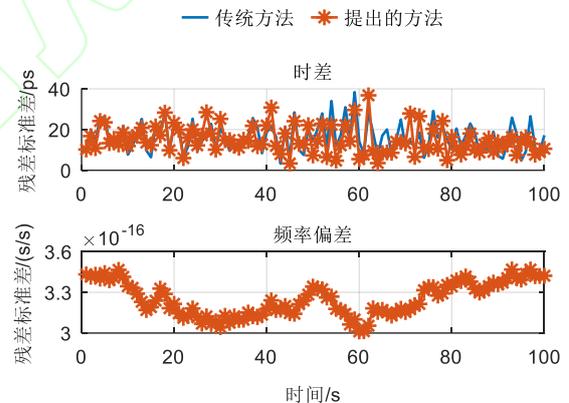
在相位跳变单故障下, 两种方法的时差的残差标准差都随着故障的发生而发生跳变, 提出的方法的频率偏差的残差标准差保持平稳。

剔除故障后, 两种方法的时差的残差平稳且基本一致, 频率偏差的残差的标准差也没有变化。

因此, 提出的方法和传统方法均可以有效地检测与识别相位跳变单故障。



(a) 故障下变化  
(a) Change under fault



(b) 剔除故障后变化  
(b) Change after fault rejection

图 5 相位跳变单故障检测与识别

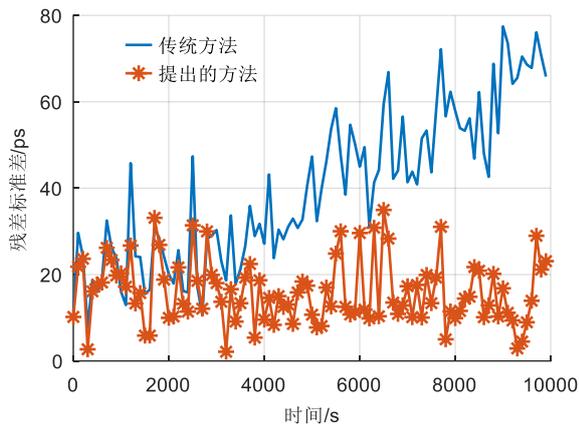
Fig.5 Single phase jump fault detection and identification

#### 4.4 频率跳变单故障仿真实验

在图 3 (b) 的频率跳变单故障仿真场景下, 如图 6 所示, 展示了两种方法的残差的标准差变化以及提出的方法估计的频率偏差的残差的标准差变化。

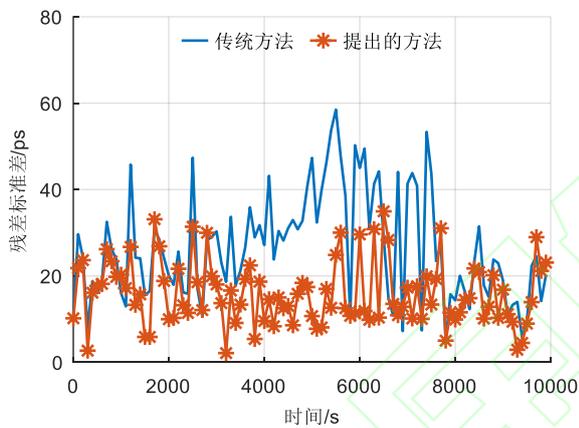
如图 6 (a) 所示, 在频率跳变故障下, 传统方法的时差残差标准差随着时间增加而增大, 提出

的方法的时差残差标准差保持平稳。



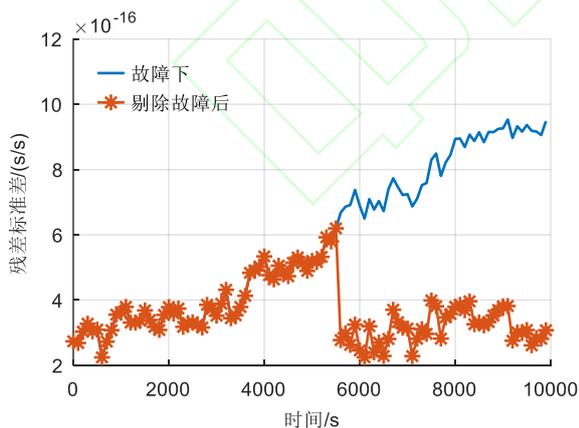
(a) 故障下的时差变化

(a) Changes in time difference under fault



(b) 故障剔除后的时差变化

(b) Change in time difference after fault rejection



(c) 频率偏差的变化

(c) Change in frequency bias

图6 频率跳变单故障检测与识别

Fig.6 Single frequency jump fault detection and identification

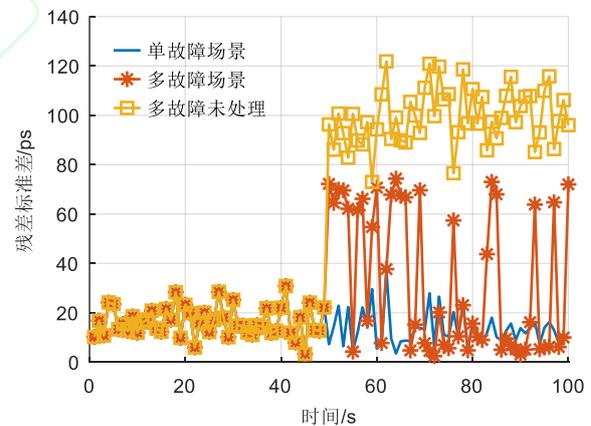
如图 6(b)所示, 剔除故障后, 传统方法的残差标准差回落到与提出的方法一致, 但是其在开始回落到稳定的过程中存在一段过渡时间。由于频率跳变故障是一种微小故障, 传统方法仅利用时差最小二乘残差结果, 同时由于测量噪声测量分辨率的影响, 其构造的检验统计量结果正好在其门限值附近, 使得故障检测处于有故障与无故障的临界状态, 从而造成了上述现象。

如图 6(c)所示, 提出的方法的频率偏差的残差标准差随着时间增大而增大。在剔除故障后, 频率偏差的残差标准差回落到正常的范围内, 且其保持平稳。

因此, 传统方法与提出的方法均可以有效检测与识别频率跳变单故障。并且, 提出的方法对于频率跳变单故障检测的告警时间小于传统方法。

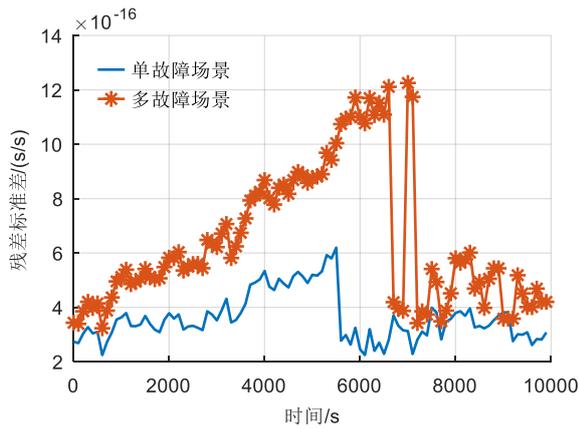
#### 4.5 单/多故障场景性能对比实验

时频系统中也会出现多链路并发故障的情况, 需要对此场景下, 对论文提出的完好性监测方法的性能进行分析。因此, 选择任意 3 条时频链路仿真如图 3 所示的相位跳变故障和频率跳变故障。使用论文提出的完好性监测方法对故障进行检测与识别, 单故障和多故障场景下故障检测与识别的对比结果如图 7 所示。



(a) 相位跳变故障下的时差变化

(a) Changes in time difference under phase jump faults



(b) 频率跳变故障的频率偏差变化

(b) Changes in frequency bias under frequency jump faults

图7 单/多故障场景下故障检测与识别对比

Fig.7 Comparison of fault detection and identification in single/multi-fault scenarios

如图7(a)所示,在相位跳变故障下,论文提出的方法在单故障场景下时差的残差标准差平稳,在多故障场景残差标准差发生显著跳变,但其中存在一些时刻与单故障场景一致。同时,在多故障场景下,处理故障后的残差标准差明显小于未处理故障的残差标准差。出现该现象的原因是在多故障场景下,能检测出故障发生,但是仍然存在部分故障链路未识别与剔除;同时,也存在一

些时刻全部故障都识别与剔除。

如图7(b)所示,在频率跳变故障下,频率偏差的残差标准差随时间增大而增大,多故障场景下残差的标准差增长速度大于单故障场景。在单故障场景下,剔除故障后,频率偏差的残差标准差回落到正常的范围内且保持平稳。在多故障场景下,剔除故障后,频率偏差的残差标准差回落且保持平稳,但是与单故障场景下故障剔除后的标准差存在差距。同时,多故障场景下的告警时间比单故障要长。出现该现象的原因是在多故障场景下,能检测出故障发生,但是仍然存在部分故障链路未识别与剔除。

综上所述,在多故障场景下,论文提出的方法在多故障场景下能有效检测故障,但存在识别故障不充分的问题。

#### 4.6 灵敏度对比实验

对完好性监测的灵敏度而言,在最小检测偏差一致的情况下,告警时间则是完好性监测灵敏度的表征。因此,针对频率跳变单故障,开展告警时间的对比实验。

针对不同的频率跳变故障大小,在第5条链路上仿真频率跳变单故障;在任意3条链路上仿真频率跳变多故障,对两种方法的告警时间进行统计,其结果如表6所示。

表6 频率跳变故障告警时间  
Tab.6 TTA for frequency jump faults

故障大小/ $\times 10^{-15}$ s/s	单故障场景告警时间/s		多故障场景告警时间/s		百分比变化/%		
	传统方法	提出的方法	传统方法	提出的方法	单故障场景	多故障场景	单/多故障对比
4	31203	25708	35282	32136	-17.6	-8.9	20.0
6	20958	17424	23247	22715	-16.9	-2.3	23.3
8	15895	12699	20079	18546	-20.1	-7.6	31.5
10	12835	10439	16590	13098	-18.7	-21.0	20.3
12	10741	7928	13965	11124	-26.2	-20.3	28.7
14	9181	7434	11786	9766	-19.0	-17.1	23.9
16	7837	5658	9595	7769	-27.8	-19.0	27.2
18	7377	5278	9129	7390	-28.5	-19.0	28.6
20	6803	5180	7793	6556	-23.9	-15.9	21.0
30	4651	3159	5668	4651	-32.1	-17.9	32.1
40	3155	2680	4475	3530	-15.1	-21.1	24.1
50	2705	1909	3137	2743	-29.4	-12.6	30.4
60	2233	1703	2839	2154	-23.7	-24.1	20.9

故障大小/ $\times 10^{-15}$ s/s	单故障场景告警时间/s		多故障场景告警时间/s		百分比变化/%		
	传统方法	提出的方法	传统方法	提出的方法	单故障场景	多故障场景	单/多故障对比
70	2030	1370	2580	1907	-32.5	-26.1	28.2
80	1648	1113	2136	1589	-32.5	-25.6	30.0
90	1478	1033	2019	1433	-30.1	-29.0	27.9
100	1376	955	1639	1302	-30.6	-20.6	26.7

如表 6 所示,随着故障大小的增大,告警时间越来越小。与传统方法相比,任何大小的频率跳变故障下,提出的方法的告警时间小于传统方法。单故障场景下平均告警时间降低了 25.0%,多故障场景下平均告警时间降低了 18.1%。同时,相比对单故障场景,提出的方法在多故障场景下平均告警时间增加了 26.1%。因此,提出的方法的故障检测灵敏度优于传统方法。

## 5 结论

论文重点研究传统完好性监测方法没有分离时差与频率偏差信息,导致时频系统完好性监测灵敏度受限的问题。为了进一步提升时频系统完好性监测的灵敏,论文提出了一种基于抗差卡尔曼滤波器的时频系统完好性监测方法。该方法基于作者对于时差测量结果的特性分析研究,构建抗差卡尔曼滤波器模型,估计时差预报偏差与频率偏差,对时差预报偏差和频率偏差进行一致性检测,从而实现时频系统的完好性监测。用稳定运行的时频系统的消除温度变化影响的时差测量结果进行验证。结论如下:

1) 在满足完好性监测的虚警概率  $10^{-4}$  和漏检概率  $10^{-5}$  的条件下,论文提出的方法可以有效的检测与识别相位跳变和频率跳变单故障,并向用户告警。

2) 在单故障场景下,相比于传统的完好性监测方法,论文提出的方法检测与识别故障的告警时间优于传统方法,告警时间降低了约 25.0%,提升了时频系统完好性监测的灵敏度。

3) 在多故障场景下,论文提出的方法能有效检测故障,但存在识别故障不充分的问题,检测灵敏度相比于单故障降低了 26.1%,但仍优于传统方法。

## 参考文献 (References)

[1] 卢璠, 武建峰, 袁海波, 等. 北斗三号系统时频

体系设计与实现[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48 (8): 1340-1348.

LU J, WU J F, YUAN H B, et al. Design and implementation of time and frequency architecture for BeiDou-3 system[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2023, 48(8): 1340-1348. (in Chinese)

[2] HEWITSON S, WANG J L. GNSS receiver autonomous integrity monitoring (RAIM) performance analysis[J]. GPS Solutions, 2006, 10(3): 155-170.

[3] LEE Y C. Analysis of range and position comparison methods as a means to provide GPS integrity in the user receiver[C]// Proceedings of the 42nd Annual Meeting of The Institute of Navigation, 1986.

[4] BROWN R G, MCBURNEY P W. Self-contained GPS integrity check using maximum solution separation[J]. Navigation, 1988, 35(1): 41-53.

[5] PARKINSON B W, AXELRAD P. Autonomous GPS integrity monitoring using the pseudorange residual[J]. Navigation, 1988, 35(2): 255-274.

[6] 陈金平, 曹月玲, 徐君毅, 等. 卫星导航系统完好性原理与方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2021: 210.

CHEN J P, CAO Y L, XU J Y, et al. Principle and method of navigation satellite system integrity[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2021: 210. (in Chinese)

[7] 孙睿, 许承东, 黄国限, 等. 考虑告警时间的多历元解集分离 RAIM 算法[J]. 系统工程与电子技术, 2023, 45 (5): 1469-1475.

SUN R, XU C D, HUANG G X, et al. Multiple epochs solution separation RAIM algorithm considering alarm time[J]. Systems Engineering and Electronics, 2023, 45 (5): 1469-1475. (in Chinese)

[8] YU Z J, ZHANG Q Z, ZHANG S B, et al. A state-domain robust autonomous integrity monitoring with an extrapolation method for single receiver positioning in the presence of slowly growing fault[J]. Satellite

- Navigation, 2023, 4(1): 20.
- [9] GEIER G J, KING T M, KENNEDY H L, et al. Prediction of the time accuracy and integrity of GPS timing[C]//Proceedings of the 1995 IEEE International Frequency Control Symposium (49th Annual Symposium), 1995.
- [10] GIOIA C, BORIO D. Interference mitigation and T-RAIM for robust GNSS timing[C]//Proceedings of the IEEE 8th International Workshop on Metrology for AeroSpace (MetroAeroSpace), 2021: 300-304.
- [11] GIOIA C. T-RAIM approaches: testing with Galileo measurements[J]. Sensors, 2023, 23(4): 2283.
- [12] 程子毅, 马明, 夏成龙, 等. 多检测统计量联合的 T-RAIM 故障检测方法[J]. 导航定位学报, 2023, 11(6): 42-48.
- CHENG Z Y, MA M, XIA C L, et al. Fault detection method of T-RAIM based on multiple test statistics[J]. Journal of Navigation and Positioning, 2023, 11(6): 42-48. (in Chinese)
- [13] KAPLAN E D, HEGARTY C J. Understanding GPS/GNSS: principles and applications[M]. 3rd ed. Boston: Artech House, 2019.
- [14] GALLEANI L, TAVELLA P. Using the Kalman filter to detect frequency jumps in atomic clocks[C]//Proceedings of the Joint Conference of the IEEE International Frequency Control and the European Frequency and Time Forum (FCS) Proceedings, 2011.
- [15] GALLEANI L, TAVELLA P. Detection of atomic clock frequency jumps with the Kalman filter[J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2012, 59(3): 504-509.
- [16] HUANG X M, GONG H, YANG W K, et al. An integrity monitoring algorithm for satellite clock based on test statistics[C]//Proceedings of 3rd China Satellite Navigation Conference, 2012.
- [17] 贾丹, 盛传贞, 陈永昌, 等. 时间频率基准产生与维持系统[J]. 电子技术与软件工程, 2022(8): 226-230.
- JIA D, SHENG C Z, CHEN Y C, et al. Time-frequency reference generation and maintenance system[J]. Electronic Technology & Software Engineering, 2022(8): 226-230. (in Chinese)
- [18] MCPHEE H, TOURNERET J Y, VALAT D, et al. A robust time scale based on maximum likelihood estimation[C]//Proceedings of the Precise Time and Time Interval Systems and Applications Meeting, 2023: 61-75.
- [19] 姜萌. 一种新的守时型原子钟综合时间尺度方法研究[J]. 天文学报, 2024, 65 (1): 99-105.
- JIANG M. A new method of comprehensive time scale for time-keeping atomic clock[J]. Acta Astronomica Sinica, 2024, 65 (1): 99-105. (in Chinese)
- [20] LI Y W, XUE Y R, CHEN R Q, et al. Research on integrity monitoring method of time-frequency signal[C]//Proceedings of the IEEE 3rd Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference (IAEAC), 2018: 167-171.
- [21] 章宇, 屈俐俐, 董绍武, 等. 基于时间频率数据平台的数据分析研究[J]. 天文研究与技术, 2023, 20(5): 471-477.
- ZHANG Y, QU L L, DONG S W, et al. Data analysis and research based on time-frequency data platform[J]. Astronomical Techniques and Instruments, 2023, 20(5): 471-477. (in Chinese)
- [22] ZHENG J, SHEN Y, ZHANG D, et al. Research on key technology of multi-channel time-frequency signals monitoring and early warning[C]//Proceedings of 11th China Satellite Navigation Conference, 2020.
- [23] WEI F, ZHANG Z P, JIA K P. Research on Kalman filter for one-dimensional discrete data[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2021, 2005 (1): 012005.
- [24] 伍贻威, 杨文可, 龚航, 等. Kalman 滤波器在原子钟状态估计中的运用[C]//第三届中国卫星导航学术年会, 2012.
- WU Y W, YANG W K, GONG H, et al. Application of Kalman filter in the use of state estimation of atomic clocks[C]//Proceedings of 3rd China Satellite Navigation Conference, 2012. (in Chinese)
- [25] 杨元喜. 自适应动态导航定位[M]. 2 版. 北京: 测绘出版社, 2017: 339.
- YANG Y X. Adaptive navigation and kinematic positioning[M]. 2nd ed. Beijing: Sino Maps Press, 2017: 339. (in Chinese)
- [26] 李滚, 袁海波. 原子钟数据消噪方法比较研究[J]. 测试技术学报, 2006, 20(6): 512-516.
- LI G, YUAN H B. A comparative study of noise reduction method for atomic clock data[J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2006, 20(6): 512-516. (in Chinese)
- [27] GUO Y, LI Z N, GONG H, et al. Time-frequency signal integrity monitoring algorithm based on

temperature compensation frequency bias combination model[J]. Remote Sensing, 2024, 16(8): 1453.

[28] 尹继凯, 盛传贞, 树玉泉, 等. 卫星导航精密时间传递系统及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2021: 40-46.

YIN J K, SHENG C Z, SHU Y Q, et al. Satellite navigation precision time transfer system and application[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2021: 40-46.(in Chinese)

[29] LI S C, LI C, WU J F, et al. Test and analysis of timekeeping performance of atomic clock[J]. Sensors, 2022, 22(24): 9886.

[30] 杨元喜, 宋力杰, 徐天河. 双因子方差膨胀抗差估计[J]. 解放军测绘研究所学报, 2001, 21(2): 1-5.

YANG Y X, SONG L J, XU T H. Robust parameter estimation for oorrrelated observations by variance-covariance inflating[J]. Journal of Xi'an research institute of surveying and mapping, 2001, 21(2): 1-5. (in Chinese)

[31] 王学斌, 徐建宏, 张章. 卡尔曼滤波器参数分析与应用方法研究[J]. 计算机应用与软件, 2012, 29(6): 212-215.

WANG X B, XU J H, ZHANG Z. On analysis and application approach for Kalman filter parameters[J]. Computer Applications and Software, 2012, 29(6): 212-215. (in Chinese)

[32] GUO F, ZHANG X H. Adaptive robust Kalman filtering for precise point positioning[J]. Measurement Science and Technology, 2014, 25(10): 105011.